

MÃ ĐỀ 132

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh: .....

**Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{a}$  là  
A.  $(-2; 1; -3)$ . B.  $(-3; 2; 1)$ . C.  $(2; -3; 1)$ . **D.  $(1; 2; -3)$ .**

**Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-2024}$  là  
A.  $(1; +\infty)$ . B.  $(0; +\infty)$ . **C.  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .** D.  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |   |   |   |   |   |           |
|------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 0 |   | 3 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0 | + | 0 | - |           |
| $y$  | $+\infty$ |   |   |   |   |   | $-\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 1)$ . **B.  $(0; 3)$ .** C.  $(3; +\infty)$ . D.  $(-4; -1)$ .

**Câu 4.**  $\int x^3 dx$  bằng  
A.  $3x^2 + C$ . B.  $4x^4 + C$ . **C.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .** D.  $x^4 + C$ .

**Câu 5.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và chiều cao bằng  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  là  
A.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ . B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ . C. 1. **D.  $\frac{1}{3}$ .**

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  ?  
A.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ . **B.  $y = -x^3 - x + 2$ .** C.  $y = x^2 + 2x$ . D.  $y = x^4 + 2x^2$ .

**Câu 7.** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{2x}$  là  
A.  $y' = \frac{e^{2x}}{2}$ . **B.  $y' = 2e^{2x}$ .** C.  $y' = 2xe^{2x-1}$ . D.  $y' = e^{2x}$ .

**Câu 8.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là  
A.  $(-1; -1; -3)$  B.  $(3; 1; 1)$  **C.  $(1; 1; 3)$**  D.  $(3; 3; -1)$

**Câu 9.** Khai triển  $(2x+1)^{199}$  có bao nhiêu số hạng?  
A. 198. B. 201. C. 199. **D. 200.**

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 9$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 6.                                      B. 3.                                      C. 12.                                      D. -6.

**Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$ .

- A.  $I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}$                                       B.  $I(1; -2; 4), R = 20$   
C.  $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$                                       D.  $I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}$

**Câu 12.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 + \frac{2}{x}$  trên đoạn  $[2; 3]$  bằng

- A. 5.                                      B.  $\frac{15}{2}$ .                                      C.  $\frac{29}{3}$ .                                      D. 3.

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là

- A.  $(3; 0; -1)$ .                                      B.  $(0; 1; 0)$ .                                      C.  $(3; 0; 0)$ .                                      D.  $(0; 0; -1)$ .

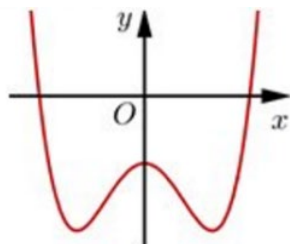
**Câu 14.** Hàm số nào sau đây có đúng một điểm cực trị?

- A.  $y = -x^3 + 3x - 1$ .                                      B.  $y = 2x^4 - 4x^2 - 5$ .                                      C.  $y = x^4 + 2x^2$ .                                      D.  $y = \frac{1}{x+2}$ .

**Câu 15.** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và chiều cao  $h = 4$ . Tính thể tích của khối nón đã đó?

- A.  $16\pi\sqrt{3}$                                       B.  $\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$                                       C.  $12\pi$                                       D.  $4\pi$

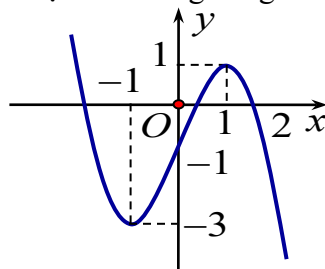
**Câu 16.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .                                      B.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .                                      C.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .                                      D.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

**Câu 17.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A.  $y = -x^3 + 3x - 1$ .                                      B.  $y = -x^3 - 3x - 1$ .                                      C.  $y = x^3 + 3x - 1$ .                                      D.  $y = x^3 + 2x$ .

**Câu 18.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2}{x-1}$  là đường thẳng

- A.  $y = 2$ .                                      B.  $x = 1$ .                                      C.  $y = 1$ .                                      D.  $y = 0$ .

**Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$  và điểm  $I(-1; 2; -1)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

- A.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ .      B.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ .  
 C.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 40$ .      **D.**  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$ .

**Câu 20.** Cho  $\log_3 5 = a$ ,  $\log_3 10 = b$  và  $\log_{\sqrt{3}} 50 = ma + nb$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $m + n = 1$ .      B.  $m - n = 2$ .      C.  $m \cdot n = 2$ .      **D.**  $m + n = m \cdot n$ .

**Câu 21.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết  $AB = a$ ;  $BC = 2a$ ;  $AC' = a\sqrt{21}$ . Tính thể tích của khối hộp đó?

- A.  $4a^3$ .      **B.**  $8a^3$ .      C.  $16a^3$ .      **D.**  $\frac{8}{3}a^3$ .

**Câu 22.** Phương trình  $\log_2(2x-3) = \log_2(6-x)$  có nghiệm là

- A.**  $x = 3$ .      B.  $x = \frac{3}{2}$ .      C.  $x = -3$ .      **D.**  $x = 6$ .

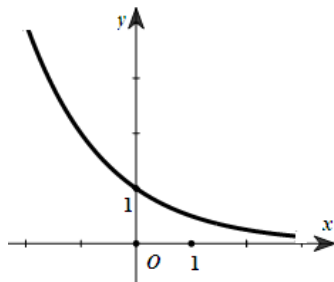
**Câu 23.** Biết  $F(x) = e^x + x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $\int f(2x)dx$  bằng

- A.  $e^{2x} + 4x^2 + C$ .      B.  $2e^x + 2x^2 + C$ .      C.  $\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + C$ .      **D.**  $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$ .

**Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x-3} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}$  là

- A.**  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ .      B.  $(-\infty; 3)$ .      C.  $(3; +\infty)$ .      **D.**  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .

**Câu 25.** Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới ?



- A.  $y = \ln x$ .      B.  $y = (\sqrt{2})^x$ .      **C.**  $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ .      **D.**  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .

**Câu 26.** Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = 3$  và  $\int_0^2 f(x)dx = -5$  thì  $\int_0^1 f(x)dx$  bằng

- A.  $-2$ .      B.  $8$ .      C.  $2$ .      **D.**  $-8$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $F(x)$  thỏa mãn  $F'(x) = 3 - 5\cos x$  và  $F(0) = 5$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

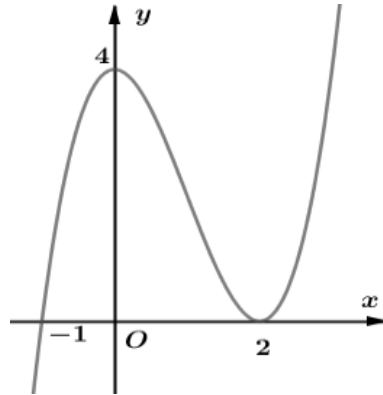
- A.  $F(x) = 3x + 5\sin x + 2$ .      B.  $F(x) = 3x - 5\sin x - 5$ .  
 C.  $F(x) = 3x + 5\sin x + 5$ .      **D.**  $F(x) = 3x - 5\sin x + 5$ .

- Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , biết mặt phẳng  $ax + by + cz + 5 = 0$  qua hai điểm  $A(3;1;-1), B(2;-1;4)$  và vuông góc với  $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$ . Giá trị của  $a - b + c$  bằng
- A.** 9.                      **B.** 12.                      **C.** 10.                      **D.** 8.
- Câu 29.** Cho  $\int_0^2 f(x)dx = 4$  và  $\int_0^2 g(x)dx = 3$  thì  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)]dx$  bằng
- A.** 17.                      **B.** 8.                      **C.** 6.                      **D.** -1.
- Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^2 f(x)dx = 8$ . Giá trị của  $I = \int_0^2 [f(2-x) + 1]dx$
- A.**  $I = -9$ .                      **B.**  $I = 10$ .                      **C.**  $I = 9$ .                      **D.**  $I = -6$ .
- Câu 31.** Tính  $\int x \ln x dx$ .
- A.**  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$ .    **B.**  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2 + C$ .    **C.**  $\frac{1}{2}\ln x^3 - \frac{1}{4}x^2 + C$ .    **D.**  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}x + C$ .
- Câu 32.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $R$  và chiều cao bằng  $\frac{3R}{2}$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng  $\frac{R}{2}$ . Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là:
- A.**  $\frac{3\sqrt{2}R^2}{2}$ .                      **B.**  $\frac{2\sqrt{3}R^2}{3}$ .                      **C.**  $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$ .                      **D.**  $\frac{2\sqrt{2}R^2}{3}$ .
- Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;-3;2), B(3;5;-2)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có dạng  $x + ay + bz + c = 0$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng
- A.** -2.                      **B.** -4.                      **C.** -3.                      **D.** 2.
- Câu 34.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $5^{x-1} = 2^{x^2-1}$ . Tính  $P = x_1 + x_2$ .
- A.**  $2\log_2 5 + 1$ .                      **B.**  $\log_2 5 + 2$ .                      **C.**  $2\log_2 5 - 1$ .                      **D.**  $\log_2 5$ .
- Câu 35.** Cho tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ . Từ tập  $A$  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số và chia hết cho 3?
- A.** 24.                      **B.** 36.                      **C.** 70.                      **D.** 72.
- Câu 36.** Biết  $x_1, x_2 (x_1 > x_2)$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_3 \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{3x} \right) + x^2 + 2 = 3x$  và  $4x_1 + 2x_2 = a + \sqrt{b}$ , với  $a, b$  là hai số nguyên dương. Tính  $a + b$
- A.**  $a + b = 9$ .                      **B.**  $a + b = 12$ .                      **C.**  $a + b = 7$ .                      **D.**  $a + b = 14$ .
- Câu 37.** Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log_{0,2}(x^2 + 1) \leq \log_{0,2}(mx^2 + 4x + m) + 1$  nghiệm đúng với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$  là:
- A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 3.

**Câu 38.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ ,  $I$  là trung điểm  $CD'$ . Khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(BDD'B')$  bằng

- A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ . **B.**  $\frac{a}{4}$ . **C.**  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ . **D.**  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



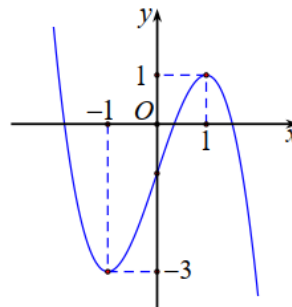
Số nghiệm thực của phương trình  $\frac{f(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$  là

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

**Câu 40.** Giả sử  $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$ ;  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $P = a.b$ .

- A.**  $P = -6$ . **B.**  $P = -5$ . **C.**  $P = -4$ . **D.**  $P = 8$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Tính  $T = f(a - b + c - d - 3)$ .

- A.**  $T = 0$ . **B.**  $T = 2$ . **C.**  $T = -1$ . **D.**  $T = 4$ .

**Câu 42.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = |x^4 + 2mx^2 - 4|$  có đúng ba điểm cực trị và ba điểm cực trị đó tạo thành tam giác có diện tích lớn hơn 4.

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $3a$ , cạnh  $SA = a$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ ;  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB$  và  $SC$ . Thể tích của khối tứ diện  $AMNG$  bằng

- A.**  $\frac{9\sqrt{3}a^3}{16}$ . **B.**  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ . **C.**  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$ . **D.**  $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .

- Câu 44.** Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo thể tích không đổi bằng  $V = 5m^3$ , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là 100.000 đồng  $1m^2$ , giá tôn làm mặt xung quanh của thùng là 80.000 đồng  $1m^2$ . Hỏi người bán gạo đó đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu sao cho chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?  
**A.**  $1m$ . **B.**  $1,5m$ . **C.**  $3m$ . **D.**  $2m$ .
- Câu 45.** Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2}{x+3m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -6)$  là:  
**A.** 2. **B.** 4. **C.** 20. **D.** 21.
- Câu 46.** Có bao nhiêu số nguyên  $y$  để với mỗi  $y$  có đúng 2 số thực  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $\frac{2e^x}{\sqrt{8e^x - y}} + \ln(8e^x - y) \leq 2x + 2$ ?  
**A.** 2. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 3.
- Câu 47.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Tính cosin của góc  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $BM$  và  $(ABC)$ .  
**A.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$ . **B.**  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ . **C.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$ . **D.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .
- Câu 48.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$ ,  $f(1) = \sqrt{e}$  và thỏa mãn  $f^3(x)e^{-x} + (x^3 + x^2)f(x) - 2x^3f'(x) = 0, \forall x \in (0; +\infty)$ . Tính  $\int_1^2 f(x)dx$ .  
**A.**  $e + \sqrt{e}$ . **B.**  $2\sqrt{e}$ . **C.**  $2e$ . **D.**  $e - \sqrt{e}$ .
- Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$ . Giả sử  $M \in (P)$  và  $N \in (S)$  sao cho  $\overrightarrow{MN}$  cùng phương với vector  $\vec{u} = (1; 0; 1)$  và khoảng cách giữa  $M$  và  $N$  lớn nhất. Tính  $MN$ .  
**A.**  $MN = 3\sqrt{2}$ . **B.**  $MN = 3$ . **C.**  $MN = 1 + 2\sqrt{2}$ . **D.**  $MN = 14$ .
- Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = 2024^x - \frac{1}{2024^x} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + x$ . Biết rằng  $m = a + b\sqrt{2}$  (với  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$ ) là số thực sao cho phương trình  $f(|x^3 - 3x|) + f(m) = 0$  có 6 nghiệm thực phân biệt thỏa mãn tổng các nghiệm âm bằng  $2 - 4\sqrt{2}$ . Tính  $a - b$ .  
**A.** -38. **B.** -6. **C.** 38. **D.** 6.

-----HẾT-----

## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.D  | 2.C  | 3.B  | 4.C  | 5.D  | 6.B  | 7.B  | 8.C  | 9.C  | 10.A |
| 11.C | 12.A | 13.B | 14.C | 15.D | 16.C | 17.A | 18.D | 19.D | 20.D |
| 21.B | 22.A | 23.D | 24.A | 25.C | 26.D | 27.D | 28.A | 29.C | 30.B |
| 31.A | 32.C | 33.B | 34.D | 35.D | 36.D | 37.B | 38.A | 39.C | 40.A |
| 41.C | 42.D | 43.D | 44.D | 45.A | 46.B | 47.D | 48.B | 49.A | 50.C |

## PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{a}$  là

- A.  $(-2; 1; -3)$ .      B.  $(-3; 2; 1)$ .      C.  $(2; -3; 1)$ .      **D.  $(1; 2; -3)$ .**

### Lời giải

Theo định nghĩa tọa độ vector ta có tọa độ của vector  $\vec{a}$  là :  $(1; 2; -3)$ .

**Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-2024}$  là

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      **C.  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .**      D.  $(-\infty; -1)$ .

### Lời giải

Do  $-2024$  là số nguyên âm nên hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-2024}$  xác định khi  $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$ , suy ra tập xác định của hàm số đã cho là  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |     |      |           |      |           |
|------|-----------|-----|------|-----------|------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $3$  | $+\infty$ |      |           |
| $y'$ |           | $-$ | $0$  | $+$       | $0$  | $-$       |
| $y$  | $+\infty$ |     | $-4$ |           | $-1$ | $-\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 1)$ .      **B.  $(0; 3)$ .**      C.  $(3; +\infty)$ .      D.  $(-4; -1)$ .

### Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 4.**  $\int x^3 dx$  bằng

- A.  $3x^2 + C$ .      B.  $4x^4 + C$ .      **C.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .**      D.  $x^4 + C$ .

### Lời giải

Áp dụng công thức:  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$  ( $\alpha \neq -1$ ), ta có:  $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Câu 5.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và chiều cao bằng  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  là

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .      C. 1.      **D.  $\frac{1}{3}$ .**

**Lời giải**

Thể tích của khối chóp là:  $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

**B.  $y = -x^3 - x + 2$ .**

C.  $y = x^2 + 2x$ .

D.  $y = x^4 + 2x^2$ .

**Lời giải**

Xét hàm số  $y = -x^3 - x + 2$  ta có:

+) Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $y' = -3x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy hàm số  $y = -x^3 - x + 2$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 7.** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{2x}$  là

A.  $y' = \frac{e^{2x}}{2}$ .

**B.  $y' = 2e^{2x}$ .**

C.  $y' = 2xe^{2x-1}$ .

D.  $y' = e^{2x}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = e^{2x}$  có đạo hàm:  $y' = e^{2x} \cdot (2x)' = 2 \cdot e^{2x}$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-2)$  và  $B(2;2;1)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

A.  $(-1;-1;-3)$ .

B.  $(3;1;1)$ .

**C.  $(1;1;3)$ .**

D.  $(3;3;-1)$ .

**Lời giải**

$\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1+2) = (1;1;3)$ .

**Câu 9.** Khai triển  $(2x+1)^{199}$  có bao nhiêu số hạng?

A. 198.

B. 199.

**C. 200.**

D. 201.

**Lời giải**

Khai triển  $(a+b)^n$  được  $n+1$  số hạng nên khai triển  $(2x+1)^{199}$  có 200 số hạng.

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 9$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

**A. 6.**

B. 3.

C. 12.

D. -6.

**Lời giải**

Công sai của cấp số cộng đã cho là  $d = u_2 - u_1 = 9 - 3 = 6$

Vậy công sai là 6.

**Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$ .

A.  $I(-1;2;-4), R = 2\sqrt{5}$ .

B.  $I(1;-2;4), R = 20$ .

**C.  $I(1;-2;4), R = 2\sqrt{5}$ .**

D.  $I(-1;2;-4), R = 5\sqrt{2}$ .

### Lời giải

Mặt cầu đã cho có tâm  $I(1; -2; 4)$  và bán kính  $R = 2\sqrt{5}$

**Câu 12.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 + \frac{2}{x}$  trên đoạn  $[2; 3]$  bằng

**A.** 5.

**B.**  $\frac{15}{2}$ .

**C.**  $\frac{29}{3}$ .

**D.** 3.

### Lời giải

Ta có  $y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2} > 0 \forall x \in [2; 3]$ .

Hàm số đồng biến trên đoạn  $[2; 3]$  suy ra  $\min_{[2; 3]} y = y(2) = 5$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[2; 3]$  bằng 5.

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là

**A.**  $(3; 0; -1)$ .

**B.**  $(0; 1; 0)$ .

**C.**  $(3; 0; 0)$ .

**D.**  $(0; 0; -1)$ .

### Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(0; 1; 0)$ .

**Câu 14.** Hàm số nào sau đây có đúng một điểm cực trị?

**A.**  $y = -x^3 + 3x - 1$ .

**B.**  $y = 2x^4 - 4x^2 - 3$ .

**C.**  $y = x^4 + 2x^2$ .

**D.**  $y = \frac{1}{x+2}$ .

### Lời giải

+) Xét phương án A:  $y = -x^3 + 3x - 1$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Đạo hàm:  $y' = -3x^2 + 3$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ |
| $y$  | $+\infty$ |      |     |     | $1$       |     |

$\swarrow$   $-3$   $\nearrow$

Vậy hàm số  $y = -x^3 + 3x - 1$  có 2 điểm cực trị.

+) Xét phương án B:  $y = 2x^4 - 4x^2 - 3$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Đạo hàm:  $y' = 8x^3 - 8x = 8x(x^2 - 1)$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 8x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

|      |           |      |      |      |           |     |     |
|------|-----------|------|------|------|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$  | $-$       | $0$ | $+$ |
| $y$  | $+\infty$ | $-5$ | $-3$ | $-5$ | $+\infty$ |     |     |

Vậy hàm số  $y = 2x^4 - 4x^2 - 3$  có 3 điểm cực trị.

+) Xét phương án C:  $y = x^4 + 2x^2$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Đạo hàm:  $y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên:

|      |           |     |           |
|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ | $0$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số  $y = x^4 + 2x^2$  có 1 điểm cực trị.

+) Xét phương án D:  $y = \frac{1}{x+2}$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Đạo hàm:  $y' = -\frac{1}{(x+2)^2} < 0, \forall x \in D$ . Hàm số  $y = \frac{1}{x+2}$  luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định nên không có điểm cực trị.

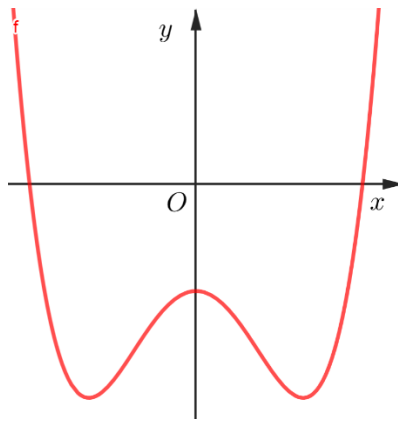
**Câu 15.** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và chiều cao  $h = 4$ . Tính thể tích của khối nón đã cho.

- A.  $16\pi\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $12\pi$ .      **D.  $4\pi$ .**

**Lời giải**

Thể tích khối nón:  $V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{1}{3}4\pi\sqrt{3}^2 = 4\pi$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $a < 0, b < 0, c < 0$ .

**B.**  $a > 0, b > 0, c < 0$ .

**C.**  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

**D.**  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

**Lời giải**

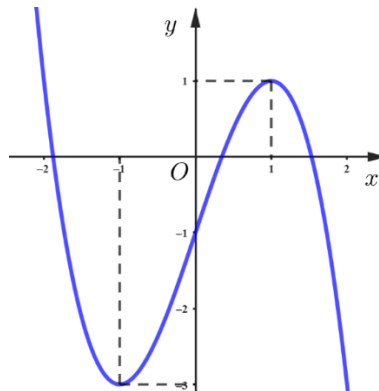
+) Từ đồ thị hàm số, ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ .

+) Ta có:  $y' = 4ax^3 + 2bx = x(4ax^2 + 2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$

Hàm số có 3 điểm cực trị  $\Rightarrow -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b < 0$  (vì  $a > 0$ ).

+) Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm có tung độ âm  $\Rightarrow c < 0$ .

