MA TRẬN ĐỀ THAM KHẢO THPT QUỐC GIA NĂM 2024
Môn: TOÁN - ***Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề***

LỚP	CHƯƠNG/CHỦ ĐỀ	NỘI DUNG KIẾN THỨC	Câu trong đề tham khảo	MỨC ĐỘ NHẬN THỨC				TỔNG SỐ CÂU	TỔNG THEO CHƯƠNG
				NB	TH	VD	VDC		
12	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ	Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số	12,32,40	1	1	1		3	10
		Cực trị của hàm số	1,17,49	1	1		1	3	
		GTLN, GTNN của hàm số	35		1			1	
		Tiệm cận	5	1				1	
		Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	6,25	1	1			2	
	HÀM SỐ MŨ HÀM SỐ LOGARIT	Lũy thừa - Mũ - Logarit	11,36	1	1			2	8
		Hàm số mũ-Hàm số Logarit	7,15,46	2			1	3	
		Phương trình mũ - PT Logarit	3,39	1		1		2	
		Bất PT mũ-BPT Loagrit	14	1				1	
	NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN	Nguyên hàm	2,24	1	1			2	7
		Tích phân	18,19,34	1	2			3	
		Ứng dụng tích phân tính diện tích	41			1		1	
		Ứng dụng tích phân tính thể tích	[48]				1	1	
	SỐ PHỨC	Định nghĩa và tính chất	9,28,42,47	1	1	1	1	4	6
		Các phép toán số phức	21,29	1	1			2	
		PT bậc hai theo hệ số thực						0	
	KHỐI ĐA DIỆN	Đa diện lồi - Đa diện đều	43			1		1	3
		Thể tích khối đa diện	13,20	1	1			2	
	KHỐI TRÒN XOAY	Khối nón	22	1				1	3
		Khối trụ	26,[45]		1	1		2	
		Khối cầu						0	

	HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG KHÔNG GIAN	Véc tơ trong không gian	**4**	**1**				**1**	**8**
		Phương trình mặt cầu	**10,37,50**	**1**	**1**		**1**	**3**	
		Phương trình mặt phẳng	**16,44**	**1**		**1**		**2**	
		Phương trình đường thẳng	**8,38**	**1**		**1**		**2**	
11	**ĐẠI SỐ TỔ HỢP**	Hoán vị - Chỉnh hợp - Tổ hợp	**23**		**1**			**1**	**3**
		Cấp số cộng - Cấp số nhân	**27**	**1**				**1**	
		Xác suất	**33**			**1**		**1**	
	QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN	Góc	**30**		**1**			**1**	**2**
		Khoảng cách	**31**			**1**		**1**	
		TỔNG	**50**	**20**	**15**	**10**	**5**	**50**	**50**

ĐỀ THAM KHẢO
PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD 2024
(Đề gồm có 06 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2024
Bài thi môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:...
Số báo danh:..

ĐỀ VIP 1

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -1.

Câu 2: Cho $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-1;\ \int\limits_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Tích phân $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\cdot$ **B.** $-3\cdot$ **C.** -4. **D.** $4\cdot$

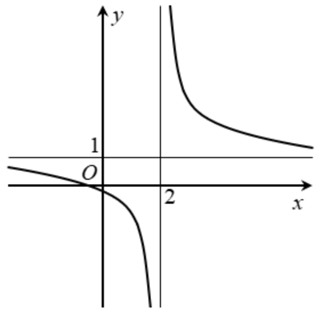
Câu 3: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$ **B.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$. **C.** $\log a^3=3\log a$. **D.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây có giá song song hoặc trùng với trục Oz?

