| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO<br>NAM ĐỊNH<br><br>**ĐỀ THAM KHẢO** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**<br>**NĂM HỌC 2024 - 2025**<br>Môn: **Toán** – Lớp **11**<br>Thời gian làm bài: 120 phút. |
|---|---|

Đề thi gồm 06 trang.

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\tan x+2025}{\sin^2 x+1}$ là

**A.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.
**B.** $\mathbb{R}$.
**C.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$.
**D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

**Câu 2:** Hàm số $y=\tan 2x$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $(0;\pi)$.
**B.** $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$.
**C.** $(-\pi;\pi)$.
**D.** $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right)$.

**Câu 3:** Phương trình $\sin 2x+\cos 3x=0$ có tất cả các nghiệm là

**A.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
**B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\ x=\dfrac{\pi}{10}+k\dfrac{2\pi}{5}\,(k\in\mathbb{Z})$.
**C.** $x=\pi+k2\pi;\ x=k\dfrac{2\pi}{5}\,(k\in\mathbb{Z})$.
**D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\ x=-\dfrac{\pi}{10}+k\dfrac{2\pi}{5}\,(k\in\mathbb{Z})$.

**Câu 4:** Phương trình $\dfrac{\sin 2x}{\sin x-1}=0$ có tất cả các nghiệm là

**A.** $x=k\dfrac{\pi}{2}\,(k\in\mathbb{Z})$.
**B.** $x=k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
**C.** $x=k\pi; x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
**D.** $x=k\pi; x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

**Câu 5:** Biết $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=4$. Khi đó $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng

**A.** $-\infty$.
**B.** $4$.
**C.** $+\infty$.
**D.** $0$.

**Câu 6:** Bạn Lan có 15 nghìn đồng để đi mua vở. Vở loại $A$ có giá $3000$ đồng một cuốn, vở loại $B$ có giá $4000$ đồng một cuốn. Hỏi bạn Lan có thể mua nhiều nhất bao nhiêu quyển vở sao cho bạn có cả hai loại vở?

**A.** $3$.
**B.** $5$.
**C.** $4$.
**D.** $6$.

**Câu 7:** Trong hệ tọa độ $Oxy$ cho $A(2;3), B(4;6)$. Điểm $M$ thuộc trục $Ox$ sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Hoành độ điểm $M$ là

**A.** $3$.
**B.** $5$.
**C.** $4$.
**D.** $6$.

**Câu 8:** Cho $\Delta ABC$ có $BC=4, BA=5, ABC=150^\circ$. Tính diện tích tam giác $ABC$.

**A.** $S=10$.
**B.** $S=10\sqrt{3}$.
**C.** $S=5$.
**D.** $S=5\sqrt{3}$.

**Câu 9:** Tam giác $ABC$ có $BC=12$, $CA=9, AB=6$. Trên cạnh $BC$ lấy điểm $M$ sao cho $BM=8$. Tính độ dài đoạn thẳng $AM$.

**A.** 34.
**B.** 17.
**C.** $\sqrt{34}$.
**D.** $\sqrt{43}$.

**Câu 10:** Cho mẫu số liệu như sau:

| Giá trị | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | $x_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tần số | 10 | $n^2+7$ | 12 | $9n-1$ | 15 | 9 | $9n-11$ | 17 |

Tìm tất cả giá trị của $n$ để $M_O^{(1)}=x_2$; $M_O^{(2)}=x_4$ là hai mốt của mẫu số liệu trên.

**A.** $n=8$.
**B.** $n=1; n=8$.
**C.** $n=9$.
**D.** $n=3; n=6$.

**Câu 11:** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên trong đoạn $[0;20]$. Tính xác suất số được chọn chia hết cho 4.

**A.** $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

**Câu 12:** Trong không gian cho hai đường thẳng $a$ và $b$. Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.** Nếu $a$ và $b$ tương ứng thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì $a$ và $b$ chéo nhau.

**B.** Nếu $a$ và $b$ không có điểm chung thì $a$ và $b$ song song.

**C.** Nếu $a$ và $b$ cắt nhau thì có một mặt phẳng duy nhất chứa $a$ và $b$.

**D.** Nếu $a$ và $b$ không có điểm chung thì $a$ và $b$ chéo nhau.

**Câu 13:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi $\Delta$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAD)$ và $(SBC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $\Delta // AB$. **B.** $\Delta // AD$. **C.** $\Delta // AC$. **D.** $\Delta // BD$.