**Câu 17.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



**A.**  $y = -x^3 + 3x - 1$ .

**B.**  $y = -x^3 - 3x - 1$ .

**C.**  $y = x^3 + 3x - 1$ .

**D.**  $y = x^3 + 2x$ .

**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số, ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$ .

Đồ thị hàm số trong hình vẽ đi qua điểm  $(1; 1)$  nên chọn  $y = -x^3 + 3x - 1$ .

**Câu 18.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2}{x-1}$  là đường thẳng

**A.**  $y = 2$ .

**B.**  $x = 1$ .

**C.**  $y = 1$ .

**D.**  $y = 0$ .

**Lời giải**

Ta có  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-1} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-1} = 0 \end{cases}$  nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = 0$ .

**Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$  và điểm  $I(-1; 2; -1)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

**A.**  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ .

**B.**  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ .

**C.**  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 40$ .

**D.**  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$ .

**Lời giải**

+  $d = d(I; (P)) = \frac{|-1 - 4 - 2 - 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3$ .

+ Mặt cầu  $(S)$  có bán kính:  $R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$ .

+ Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5 có phương trình:  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$ .

**Câu 20.** Cho  $\log_3 5 = a$ ,  $\log_3 10 = b$  và  $\log_{\sqrt{3}} 50 = ma + nb$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $m + n = 1$ .

**B.**  $m - n = 2$ .

**C.**  $m \cdot n = 2$ .

**D.**  $m + n = mn$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\log_{\sqrt{3}} 50 = \log_{\frac{1}{3^2}} 5 \cdot 10 = 2(\log_3 5 + \log_3 10) = 2\log_3 5 + 2\log_3 10 \Rightarrow m = n = 2$ .

Vậy  $m + n = mn$ .

**Câu 21.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết  $AB = a$ ;  $BC = 2a$ ;  $AC' = a\sqrt{21}$ . Tính thể tích của khối hộp đó?

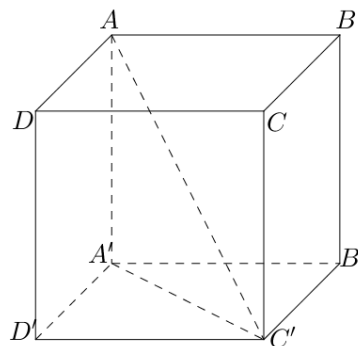
**A.**  $4a^3$ .

**B.**  $8a^3$ .

**C.**  $16a^3$ .

**D.**  $\frac{8}{3}a^3$ .

**Lời giải**



+ Ta có:  $A'C' = a\sqrt{5} \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = 4a$ ,  $S_{ABCD} = 2a^2$ .

+  $V_{S.ABCD} = S_{ABCD} \cdot AA' = 8a^3$ .

**Câu 22.** Phương trình  $\log_2(2x-3) = \log_2(6-x)$  có nghiệm là

**A.**  $x = 3$ .

**B.**  $x = \frac{3}{2}$ .

**C.**  $x = -3$ .

**D.**  $x = 6$ .

**Lời giải**

Ta có  $\log_2(2x-3) = \log_2(6-x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=6-x \\ 6-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=9 \\ x<6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x<6 \end{cases} \Leftrightarrow x=3.$$

Vậy  $x = 3$ .

**Câu 23.** Biết  $F(x) = e^x + x^2$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $\int f(2x)dx$  bằng

**A.**  $e^{2x} + 4x^2 + C$ .

**B.**  $2e^x + 2x^2 + C$ .

**C.**  $\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + C$ .

**D.**  $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \int f(2x)dx = \frac{1}{2} \int f(2x)d(2x) = \frac{1}{2}F(2x) + C = \frac{1}{2}(e^{2x} + (2x)^2) + C = \frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C.$$

**Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x-3} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}$  là

**A.**  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ .

**B.**  $(-\infty; 3)$ .

**C.**  $(3; +\infty)$ .

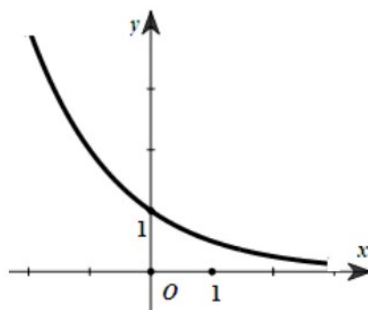
**D.**  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } 2^{x-3} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} \Leftrightarrow 2^{x-3} < 2^{-2x-2} \Leftrightarrow x-3 < -2x-2 \Leftrightarrow 3x < 1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 25.** Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



**A.**  $y = \ln x$ .

**B.**  $y = (\sqrt{2})^x$ .

**C.**  $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ .

**D.**  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .

**Lời giải**

Đồ thị đã cho có dạng là đồ thị của hàm số mũ với cơ số nhỏ hơn 1. Vậy đáp án đúng là C.

**Câu 26.** Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = 3$  và  $\int_0^2 f(x)dx = -5$  thì  $\int_0^1 f(x)dx$  bằng

A. -2.

B. 8.

C. 2.

**D. -8.**

**Lời giải**

Ta có  $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = -5 - 3 = -8$ . Vậy đáp án đúng là D.

**Câu 27.** Cho hàm số  $F(x)$  thỏa mãn  $F'(x) = 3 - 5\cos x$  và  $F(0) = 5$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $F(x) = 3x + 5\sin x + 2$ .

B.  $F(x) = 3x - 5\sin x - 5$ .

C.  $F(x) = 3x + 5\sin x + 5$ .

**D.  $F(x) = 3x - 5\sin x + 5$ .**

**Lời giải**

Ta có  $F(x) = \int F'(x)dx = \int (3 - 5\cos x)dx = 3x - 5\sin x + C$ .

Lại có  $F(0) = C = 5$ .

Suy ra  $F(x) = 3x - 5\sin x + 5$ .

Vậy đáp án đúng là D.

**Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , biết mặt phẳng  $ax + by + cz + 5 = 0$  qua hai điểm  $A(3;1;-1), B(2;-1;4)$  và vuông góc với  $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$ . Giá trị của  $a - b + c$  bằng

**A. 9.**

B. 12.

C. 10.

D. 8.

**Lời giải**

\* Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 5)$ ; vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 3)$ .

\* Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng cần tìm. Theo giả thiết ta suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{n}_{(P)}, \overrightarrow{AB}] = (1; -13; -5)$ . Phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(\alpha)$  là:

$$(x-3) - 13(y-1) - 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 13y - 5z + 5 = 0.$$

\* Vậy  $a = 1; b = -13; c = -5 \rightarrow a - b + c = 9$ .

**Câu 29.** Cho  $\int_0^2 f(x)dx = 4$  và  $\int_0^2 g(x)dx = 3$  thì  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)]dx$  bằng

A. 17.

B. 8.

**C. 6.**

D. -1.

**Lời giải**

\* Ta có  $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)]dx = 3\int_0^2 f(x)dx - 2\int_0^2 g(x)dx = 3.4 - 2.3 = 6$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^2 f(x)dx = 8$ . Giá trị của  $I = \int_0^2 [f(2-x) + 1]dx$  bằng

A.  $I = -9$ .

**B.  $I = 10$ .**

C.  $I = 9$ .

D.  $I = -6$ .

**Lời giải**

\* Ta có  $I = \int_0^2 [f(2-x) + 1] dx = \int_0^2 dx + \int_0^2 f(2-x) dx = 2 - \int_2^0 f(t) dt = 2 + \int_0^2 f(x) dx = 2 + 8 = 10$ , với  $t = 2 - x$ .