A. $\overrightarrow{u_1}=(0;0;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;0)$.

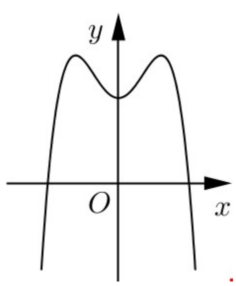
Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình



A. $y=-1$. **B.** $y=1$.

C. $y=-2$. **D.** $y=2$.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

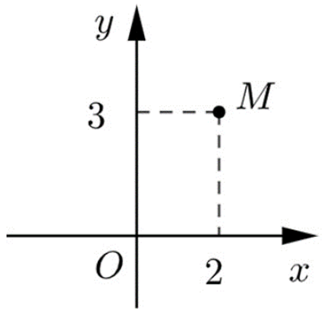
Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+1=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;0;0)$ **B.** $N(0;-2;0)$. **C.** $P(1;-2;1)$. **D.** $Q(1;2;-1)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M là điểm biểu diễn số phức z như hình vẽ sau:



Phần thực của số phức z bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

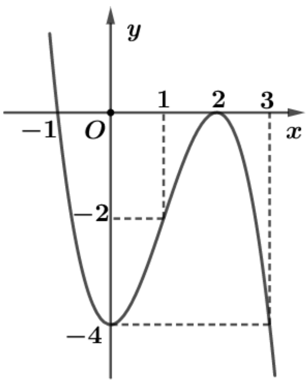
Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=9$ có diện tích bằng

A. 36π. **B.** 9π. **C.** 12π. **D.** 18π.

Câu 11: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^2=9$. Giá trị của biểu thức $\log_3 a + 2\log_3 b$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 13: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón là

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $1,5a$.

Câu 14: Các số thực a,b tùy ý thỏa mãn $\left(3^a\right)^b=10$. Giá trị của ab bằng

A. $\log_3 10$. **B.** $\log_{10} 3$. **C.** 10^3. **D.** 3^{10}.

Câu 15: Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_5 x$. **B.** $y=5^x$. **C.** $y=(0,5)^x$. **D.** $y=\log_{0,5} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;3), B(-3;2;-1)$. Tọa độ trung điểm của AB là:

A. $(-4;2;2)$. **B.** $(-2;2;-4)$. **C.** $(-1;1;-2)$. **D.** $(-2;1;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x-\dfrac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $\sin x+\cot x+C$. **B.** $-\sin x+\cot x+C$. **C.** $\sin x-\cot x+C$. **D.** $-\sin x-\cot x+C$.

Câu 19: Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^3 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 20: Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $6a$, ΔSCD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy có thể tích bằng

A. $36\sqrt{2}a^3$. **B.** $108\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $36a^3$.

Câu 21: Các số thực x,y thoả mãn $(x-1)+2yi=y-2+(x+1)i$ là:

A. $x=1; y=0$. **B.** $x=-1; y=0$. **C.** $x=1; y=2$. **D.** $x=-2; y=1$.

Câu 22: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và bán kính đáy $r=2a$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $a\sqrt{13}$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ

A. 15. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 56.

Câu 24: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ và $F(0)=0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 2 **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 25: Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)+m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $m<1$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m<-1$.

Câu 26: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. B. 5. C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $5\sqrt{\pi}$.

Câu 27: Cấp số cộng (u_n) hữu hạn có số hạng đầu $u_1 = -5$, công sai $d = 5$ và số hạng cuối là 100. Cấp số cộng đã cho có bao nhiêu số hạng

A. 20. B. 22. C. 23. D. 21.

Câu 28: Gọi z_1, z_1 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ với z_1 có phần ảo âm. Giá trị của $3z_1 + z_2$ bằng

A. $-12 + 4i$. B. $4 - 12i$. C. $4 + 12i$. D. $-12 - 4i$.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $2z - i.\overline{z} = 3i$. Mô đun của z bằng:

A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng CD' và AC'

A. $45°$. B. $60°$. C. $90°$. D. $30°$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD = 2a, SA = a$.Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 32: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;2)$. B. $(-2;-1)$. C. $(-1;0)$. D. $(0;1)$.

Câu 33: Từ một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng; lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu bằng

A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{7}{18}$. C. $\frac{5}{36}$. D. $\frac{13}{18}$.