**Câu 14:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn $BC$, $BC=4$, $AD=AB=2$, tam giác $SAD$ đều. Gọi $I$ là một điểm trên đoạn $BD$ ($I$ không trùng với $B$ và $D$). Qua $I$ kẻ đường thẳng song song với $AD$ cắt cạnh $AB$ tại $M$, qua $M$ kẻ đường thẳng song song với $SA$ cắt cạnh $SB$ tại $Q$, $(IMQ)$ cắt các cạnh $CD, SC$ lần lượt tại $N$ và $P$. Biết $AM=1$. Tính diện tích của tứ giác $MNPQ$.

**A.** $\frac{5\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

**Câu 15:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi $M$ là trung điểm $SD$, $N$ là trọng tâm tam giác $SAB$. Đường thẳng $MN$ cắt mặt phẳng $(SBC)$ tại điểm $I$. Tính tỷ số $\frac{IN}{IM}$.

**A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

**Câu 16:** Cho tập hợp $A=\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi $S$ là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập $A$. Chọn ngẫu nhiên một số từ $S$, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

**A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

**Câu 17:** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} & \text{khi } x\neq 1 \\ m & \text{khi } x=1 \end{cases}$. Biết rằng $m=\frac{a\sqrt{2}}{b}$ (với $a$, $b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$. Giá trị của $a+b$ bằng

**A.** 5. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 51.

**Câu 18:** Cho dãy số $(u_n)$ với $\begin{cases} u_1=2024 \\ u_{n+1}=u_n-n, \forall n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$. Số hạng thứ mười của dãy số đã cho bằng

**A.** 1979. **B.** 1980. **C.** 2069. **D.** 1969.

**Câu 19:** Cho cấp số cộng $(u_n)$ có số hạng đầu bằng 2, công sai bằng $-3$. Tính tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng đã cho.

**A.** 14355. **B.** $-14355$. **C.** $-14454$. **D.** $-\frac{29007}{2}$.

**Câu 20:** Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế, … Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 70 800 000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

**A.** 120 000 đồng. **B.** 125 000 đồng. **C.** 130 000 đồng. **D.** 135 000 đồng.

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo.

● Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;

● Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Gọi $x; y$ lần lượt là số lít nước cam, nước táo được tạo thành.

**a)** Biểu thức biểu diễn số gam đường cần dùng là $30x+10y$.

**b)** Biểu thức biểu diễn số gam hương liệu cần dùng là $x+y$.

**c)** Cặp $(x;y)$ thỏa mãn bài toán thuộc miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 30x+10y\le 210 \\ x+y\le 9 \\ x+4y\le 24 \end{cases}$.

**d)** Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Điểm thưởng lớn nhất có thể đạt được là 640 điểm.

**Câu 2:** Khi ký hợp đồng dài hạn (10 năm) với các kỹ sư được tuyển dụng, công ty A đề xuất 4 phương án trả lương để người lao động chọn như sau:

**Phương án 1:** Người lao động sẽ nhận 82.000.000 đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ hai, mức lương sẽ tăng thêm 7.000.000 đồng mỗi năm.

**Phương án 2:** Người lao động sẽ nhận mức lương 18.000.000 đồng cho quý làm việc đầu và kể từ quý thứ hai mức lương sẽ tăng thêm 1.000.000 đồng cho mỗi quý.

**Phương án 3:** Người lao động sẽ nhận mức lương 4.000.000 đồng cho 1 tháng làm việc đầu và kể từ tháng thứ hai mức lương sẽ tăng thêm 100.000 đồng so với tháng trước đó.

**Phương án 4:** Người lao động sẽ nhận 72.000.000 đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ hai, mức lương sẽ tăng thêm 10% so với năm trước đó.

**a)** Sau hai năm làm việc đầu tiên, nếu người lao động chọn phương án trả lương 1 thì sẽ nhận về tổng số tiền là 171.000.000 đồng.

**b)** Sau 5 năm làm việc tổng số tiền người lao động nhận về theo phương án trả lương 2 sẽ được nhiều hơn phương án trả lương 3.

**c)** Sau 10 năm làm việc tổng số tiền người lao động nhận về theo phương án 4 là 880.000.000 đồng.

**d)** Ta nên chọn cách nhận lương theo phương án 1 để thu về tổng số tiền là nhiều nhất sau 10 năm làm việc.

**Câu 3:** Cho phương trình $2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)+\cos 4x+2\sin 2x-m=0$ ($m$ là tham số).

**a)** Biến đổi $\cos 4x=1-2\sin^2 2x;\ \sin^4 x+\cos^4 x=1-\sin^2 2x$

**b)** Khi $m=2$ thì phương trình có nghiệm $x=\frac{\pi}{4}$.

**c)** Khi $m=2$ thì phương trình có 3 nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$.

**d)** Biết tập tất cả các giá trị của $m$ để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $[a;b]$. Khi đó $20a+24b=100$.