**Câu 31.** Tính  $\int x \ln x dx$ .

**A.**  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$ . **B.**  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2 + C$ . **C.**  $\frac{1}{2} \ln x^3 - \frac{1}{4}x^2 + C$ . **D.**  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{2}x + C$ .

**Lời giải**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

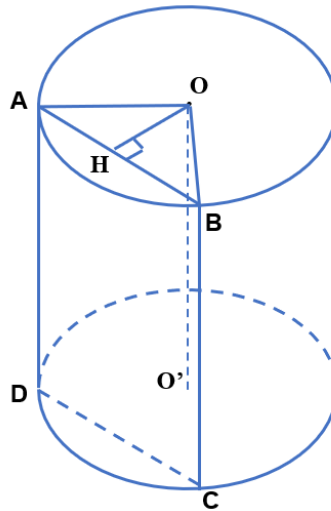
$$\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C.$$

**Câu 32.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $R$  và chiều cao bằng  $\frac{3R}{2}$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng  $\frac{R}{2}$ . Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là

**A.**  $\frac{3\sqrt{2}R^2}{2}$ . **B.**  $\frac{2\sqrt{3}R^2}{3}$ . **C.**  $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$ . **D.**  $\frac{2\sqrt{2}R^2}{3}$ .

**Lời giải**

Gọi tâm của hai đường tròn đáy hình trụ lần lượt là  $O$  và  $O'$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$ .



Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp AD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABCD).$$

$$\text{Ta có } d(OO', (\alpha)) = d(O, (\alpha)) = OH = \frac{R}{2}.$$

$$AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \sqrt{3}R.$$

Vậy diện tích thiết diện là  $S_{ABCD} = \frac{3R}{2} \cdot \sqrt{3}R = \frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$ .

**Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -3; 2), B(3; 5; -2)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có dạng  $x + ay + bz + c = 0$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng

A.  $-2$ .

**B.  $-4$ .**

C.  $-3$ .

D.  $2$ .

**Lời giải**

Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$

$\Rightarrow (\alpha)$  đi qua trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

Ta có  $M(2; 1; 0)$  và  $\overrightarrow{AB} = (2; 8; -4)$ , ta chọn 1 vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  là  $\vec{n} = (1; 4; -2)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2; 1; 0)$  và nhận  $\vec{n} = (1; 4; -2)$  làm vectơ pháp tuyến là  $1(x - 2) + 4(y - 1) - 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 4y - 2z - 6 = 0$ .

Suy ra  $a = 4, b = -2, c = -6$ . Do đó  $a + b + c = 4 + (-2) + (-6) = -4$ .

**Câu 34.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $5^{x-1} = 2^{x^2-1}$ . Tính  $P = x_1 + x_2$

A.  $2 \log_2 5 + 1$ .

B.  $\log_2 5 + 2$ .

C.  $2 \log_2 5 - 1$ .

**D.  $\log_2 5$ .**

**Lời giải**

Ta có  $5^{x-1} = 2^{x^2-1} \Leftrightarrow x - 1 = \log_5 2^{x^2-1} \Leftrightarrow x - 1 = (x^2 - 1) \log_5 2 \Leftrightarrow (x - 1)[1 - (x + 1) \log_5 2] = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(1 - \log_5 2 - x \log_5 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1 - \log_5 2}{\log_5 2} = \frac{1}{\log_5 2} - 1 = \log_2 5 - 1 \end{cases}$$

Không mất tổng quát, giả sử  $x_1 = 1, x_2 = \log_2 5 - 1$ .

$$\Rightarrow P = x_1 + x_2 = \log_2 5.$$

**Câu 35.** Cho tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ . Từ tập  $A$  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số và chia hết cho 3?

A.  $24$ .

B.  $36$ .

C.  $70$ .

**D.  $72$ .**

**Lời giải**

+ Từ các chữ số của tập hợp  $A$  ta tìm được các bộ 3 chữ số khác nhau có tổng chia hết cho 3 là:  $(1; 2; 3), (1; 2; 6), (1; 3; 5), (1; 5; 6), (2; 3; 4), (2; 4; 6), (3; 4; 5), (4; 5; 6)$ .

Với mỗi bộ 3 chữ số đó ta lập được  $3! = 6$  số tự nhiên gồm 3 chữ số và chia hết cho 3.

Do đó, lập được tất cả  $8 \cdot 6 = 48$  số.

+ Từ các chữ số của tập hợp  $A$  ta lập được các bộ 3 chữ số có 2 chữ số giống nhau có tổng chia hết cho 3 là:  $(1; 1; 4), (2; 2; 5), (3; 3; 6), (4; 4; 1), (5; 5; 2), (6; 6; 3)$ .

Với mỗi bộ này lập được 3 số tự nhiên gồm 3 chữ số và chia hết cho 3.

Do đó, lập được tất cả  $6 \cdot 3 = 18$  số.

+ Từ các chữ số của tập hợp  $A$  ta lập được 6 số có 3 chữ số giống nhau chia hết cho 3 là:  $111; 222; 333; 444; 555; 666$ .

Vậy có tất cả  $48+18+6=72$  số.

**Câu 36.** Biết  $x_1, x_2 (x_1 > x_2)$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_3 \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{3x} \right) + x^2 + 2 = 3x$  và

$4x_1 + 2x_2 = a + \sqrt{b}$ , với  $a, b$  là hai số nguyên dương. Tính  $a + b$ .

A.  $a + b = 9$ .

B.  $a + b = 12$ .

C.  $a + b = 7$ .

**D.  $a + b = 14$ .**

**Lời giải**

Điều kiện xác định:  $\frac{x^2 - 2x + 1}{3x} > 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{3x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$$\log_3 \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{3x} \right) + x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 2x + 1) - \log_3 3x + x^2 + 2 = 3x$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 2x + 1) - \log_3 x + x^2 + 1 = 3x \Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1) = \log_3 x + x \quad (*)$$

Xét hàm số  $f(t) = \log_3 t + t$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có  $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$ .

$\Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

$$\text{Do đó } f(x^2 - 2x + 1) = f(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Vậy  $4x_1 + 2x_2 = 9 + \sqrt{5} \Rightarrow a = 9, b = 5 \Rightarrow a + b = 14$ .

**Câu 37.** Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log_{0,2} (x^2 + 1) \leq \log_{0,2} (mx^2 + 4x + m) + 1$  nghiệm đúng với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$  là

A. 0.

**B. 1.**

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

Ta có:  $\log_{0,2} (x^2 + 1) \leq \log_{0,2} (mx^2 + 4x + m) + 1 \Leftrightarrow \log_{0,2} (x^2 + 1) \leq \log_{0,2} \left[ \frac{1}{5} (mx^2 + 4x + m) \right]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{5} (mx^2 + 4x + m) \leq x^2 + 1 \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-5)x^2 + 4x + m - 5 \leq 0 \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (I)$$

\* Xét  $(m-5)x^2 + 4x + m - 5 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (1)$

Với  $m = 5$ , thay vào (1) ta thấy không thỏa mãn.

$$\text{Với } m \neq 5, \text{ ta có } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-5 < 0 \\ 4 - (m-5)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \geq 7 \Leftrightarrow m \leq 3 \end{cases} \quad (3)$$

\* Xét  $mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (2)$

Với  $m = 0$ , thay vào (2) ta thấy không thỏa mãn.

$$\text{Với } m \neq 0, \text{ ta có } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > 2 \text{ hoặc } m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2. \quad (4)$$

Từ (3) và (4), suy ra  $(I) \Leftrightarrow 2 < m \leq 3$ .