Câu 34: Nếu $\int_0^2 f(x)\,dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(t)+1]\,dt$ bằng

A. 9. B. 11. C. 10. D. 12.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2024$ trên $[0;3]$ là

A. 1958. B. 2024. C. 2025. D. 2023.

Câu 36: Với $a > 0$, biểu thức $\log_3(a\sqrt{3})$ bằng

A. $\log_3 a - \frac{1}{2}$. B. $\sqrt{3}\log_3 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. D. $\frac{1}{2}\log_3 a$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$ cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1. B. 2. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x-4y-z-2=0$?

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-4+t \\ z=-1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-4t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1-4t \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-4t \\ z=t \end{cases}$.

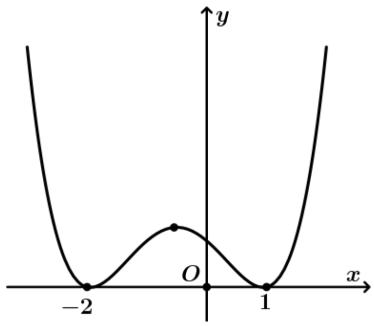
Câu 39: Biết x và y là hai số thực thoả mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6(x-2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\log^2_{\frac{2}{3}} 2$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 40: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+m^2-6}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. Tổng các phần tử của S là:

A. -2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc bốn có đồ thị như hình bên. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng $\frac{214}{5}$ thì $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:



A. $\frac{81}{20}$. **B.** $\frac{81}{10}$. **C.** $\frac{17334}{635}$. **D.** $\frac{17334}{1270}$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. 145. **B.** $\sqrt{145}$. **C.** 3. **D.** 9.

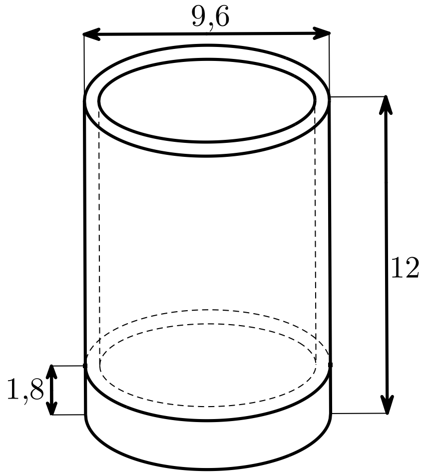
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $B'BC$ là góc nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC), góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=36$ cắt trục Oz tại 2 điểm A,B. Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

A. $(0;0;-1)$ **B.** $(0;0;1)$ **C.** $(1;1;0)$ **D.** $(-1;-1;0)$

Câu 45: Cần bao nhiêu thuỷ tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng $9,6\,\text{cm}$ (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày $1,8\,\text{cm}$, thành xung quanh cốc dày $0,24\,\text{cm}$ (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. $64,39\ \text{cm}^3$. **B.** $202,27\ \text{cm}^3$. **C.** $212,31\ \text{cm}^3$. **D.** $666,97\ \text{cm}^3$.

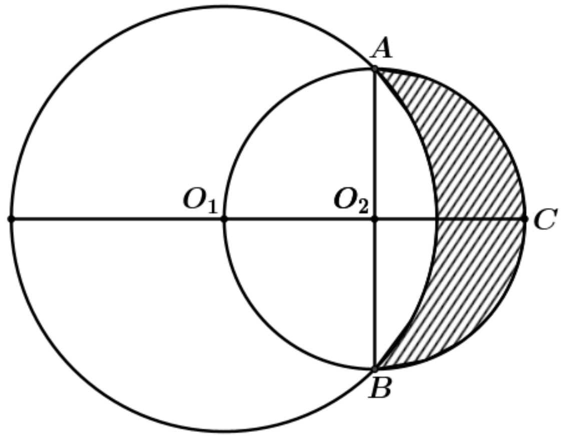
Câu 46: Cho các số thực dương x,y thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}\dfrac{x^2+y^2+1}{x+y}=x(2-x)+y(2-y)+1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{2x+3y}{x+y+1}$.

A. 8. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 47: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1$, $|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|zw+2i(z+w)-4|$ bằng thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(5;6)$.

