

A. ĐẠI SỐ**Dạng 1: Tỷ lệ thức và đại lượng tỉ lệ.****Bài 1:** Tìm x, y, z biết:

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, và $x + y + z = 30$;

b) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, và $x - 2y + 3z = 38$;

c) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$; $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ và $x + z = 78$.

d) $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7}$ và $x - y + z = 36$

e) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$ và $x^3 - y^3 + z^3 = -29$

f) $\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}$ và $xyz = 240$

Bài 2: Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất cày trong 5 ngày, đội thứ hai cày trong 4 ngày và đội thứ ba cày trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày biết rằng ba đội có tất cả 37 máy (Năng suất các máy như nhau)

Bài 3: Ba nhóm thợ thực hiện xây các ngôi nhà giống nhau. Nhóm thứ nhất xây trong 40 ngày, nhóm thứ hai xây trong 60 ngày và nhóm thứ ba xây trong 50 ngày. Biết nhóm thứ ba có ít hơn nhóm thứ nhất là 3 người thợ, tính số thợ của mỗi nhóm (năng suất các người thợ như nhau)

Bài 4: Ba xe khởi hành cùng một lúc để chở nguyên liệu từ kho đến phân xưởng. Thời gian ba xe đi chuyển lần lượt là 10 giờ, 15 giờ và 25 giờ. Biết vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai là 5 km/h. Tính vận tốc mỗi xe

Bài 5: Học sinh của ba lớp 7 cần trồng và chăm sóc 24 cây xanh. Lớp 7A có 32 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh, lớp 7C có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh? Biết số cây xanh mỗi lớp trồng tỉ lệ với số học sinh lớp đó.

Bài 6: Cuối học kì I, tổng số học sinh khối 7 đạt loại giỏi và khá nhiều hơn số học sinh đạt trung bình là 45 em. Biết rằng số học sinh đạt loại giỏi, khá, trung bình tỉ lệ với 2; 5; 6. Tính số học sinh giỏi, khá, trung bình của khối 7.

Dạng 2: Đa thức**Bài 1:** Cho hai đa thức

$$M(x) = -5x^4 + 3x^5 + x(x^2 + 5) + 14x^4 - 6x^5 - x^3 + x - 1$$

$$N(x) = x^4(x - 5) - 3x^3 + 3x + 2x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 5$$

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến

b) Tính $H(x) = M(x) + N(x)$; $G(x) = M(x) - N(x)$ c) Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$ và $G(x)$ d) Tính $H(-1)$; $H(1)$; $G(1)$; $G(0)$ e) Tìm nghiệm của đa thức $H(x)$ **Bài 2:** Thực hiện phép tính

a) $3x(x^2 - 5x + 7)$

b) $(x + 4)(-x^2 + 6x + 5)$

B. HÌNH HỌC

Bài 1: Cho tam giác DEF cân tại D. Trên cạnh DE và DF lần lượt lấy hai điểm H và K sao cho $DH = DK$. Gọi giao điểm của EK và FH là O. Chứng minh rằng

- a) $EK = FH$ b) $\triangle HOE = \triangle KOF$ c) DO vuông góc với EF

Bài 2: Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, đường cao AD. Trên đoạn DC lấy điểm E sao cho $DB = DE$

- a) Chứng minh tam giác ABE cân;
b) Từ E kẻ EF vuông góc với AC (F thuộc AC). Từ C kẻ CK vuông góc với AE (K thuộc AE). Chứng minh rằng ba đường thẳng AD, EF và CK đồng quy tại một điểm.

Bài 3: Cho tam giác đều DEF. Tia phân giác của góc E cắt cạnh DF tại M. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với DE, đường thẳng này cắt tia EM tại N và cắt tia EF tại P. Chứng minh rằng

- a) $\triangle DNF$ cân b) NF vuông góc với EF c) $\triangle DEP$ cân

Bài 4: Cho tam giác DEF cân tại D. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DF và DE. Kẻ DH vuông góc với EF

- a) Chứng minh $EM = FN$ và $\widehat{DEM} = \widehat{DFN}$
b) Gọi giao điểm của EM và FN là K. Chứng minh rằng $KE = KF$
c) Chứng minh EM, FN, DH đồng quy