Vậy có 1 giá trị nguyên  $m = 3$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 38.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ ,  $I$  là trung điểm  $CD'$ . Khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(BDD'B')$  bằng

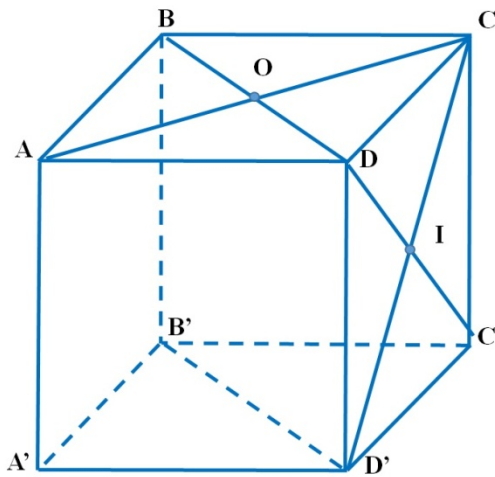
**A.**  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

**B.**  $\frac{a}{4}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } d(I, (BDD'B')) = \frac{ID'}{CD'} d(C, (BDD'B')) = \frac{1}{2} d(C, (BDD'B')).$$

$$\text{Gọi } O \text{ là tâm của hình vuông } ABCD, \text{ ta có } \begin{cases} CO \perp BD \\ CO \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CO \perp (BDD'B').$$

$$\text{Suy ra } d(C, (BDD'B')) = CO = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(I, (BDD'B')) = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

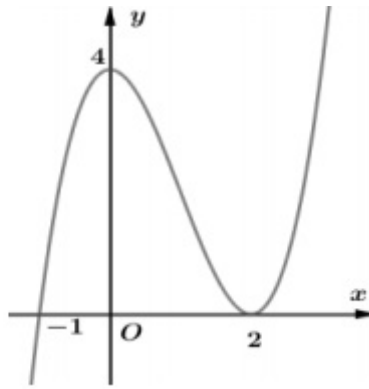
$$\text{Số nghiệm thực của phương trình } \frac{f(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0 \text{ là}$$

**A.** 2.

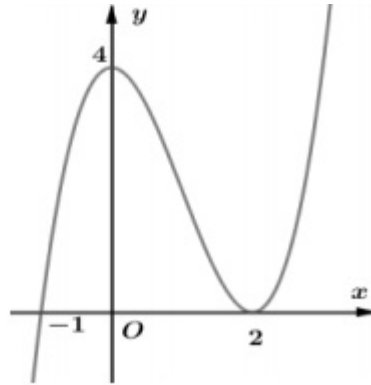
**B.** 4.

**C.** 3.

**D.** 1.



**Lời giải**



Từ đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , ta có  $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ .

$$\text{Phương trình } \frac{f(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(f(x)) = 0 \\ f^2(x) + f(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = 2.$$

Từ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  suy ra phương trình  $f(x) = 2$  có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực của phương trình  $\frac{f(f(x))}{f^2(x) + f(x)} = 0$  là 3 nghiệm.

**Câu 40.** Giả sử  $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$ ;  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $P = a.b$ .

**A.**  $P = -6$ .

**B.**  $P = -5$ .

**C.**  $P = -4$ .

**D.**  $P = 8$ .

**Lời giải**

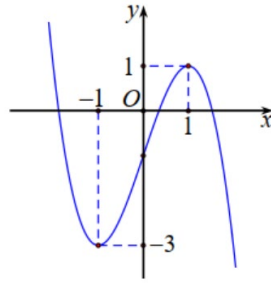
$$\text{Ta có } \int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = \int_0^2 \frac{x-1}{(x+1)(x+3)} dx = \int_0^2 \left[ \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x+1} \right] dx$$

$$= \left( 2 \ln |x+3| - \ln |x+1| \right) \Big|_0^2 = (2 \ln 5 - \ln 3) - (2 \ln 3 - \ln 1) = 2 \ln 5 - 3 \ln 3.$$

Đổi chiều đề bài ta có  $a = 2, b = -3$ .

Vậy  $P = a.b = -6$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Tính  $T = f(a - b + c - d - 3)$ .

A.  $T = 0$ .

B.  $T = 2$ .

**C.  $T = -1$ .**

D.  $T = 4$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có hệ: } \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(-1) = -3 \\ f'(1) = 0 \\ f'(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ -a + b - c + d = -3 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 3 \\ d = -1 \end{cases}$$

Vậy  $f(x) = -x^3 + 3x - 1 \Rightarrow T = f(a - b + c - d - 3) = f(0) = -1$ .

**Câu 42.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = |x^4 + 2mx^2 - 4|$  có đúng ba điểm cực trị và ba điểm cực trị đó tạo thành tam giác có diện tích lớn hơn 4.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

**D. 2.**

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = x^4 + 2mx^2 - 4$ .

Ta có:  $f'(x) = 4x^3 + 4mx$ .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases}.$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^4 + 2mx^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}}.$$

+) Nếu  $m < 0$  thì đồ thị hàm số  $f(x)$  có 3 điểm cực trị và luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Suy ra đồ thị hàm số  $y = |x^4 + 2mx^2 - 4|$  có 5 điểm cực trị (không thỏa mãn yêu cầu đề bài).

+) Nếu  $m \geq 0$  thì đồ thị hàm số  $f(x)$  có 1 điểm cực trị là  $A(0; -4)$  và cắt trục hoành tại 2 điểm  $B\left(\sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}}; 0\right), C\left(-\sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}}; 0\right)$ .

Khi đó đồ thị hàm số  $y = |x^4 + 2mx^2 - 4|$  có 3 điểm cực trị là  $A'(0; 4), B\left(\sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}}; 0\right), C\left(-\sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}}; 0\right)$ .

Ta có  $S_{A'BC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}} = 4\sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}}$ .

$$S_{A'BC} > 4 \Leftrightarrow \sqrt{-m + \sqrt{m^2 + 4}} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 4} > m + 1 \Leftrightarrow m^2 + 4 > m^2 + 2m + 1 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}.$$

Kết hợp với  $m \geq 0$  ta được  $0 \leq m < \frac{3}{2}$ .

Mà  $m$  là số nguyên nên  $m \in \{0; 1\}$ .

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $3a$ , cạnh  $SA = a$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ;  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB$  và  $SC$ . Thể tích của khối tứ diện  $AMNG$  bằng

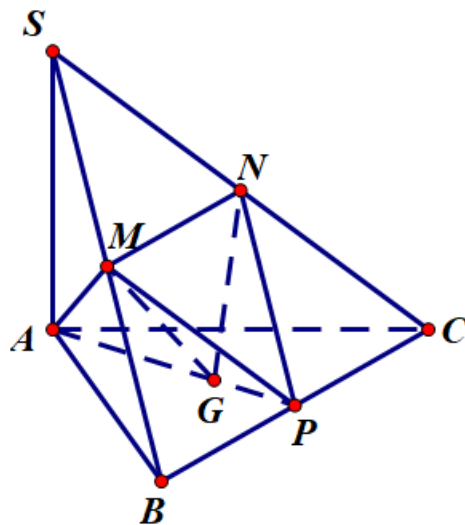
A.  $\frac{9\sqrt{3}a^3}{16}$ .

B.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ .

C.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$ .

**D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .**

**Lời giải**



Gọi  $P$  là trung điểm của  $BC$ .

Ta có:  $\frac{V_{A.MNG}}{V_{A.MNP}} = \frac{AG}{AP} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{AMNG} = \frac{2}{3} V_{A.MNP}$  (1).

Mà  $\triangle MNP$  đồng dạng  $\triangle CBS$  theo tỉ số  $\frac{1}{2}$ . Suy ra  $S_{\triangle SBC} = 4S_{\triangle MNP} \Rightarrow V_{A.MNP} = \frac{1}{4} V_{A.SBC}$  (2).

Mặt khác:  $V_{A.SBC} = V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot (3a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$  (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra  $V_{AMNG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 44:** Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo thể tích không đổi bằng  $V = 5 \text{ m}^3$ , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là 100000 đồng/ $\text{m}^2$ , giá tôn làm mặt xung quanh của thùng là 80000 đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi người bán gạo đó đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu sao cho chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

A. 1 m.

B. 1,5 m.

C. 3 m.

**D. 2 m.**

**Lời giải**

Gọi  $x, h$  lần lượt là cạnh đáy và chiều cao của hình hộp chữ nhật.  $x > 0, h > 0$  ( $m$ )

Thể tích của thùng gạo là  $V = x^2 \cdot h$  hay  $h = \frac{5}{x^2}$ .

Khi đó, chi phí để làm thùng gạo là:  $T = x^2 \cdot 100 + 320xh$  (trăm nghìn)

$$T = 100 \left( x^2 + 3,2x \cdot \frac{5}{x^2} \right) = 100 \cdot \left( x^2 + \frac{16}{x} \right) = 100 \cdot \left( x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \right).$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM, ta có  $T \geq 100 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}}$  hay  $T \geq 1200$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $x^2 = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x = 2$ .

Vậy khi cạnh đáy là 2 m thì chi phí đóng thùng nhỏ nhất là 1 triệu 200 nghìn đồng.

**Câu 45.** Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2}{x+3m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -6)$  là

**A. 2**

**B. 4.**

**C. 20.**

**D. 21.**

**Lời giải**

Ta có  $y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -6)$  khi và chỉ khi

$$y' > 0 \forall x \in (-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ x = -3m \notin (-\infty; -6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < m \leq 2.$$

Vậy có hai giá trị nguyên thỏa mãn là  $m = 1; m = 2$ .

**Câu 46.** Có bao nhiêu số nguyên  $y$  để với mỗi  $x$  có đúng 2 số thực  $x$  thỏa mãn bất phương trình

$$\frac{2e^x}{\sqrt{8e^x - y}} + \ln(8e^x - y) \leq 2x + 2 (*)$$

**A. 2.**

**B. 15.**

**C. 16.**

**D. 3.**

**Lời giải**

+) Đặt  $t = \sqrt{8e^x - y}$  ( $t > 0$ )  $\Rightarrow t^2 = 8e^x - y \Rightarrow 2e^x = \frac{t^2 + y}{4}$  và  $x = \ln \frac{t^2 + y}{8}$ .

+) Khi đó (\*) có dạng

$$\frac{t^2 + y}{4t} + 2 \ln t \leq 2 \ln \frac{t^2 + y}{8} + 2 \Leftrightarrow \frac{t^2 + y}{8t} + \ln t \leq \ln \frac{t^2 + y}{8} + 1 \Leftrightarrow \frac{t^2 + y}{8t} \leq \ln \frac{t^2 + y}{8t} + 1.$$

Đặt  $u = \frac{t^2 + y}{8t}$ , ta có  $\ln u \geq u - 1$  (1).

Xét hàm số  $f(u) = \ln u - u + 1; f'(u) = \frac{1}{u} - 1; f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 1$ .

Ta có bảng biến thiên

|         |                                                                                    |   |           |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------|---|-----------|
| $u$     | 0                                                                                  | 1 | $+\infty$ |
| $f'(u)$ | +                                                                                  | 0 | -         |
| $f(u)$  |  |   |           |

+) Từ bảng biến thiên suy ra  $f(u) \leq 0 \Leftrightarrow \ln u \leq u - 1$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $u = 1$  hay  $t^2 + y = 8t \Leftrightarrow 8e^x = 8\sqrt{8e^x - y} \Leftrightarrow e^{2x} = 8e^x - y \Leftrightarrow y = 8e^x - e^{2x}$ .

Xét hàm số  $y = 8e^x - e^{2x}$ ;  $y' = 8e^x - 2e^{2x}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = \ln 4$ , ta có bảng biến thiên

|      |           |         |           |
|------|-----------|---------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $\ln 4$ | $+\infty$ |
| $y'$ | -         | 0       | +         |
| $y$  | 0         | 16      | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra  $0 < y < 16$ . Vậy có 15 số nguyên  $y$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 47.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Tính cosin của góc  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABC)$

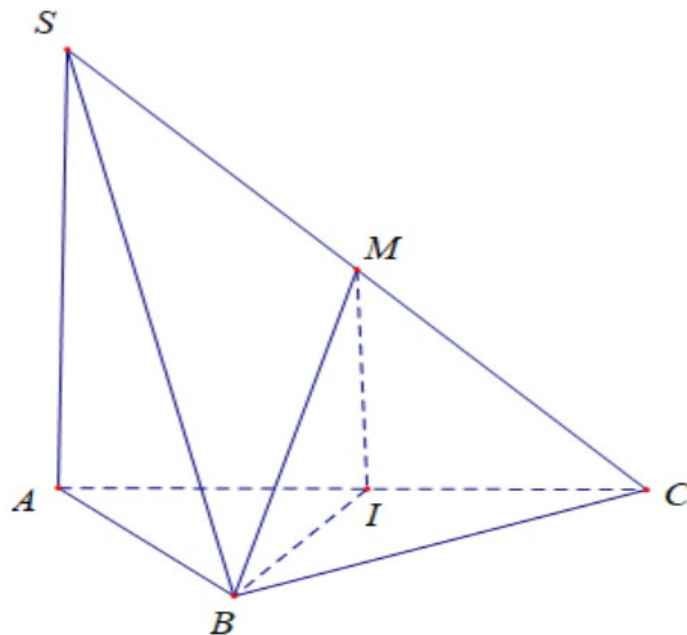
**A.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$ .

**B.**  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ .

**C.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$ .

**D.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**Lời giải**



+ Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow MI \parallel SA$ .

Mà  $SA \perp (ABC) \Rightarrow MI \perp (ABC) \Rightarrow \alpha = (BM; (ABC)) = (BM; BI) = \widehat{MBI}$ .

+ Trong tam giác  $BMI$ :  $\cos \alpha = \frac{BI}{BM}$ .

+  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a \Rightarrow BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ;  $MI = \frac{1}{2}SA = a \Rightarrow BM = \sqrt{MI^2 + BI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ .

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{BI}{BM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{7}}{2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

**Câu 48.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$ ,  $f(1) = \sqrt{e}$  và thỏa mãn  $f^3(x)e^{-x} + (x^3 + x^2)f(x) - 2x^3f'(x) = 0, \forall x \in (0; +\infty)$ . Tính  $\int_1^2 f(x)dx$ .