Câu 48: Cho hai đường tròn $(O_1;10)$ và $(O_2;6)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2;6)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V=36\pi$ **B.** $V=\dfrac{68\pi}{3}$ **C.** $V=\dfrac{320}{3}$ **D.** $V=\dfrac{320\pi}{3}$

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm là $f'\left(x\right)=x^2-82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\left(x^4-18x^2+m\right)$ có đúng 7 cực trị?

A. 83. **B.** 84. **C.** 80. **D.** 81.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+2z+16=0$ và mặt cầu $\left(S\right):\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-3\right)^2=21$. Một khối hộp chữ nhật $\left(H\right)$ có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng $\left(P\right)$ và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu $\left(S\right)$. Khi $\left(H\right)$ có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của $\left(H\right)$ nằm trên mặt cầu $\left(S\right)$ là $\left(Q\right):2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng:

A. -15. **B.** -13. **C.** -14. **D.** -7.

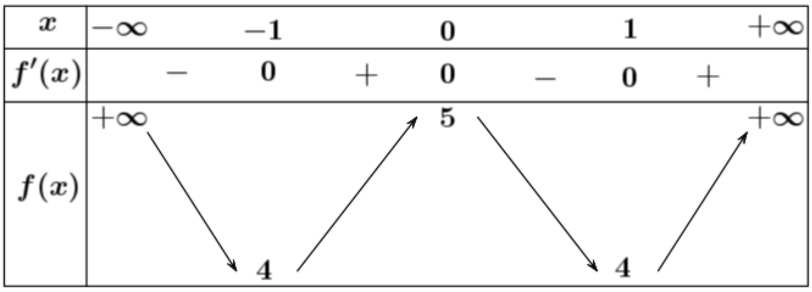
--------------------HẾT--------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	**2.A**	**3.C**	**4.A**	**5.B**	**6.A**	**7.B**	**8.A**	**9.C**	**10.A**
11.C	**12.D**	**13.B**	**14.A**	**15.C**	**16.D**	**17.D**	**18.A**	**19.B**	**20.C**
21.B	**22.C**	**23.D**	**24.D**	**25.C**	**26.C**	**27.B**	**28.D**	**29.A**	**30.C**
31.D	**32.C**	**33.D**	**34.D**	**35.C**	**36.C**	**37.C**	**38.C**	**39.C**	**40.A**
41.A	**42.D**	**43.C**	**44.A**	**45.B**	**46.D**	**47.A**	**48.D**	**49.C**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -1.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

Câu 2: Cho $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-1;\ \int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Tích phân $\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\cdot$ **B.** $-3\cdot$ **C.** -4. **D.** $4\cdot$

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_2^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-1+3=2$

Câu 3: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log\left(3a\right)=3\log a$ **B.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$. **C.** $\log a^3=3\log a$. **D.** $\log\left(3a\right)=\frac{1}{3}\log a$.

Lời giải

Ta có: $\log a^3=3\log a$

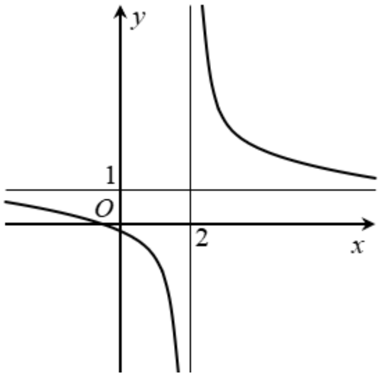
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây có giá song song hoặc trùng với trục Oz?

A. $\overrightarrow{u_1}=\left(0;0;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(1;0;0\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(0;1;0\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;-1;0\right)$.

