

Đề chính thức

Môn thi chuyên: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)

Ngày thi: 05/6/2024

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,0 điểm)

- Cho $a-b=\sqrt{17-12\sqrt{2}}+2\sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A=a^2(a+1)-b^2(b-1)-11ab+2024$.
- Cho phương trình $x^2-6mx+18m-9=0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1^2-6mx_1+16m-20)(x_2^2-6mx_2+17m-7)=15m-28$.

Bài 2: (2,5 điểm)

- Giải phương trình $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-1}{x+2}-\frac{x+4}{x-3}-\frac{x-4}{x+3}=\frac{5}{4}$, ($x \in \mathbb{R}$).
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2-2xy-y+4x-2=0 \\ x^2-3y-3=\sqrt{x^4+24} \end{cases}$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Bài 3: (1,5 điểm)

- Tìm tất cả cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình $6x^2-2y^2-xy+4x+2y=7$.
- Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $\sqrt{12n^2+1}$ là một số nguyên dương. Chứng minh $8\sqrt{12n^2+1}+8$ là một số chính phương.

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và một dây cung BC cố định không là đường kính. Xét điểm A thay đổi trên (O) sao cho ABC là tam giác nhọn và $AB < AC$. Gọi D, E, F lần lượt là chân các đường cao của tam giác ABC kẻ từ A, B, C . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và I là trung điểm của BC .

- Chứng minh $\widehat{IEC} = \widehat{ICE}$ và IE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF .
- Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC . Đường thẳng PH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF tại điểm thứ hai là Q khác H . Chứng minh $PD.PI = PE.PF$ và $\widehat{AFQ} = \widehat{PIQ}$.
- Gọi L là điểm đối xứng với A qua O và M, N, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của L lên BC, CH, BH . Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác MNK luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5: (1,0 điểm)

- Chứng minh từ 5 số tự nhiên bất kì luôn tìm được 3 số mà tổng của chúng chia hết cho 3.
- Chứng minh từ 161 số tự nhiên bất kì luôn tìm được 81 số mà tổng của chúng chia hết cho 81.