A.  $e + \sqrt{e}$ .

**B.  $2\sqrt{e}$ .**

C.  $2e$ .

D.  $e - \sqrt{e}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f^3(x)e^{-x} + (x^3 + x^2)f(x) - 2x^3f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)f(x) - 2x^3f'(x) = -\frac{f^3(x)}{e^x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)e^x f^2(x) - 2xe^x \cdot f(x) \cdot f'(x)}{f^4(x)} = -\frac{1}{x^2} \Leftrightarrow \left[ \frac{x \cdot e^x}{f^2(x)} \right]' = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{x \cdot e^x}{f^2(x)} = \frac{1}{x} + C.$$

$$\text{Cho } x=1 \text{ được } \frac{1 \cdot e^1}{f^2(1)} = \frac{1}{1} + C \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\Rightarrow \frac{x \cdot e^x}{f^2(x)} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow f^2(x) = x^2 \cdot e^x \Rightarrow f(x) = x \cdot e^{\frac{x}{2}}.$$

$$\text{Xét } I = \int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{\frac{x}{2}} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = 2e^{\frac{x}{2}} \end{cases} \Rightarrow I = 2xe^{\frac{x}{2}} \Big|_1^2 - 2 \int_1^2 e^{\frac{x}{2}} dx = \left( 2xe^{\frac{x}{2}} - 4e^{\frac{x}{2}} \right) \Big|_1^2 = 2\sqrt{e}.$$

**Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$ . Giả sử  $M \in (P)$  và  $N \in (S)$  sao cho  $\overrightarrow{MN}$  cùng phương với vectơ  $\vec{u}(1; 0; 1)$  và khoảng cách giữa  $M$  và  $N$  lớn nhất. Tính  $MN$

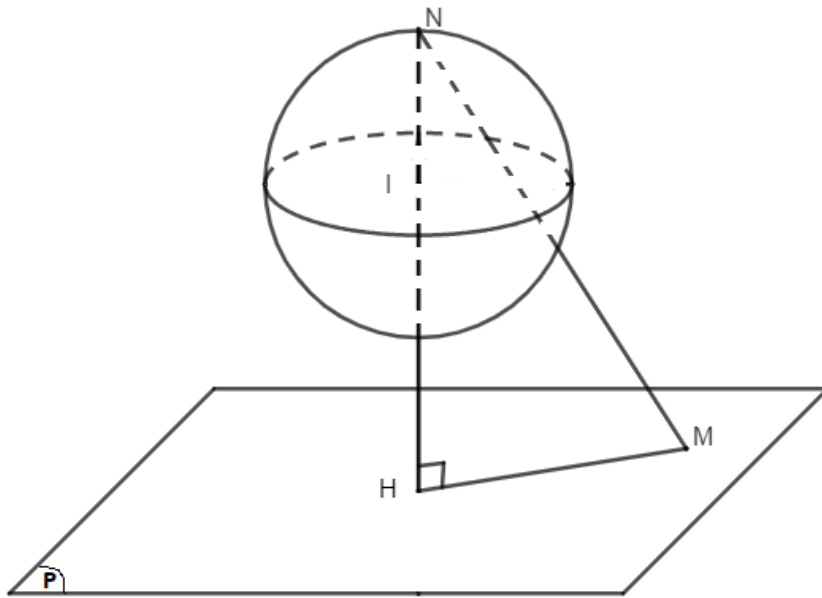
**A.  $MN = 3\sqrt{2}$ .**

B.  $MN = 3$ .

C.  $MN = 1 + \sqrt{2}$ .

D.  $MN = 14$ .

**Lời giải**



$(P): x - 2y + 2z - 3 = 0 \Rightarrow$  một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là:  $\vec{n} = (1; -2; 2)$

Mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0 \Rightarrow$  Tâm  $I(-1; 2; 1)$  và bán kính  $R = 1$ .

$MN$  có một vector chỉ phương là vector  $\vec{u}(1; 0; 1)$

Ta có  $\sin(MN, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (MN, (P)) = 45^\circ$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $N$  lên mặt phẳng  $(P)$

$\Rightarrow \triangle MNH$  vuông cân tại  $H$  nên  $\Rightarrow MN = \sqrt{2}NH$ .

Vậy khoảng cách  $MN$  lớn nhất khi  $NH$  lớn nhất:  $\Rightarrow NH_{\max} = d(I, (P)) + R = \frac{|-1 - 4 + 2 - 3|}{3} + 1 = 3$

Vậy  $MN_{\max} = 3\sqrt{2}$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = 2024^x - \frac{1}{2024^x} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + x$ . Biết rằng  $m = a + b\sqrt{2}$  (với  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$ ) là số thực sao cho phương trình  $f(|x^3 - 3x|) + f(m) = 0$  có 6 nghiệm thực phân biệt thỏa mãn tổng các nghiệm âm bằng  $2 - 4\sqrt{2}$ . Tính  $a - b$ .

**A.** -38.

**B.** -6.

**C.** 38.

**D.** 6.

**Lời giải**

Ta có  $\sqrt{x^2 + 1} > |x| \Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} + x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ta có:

$$f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} - \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) - x = \frac{1}{2024^x} - 2024^x - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}\right) - x = -f(x) \Rightarrow$$

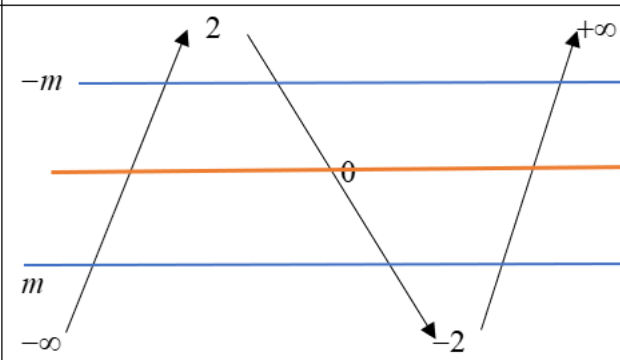
Hàm số  $f(x)$  là hàm số lẻ.

Mặt khác  $f'(x) = 2024^x \cdot \ln 2024 + 2024^{-x} \ln 2024 - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Phương trình  $f(|x^3 - 3x|) + f(m) = 0 \Leftrightarrow f(|x^3 - 3x|) = -f(m) \Leftrightarrow f(|x^3 - 3x|) = f(-m)$

$$\Leftrightarrow |x^3 - 3x| = -m \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = -m & (1) \\ x^3 - 3x = m & (2) \end{cases} \quad (m \leq 0).$$

Hàm số  $g(x) = x^3 - 3x$  có bảng biến thiên

|         |                                                                                   |      |     |     |           |     |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$                                                                         | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $g'(x)$ |                                                                                   | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $g(x)$  |  |      |     |     |           |     |

Ta thấy hàm số  $g(x) = x^3 - 3x$  là hàm số lẻ nên nếu phương trình (1) có 3 nghiệm  $x_1 < x_2 < x_3$  thì phương trình (2) có các nghiệm là  $-x_3 < -x_2 < -x_1$ .

Các nghiệm âm của phương trình đã cho là  $-x_3; x_1; x_2$

Theo bài ra ta có  $x_1 + x_2 - x_3 = 2 - 4\sqrt{2}$ .

Theo định lý Vi-et ta có  $x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow 2x_3 = 4\sqrt{2} - 2 \Rightarrow x_3 = 2\sqrt{2} - 1$ .

Vì  $x_3$  là nghiệm của phương trình (1) nên:  $(2\sqrt{2} - 1)^3 - 3(2\sqrt{2} - 1) = -m \Rightarrow m = 22 - 16\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 22 \\ b = -16 \end{cases}. \text{ Vậy } a - b = 38.$$