Lời giải

Véctơ có giá song song hoặc trùng với Oz nên véc tơ đó cùng phương với véc tơ $\vec{k}=\left(0;0;1\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình

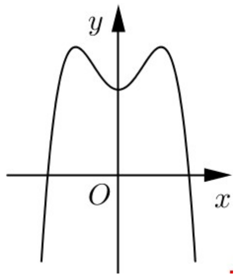


A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị đã cho, ta thấy đồ thị này là đồ thị hàm số bậc 4 có hệ số $a<0$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $2^{2x}<2^{x+6}\Leftrightarrow 2x<x+6\Leftrightarrow x<6$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+1=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

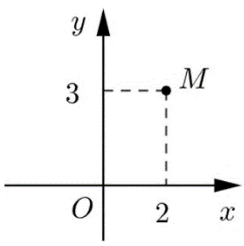
A. $M(-1;0;0)$ **B.** $N(0;-2;0)$. **C.** $P(1;-2;1)$. **D.** $Q(1;2;-1)$.

Lời giải

Thay $M(-1;0;0)$ vào $(\alpha): x+2y-z+1=0$, ta được: $-1+1=0$

Vậy ta có : $M(-1;0;0)\in(\alpha): x+2y-z+1=0$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M là điểm biểu diễn số phức z như hình vẽ sau:



Phần thực của số phức z bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Phần thực của số phức z bằng 2.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=9$ có diện tích bằng

A. 36π. **B.** 9π. **C.** 12π. **D.** 18π.

Lời giải

Mặt cầu (S) có bán kính $R=3$. Vậy diện tích mặt cầu (S) là $4\pi R^2 = 4\pi.9 = 36\pi$.

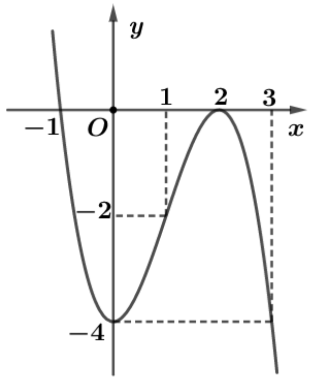
Câu 11: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^2=9$. Giá trị của biểu thức $\log_3 a + 2\log_3 b$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $ab^2 = 9 \Rightarrow \log_3\left(ab^2\right) = \log_3 9 \Rightarrow \log_3 a + 2\log_2 b = 2$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến khoảng $(0;2)$.

Câu 13: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón là

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $1,5a$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón bằng πRl trong đó l là độ dài đường sinh và $R=a$ là bán kính đáy.

Do đó $3\pi a^2 = \pi a l \Rightarrow l = 3a$.

Câu 14: Các số thực a,b tùy ý thỏa mãn $\left(3^a\right)^b = 10$. Giá trị của ab bằng

A. $\log_3 10$. **B.** $\log_{10} 3$. **C.** 10^3. **D.** 3^{10}.

Lời giải

Ta có: $\left(3^a\right)^b = 10 \Leftrightarrow 3^{ab} = 10 \Leftrightarrow ab = \log_3 10$.

Câu 15: Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_5 x$. **B.** $y = 5^x$. **C.** $y = (0,5)^x$. **D.** $y = \log_{0,5} x$.

Lời giải

Hàm số $y = (0,5)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì $0 < 0,5 < 1$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;3), B(-3;2;-1)$. Tọa độ trung điểm của AB là:

A. $(-4;2;2)$. **B.** $(-2;2;-4)$. **C.** $(-1;1;-2)$. **D.** $(-2;1;1)$.

Lời giải

Ta có tọa độ trung điểm của AB là $(-2;1;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = -2 \\ x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$

Mặt khác: $x = -\dfrac{1}{2}$ là nghiệm bội lẻ, $x = -2, x = \dfrac{1}{3}$ là nghiệm bội chẵn nên số điểm cực trị là 1.

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - \dfrac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $\sin x + \cot x + C$. **B.** $-\sin x + \cot x + C$. **C.** $\sin x - \cot x + C$. **D.** $-\sin x - \cot x + C$.

Lời giải

Ta có $F(x) = \int f(x) d = \int \left(\cos x - \dfrac{1}{\sin^2 x}\right) dx = \sin x + \cot x + C$

Câu 19: Nếu $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_1^3 \left[f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 12.