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\hat{A} < 90^\circ$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

- a) Chứng minh rằng: $\triangle ABH = \triangle ACH$ rồi suy ra AH là tia phân giác góc A
b) Từ H vẽ $HE \perp AB$ tại E, $HF \perp AC$ tại F. Chứng minh rằng: $\triangle EAH = \triangle FAH$ rồi suy ra $\triangle HEF$ là tam giác cân.
c) Đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt tia AH tại K. Chứng minh rằng: $EH \parallel BK$.
d) Qua A, vẽ đường thẳng song song với BC cắt tia HF tại N. Trên tia HE lấy điểm M sao cho $HM = HN$. Chứng minh rằng: M, A, N thẳng hàng.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của \widehat{ABC} cắt AC tại M. Gọi N là hình chiếu của M trên BC.

- a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle NBM$ và MB là tia phân giác của \widehat{AMN} .
b) Vẽ $NK \parallel BM$ (K thuộc MC). Chứng minh $\widehat{BMN} = \widehat{MKN}$ và $\triangle MNK$ cân.
c) Chứng minh $BM \perp AN$ và $AN < AK$.
d) Tìm điều kiện của $\triangle ABC$ vuông ban đầu để K là trung điểm của MC.

Bài 7: Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Lấy điểm M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên cạnh AB, AC. Đường thẳng qua H và song song với AC cắt cạnh AB ở D.

- a) Chứng minh rằng $BH = HC$.
b) So sánh độ dài hai đoạn thẳng BH và HN.
c) Chứng minh rằng $DH = \frac{1}{2} AB$.

d) Chứng minh rằng $CD < \frac{CA+CB}{2}$. Biết $AB > BC$, chứng minh rằng $HA > 2HM$.

Bài 8: Người ta làm một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật bằng bìa với chiều dài 22cm, chiều rộng 16cm và chiều cao 18cm

a) Tính thể tích của chiếc hộp

b) Tính diện tích bìa dùng để làm chiếc hộp

Bài 9: Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 12,6 m, chiều rộng 7,2 m, chiều cao 35m. Người ta muốn lăn sơn tường và trần nhà. Hỏi diện tích cần lăn sơn là bao nhiêu mét vuông, biết rằng tổng diện tích các cửa bằng $12m^2$.

Bài 10: Một chiếc bánh kem có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 25cm, chiều rộng là 20cm và chiều cao là 15cm. Người ta cắt đi một miếng bánh có dạng hình lập phương cạnh là 3cm. Tính thể tích phần còn lại của chiếc bánh kem

Bài 11: Một chiếc gàu xúc của một xe xúc có dạng gần như một hình lăng trụ đứng tam giác, biết diện tích đáy là $1,5cm^2$, chiều cao là 3,2 m. Hỏi để xúc hết $90cm^3$ cát, xe phải xúc bao nhiêu gàu?

Bài 12: Một chiếc hộp đèn trang trí có dạng hình lăng trụ đứng tứ giác. Biết chu vi đáy là 45cm, chiều cao là 15cm. Người ta dán giấy màu xung quanh hộp. Hỏi cần bao nhiêu giấy để dán xung quanh chiếc đèn

C. NÂNG CAO

Bài 1. Chứng minh rằng các đa thức sau vô nghiệm:

a) $x^2 + 1$

b) $x^{2024} + (x-1)^4 + 10$

c) $x^2 - 2x + 2$

Bài 2: Cho hai đa thức: $f(x) = ax + b; g(x) = x^2 - x + 1$

Hãy xác định a, b biết: $f(1) = g(2)$ và $f(-2) = g(1)$

Bài 3: Cho các số: a, b, c, d, x, y, z khác 0 thỏa mãn điều kiện: $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$

Chứng minh rằng: $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$

Bài 4: Chứng minh rằng: Nếu $a(y+z) = b(z+x) = c(x+y)$ trong đó $a, b, c \neq 0$

thì: $\frac{y-z}{a(b-c)} = \frac{z-x}{b(c-a)} = \frac{x-y}{c(a-b)}$

Bài 5: Cho các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2016$. Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phải là một số nguyên:

$$A = \frac{a}{2016 - c} + \frac{b}{2016 - a} + \frac{c}{2016 - b}$$