**Câu 4:** Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} x^3+ax^2+bx+1 & khi\ x\le 0 \\ mx^2+nx+p & khi\ x>0 \end{cases}$

**a)** Hàm số gián đoạn tại $x=1$..

**b)** Nếu $p=1$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

**c)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{\sqrt{2x^6-3x^5+1}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

**d)** Với mọi $m,\ n,\ p$ thoả mãn điều kiện $m+2n+1000p=0;\ m.p\neq 0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm dương.

**Câu 5:** Cho hai đường thẳng $d_1,\ d_2$ song song với nhau và khoảng cách giữa $d_1,\ d_2$ bằng $2cm$. Trên $d_1$ lấy 7 điểm phân biệt $A_1,\ A_2,\ A_3,\ A_4,\ A_5,\ A_6,\ A_7$ sao cho $A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5=A_5A_6=A_6A_7=1cm$, trên $d_2$ lấy 6 điểm $B_1,B_2,B_3,B_4,B_5,B_6$ sao cho $B_1B_2=B_2B_3=B_3B_4=B_4B_5=B_5B_6=1cm$. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ các điểm trên.

**a)** Số phần tử không gian mẫu bằng $C_{13}^3$.

**b)** Xác suất để ba điểm được chọn tạo thành tam giác là $\dfrac{49}{286}$.

**c)** Xác suất để 3 điểm được chọn có 1 điểm là trung điểm của đoạn thẳng có 2 đầu mút là hai điểm còn lại bằng $\dfrac{15}{286}$.

**d)** Khi đó xác suất để chọn được 3 điểm tạo thành tam giác có diện tích bằng 1 cm$^2$ bằng $\dfrac{73}{286}$.

**Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD\,//\,BC,\ AD=2BC.$ Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm các cạnh $SB$ và $SD.$

**a)** Giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SCD)$ là đường thẳng $SO$, với $O$ là giao điểm của $AC$ và $BD.$

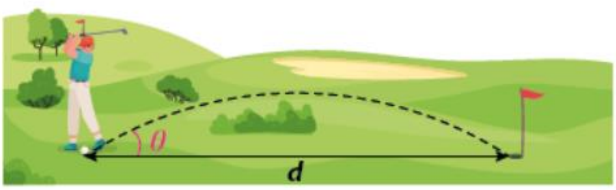
**b)** Giao tuyến của hai mặt phẳng $(AMN)$ và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua $A$, song song với đường thẳng $BD.$

**c)** Gọi $G$ là trọng tâm của tam giác $ABD,$ mặt phẳng $(GMN)$ cắt $SC$ tại $L.$ Tỉ số $\dfrac{SL}{SC}=\dfrac{3}{10}$.

**d)** Gọi $P$ là điểm tùy ý trên cạnh $SA$, mặt phẳng $(MNP)$ cắt $SC$ tại $Q$. Khi đó giá trị lớn nhất của $\dfrac{SA}{SP}.\dfrac{SC}{SQ}$ bằng $\dfrac{9}{2}$.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10.

**Câu 1:** Một quả bóng golf kể từ lúc được đánh đến lúc chạm mặt đất đã di chuyển được một khoảng cách $d$ $(\text{m})$ theo phương nằm ngang. Biết rằng $d=\dfrac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$, trong đó $v_0$ $(\text{m/s})$ là vận tốc ban đầu của quả bóng, $g$ là gia tốc trọng trường và $\theta$ là góc đánh quả bóng so với phương nằm ngang (nguồn: *http://pressbooks.uiowa.edu/clonedbook/chapter/projectile-motion/*). Tính giá trị của $P=\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-2\theta\right)$ khi $v_0=15$ m/s, $d=12,5$ m, $g=10$ m/s$^2$ và $0^0<\theta<45^0$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).




**Câu 2:** Số giờ có ánh sáng mặt trời $L(t)$ của một thành phố A trong ngày thứ $t$ của năm 2024 được cho bởi công thức $L(t)=4\sin\left[\dfrac{\pi}{178}(t-60)\right]+10$ với $t\in\mathbb{Z},\ 1\leq t\leq 366$. Biết rằng vào một ngày trong

tháng 5 là ngày trong năm thành phố A có nhiều giờ ánh sáng mặt trời nhất. Hỏi ngày đó là ngày bao nhiêu?

