

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN (chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút

Ngày thi: 07/06/2024

(Đề thi có 01 trang)

Câu 1 (3,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{2\sqrt{xy}}{x - y} \right) (\sqrt{x} + \sqrt{y})$, với x, y là hai số

thực thỏa mãn $x > y > 0$.

b) Giải phương trình: $(x + 2)(x - 1) = 4 - 2\sqrt{x(x + 1)} + 2$.

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2x - 3y)(3x + 2y) + 12x + 8y = 0 \\ 4x + 2\sqrt{3x - 2} = 3y \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 28$.

b) Tìm tất cả số nguyên n sao cho $n^3 + 2n^2 + 7n + 7$ chia hết cho $n^2 + 3$.

Câu 3 (1,0 điểm): Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx + xyz = 4$. Chứng

minh $xyz \leq 1$ và $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2}$.

Câu 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) và có hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H . Các tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại F . Các đường thẳng FB, FC lần lượt cắt đường thẳng DE tại M, N . Gọi I là trung điểm BC .

a) Chứng minh $ME = MB$ và MI là tia phân giác của \widehat{FMN} .

b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE cắt (O) tại K (K khác A). Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng.

c) Chứng minh các điểm F, M, N, K cùng thuộc một đường tròn.

d) Gọi đường tròn qua các điểm F, M, N, K là (S) . Chứng minh (S) tiếp xúc với (O) .

Câu 5 (0,5 điểm): Có 6 viên bi, ban đầu được chia thành một hoặc nhiều nhóm, mỗi nhóm ít nhất 1 bi. Ta thực hiện liên tiếp các bước sau: mỗi lần lấy ở mỗi nhóm 1 bi và lập thành một nhóm mới.

Ví dụ: Nếu ban đầu ta có hai nhóm với số bi là 5, 1 thì sau bước chuyển, nhóm 5 bi còn lại 4 bi, nhóm 1 bi không còn bi nào, và một nhóm mới được lập với 2 bi. Như vậy, sau bước chuyển ta được 2 nhóm mới có số bi lần lượt là 2, 4.

Chứng minh sau một số bước chia nhóm như trên, ta luôn chia được các bi đã cho thành ba nhóm với số bi trong mỗi nhóm lần lượt là 1, 2, 3.