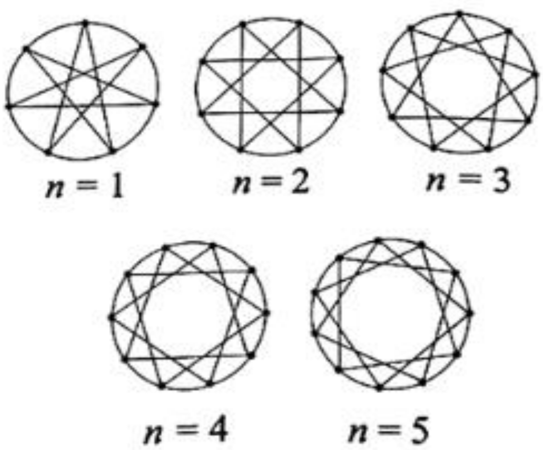
**Câu 3:** Một nhà sản xuất dùng ba loại nguyên liệu $A, B, C$ để sản xuất ra hai loại sản phẩm $P$ và $Q$. Để sản xuất $1kg$ mỗi loại sản phẩm $P$ hoặc $Q$ phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra $1kg$ sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

| Loại nguyên liệu | Số kilôgam nguyên liệu đang có | Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1 kg sản phẩm | |
|---|---|---|---|
| | | **P** | **Q** |
| $A$ | 10 | 2 | 2 |
| $B$ | 4 | 0 | 2 |
| $C$ | 12 | 2 | 4 |

Biết $1kg$ sản phẩm $P$ lãi 3 triệu đồng và $1kg$ sản phẩm $Q$ lãi 5 triệu đồng. Nhà sản xuất sẽ có lãi cao nhất thì cần làm ra $x\,kg$ sản phẩm $P$ và $y\,kg$ sản phẩm $Q$, khi đó nhà sản xuất lãi được bao nhiêu triệu đồng?

**Câu 4:** Vịnh Vân Phong – tỉnh Khánh Hòa nổi tiếng vì có con đường đi bộ xuyên biển nối từ Hòn Quạ đến đảo Điệp Sơn. Một du khách muốn chèo thuyền kayak từ vị trí $C$ trên Hòn Quạ đến vị trí $B$ trên bè thay vì đi bộ trên con đường qua vị trí $A$ rồi mới đến vị trí $B$. Nếu người đó chèo thuyền với vận tốc không đổi là $4$ km/h thì sẽ mất bao nhiêu phút (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) biết $AB = 0,4$ km, $AC = 0,6$ km và góc $BAC$ là $60^\circ$?


**Câu 5:** Với mỗi số nguyên dương $n$, lấy $n+6$ điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như Hình 1. Gọi $u_n$ là số đo góc ở một đỉnh (tính theo đơn vị radian) của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số. Biết $u_{24} = \frac{a}{b}.\pi$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathrm{N}$, tính $3a + 2b$.




*Hình 1*

**Câu 6:** Hai người A và B cùng nhau chơi một trận đấu tennis diễn ra tối đa 5 sét đấu. Người nào thắng 3 sét trước sẽ thắng trận đấu. Biết xác suất giành chiến thắng mỗi sét của A là $0,4$. Tính xác suất để A là người thắng trận thi đấu tennis này (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 7:** Một nhóm gồm $5$ bạn nam, $4$ bạn nữ và thầy giáo đứng thành $2$ hàng, mỗi hàng $5$ người để chụp ảnh kỉ niệm. Tính xác suất để khi đứng, thầy giáo xen giữa hai bạn nam đồng thời các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 8:** Cho dãy số $(s_n)$ với $s_n = \sin(4n-1)\dfrac{\pi}{6}$. Tính tổng của 2025 số hạng đầu của dãy số đã cho.

**Câu 9:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành; $M$ là trung điểm của $SD$, $E$ thuộc cạnh $BC$ sao cho $BE = 2EC$, $(AME)$ cắt $SC$ tại $F$. Tính tỉ số diện tích hai tam giác $SFD$ và $FCD$.

**Câu 10:** Cho tứ diện $SABC$ và $M$ là một điểm di động, nằm bên trong tam giác $\Delta ABC$. Qua $M$ kẻ các đường thẳng song song với $SA, SB, SC$ cắt các mặt phẳng tương ứng $(SBC)$, $(SAC)$, $(SAB)$ lần lượt tại $A', B', C'$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \dfrac{MA'}{SA} + \dfrac{MB'}{SB} + \dfrac{MC'}{SC} + \dfrac{MA'}{SA}.\dfrac{MB'}{SB}.\dfrac{MC'}{SC}$ là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

**----------HẾT---------**

Họ và tên thí sinh:. Số báo danh:.

Họ, tên và chữ ký của GT 1:. Họ, tên và chữ ký của GT 2:.