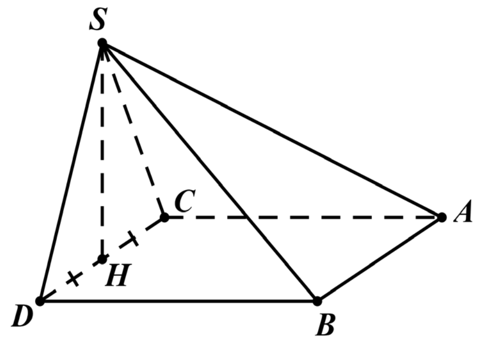
Lời giải

Ta có $\int\limits_1^3 \left[f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x = \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 2x\mathrm{d}x = 2 + x^2\Big|_1^3 = 2 + 9 - 1 = 10$.

Câu 20: Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $6a$, ΔSCD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy có thể tích bằng

A. $36\sqrt{2}a^3$. **B.** $108\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $36a^3$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của CD.

Theo giả thiết ta có $SH \perp (ABCD)$.

Vì ΔSCD đều có cạnh bằng $6a$ nên $SH = \frac{6a\sqrt{3}}{2} = 3a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a\sqrt{3}.36a^2 = 36\sqrt{3}a^3$

Câu 21: Các số thực x, y thoả mãn $(x-1)+2yi = y-2+(x+1)i$ là:

A. $x=1; y=0$. **B.** $x=-1; y=0$. **C.** $x=1; y=2$. **D.** $x=-2; y=1$.

Lời giải

Ta có: $(x-1)+2yi = y-2+(x+1)i \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=y-2 \\ 2y=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-1 \\ x-2y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$.

Câu 22: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và bán kính đáy $r=2a$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $a\sqrt{13}$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Ta có $S_{xq} = \pi rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{6\pi a^2}{\pi .2a} = 3a$. Vậy hình nón có đường sinh $l=3a$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ

A. 15. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 56.

Lời giải

Số cách chọn một học sinh nam từ nhóm 7 học sinh nam C_7^1 cách.

Số cách chọn một học sinh nữ từ nhóm 8 học sinh nữ C_8^1 cách.

$\Rightarrow C_7^1.C_8^1 = 56$ cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ.

Câu 24: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ và $F(0)=0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 2 **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $F\left(x\right)=\int e^{2x}dx=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$.

Theo giả thiết $F\left(0\right)=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}e^{0}+C=0\Leftrightarrow C=-\dfrac{1}{2}$.

Khi đó $F\left(x\right)=\dfrac{1}{2}e^{2x}-\dfrac{1}{2}\Rightarrow F\left(\ln 3\right)=\dfrac{1}{2}e^{2\ln 3}-\dfrac{1}{2}=4$

Câu 25: Hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	||	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $f\left(x\right)+m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $m<1$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+m=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-m<1\Leftrightarrow m>-1$ thì phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 26: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $5\sqrt{\pi}$.

Lời giải

Hình trụ có đường sinh $l=2\text{r}$

Diện tích xung quanh bằng 50π nên $2\pi rl=50\pi\Leftrightarrow r.2\text{r}=25\Rightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27: Cấp số cộng $\left(u_n\right)$ hữu hạn có số hạng đầu $u_1=-5$, công sai $d=5$ và số hạng cuối là 100. Cấp số cộng đã cho có bao nhiêu số hạng

A. 20. **B.** 22. **C.** 23. **D.** 21.

Lời giải

Ta có: Số hạng cuối là $u_n=u_1+\left(n-1\right)d=-5+5\left(n-1\right)=-10+5n=100\Leftrightarrow n=22$

Câu 28: Gọi z_1, z_1 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$ với z_1 có phần ảo âm. Giá trị của $3z_1+z_2$ bằng

A. $-12+4i$. **B.** $4-12i$. **C.** $4+12i$. **D.** $-12-4i$.

Lời giải

Ta có: $z^2+6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-3-2i \\ z=-3+2i \end{array}\right. \Rightarrow z_1=-3-2i; z_2=-3+2i$.

Suy ra $3z_1+z_2=3(-3-2i)-3+2i=-12-4i$.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $2z-i.\overline{z}=3i$. Mô đun của z bằng:

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

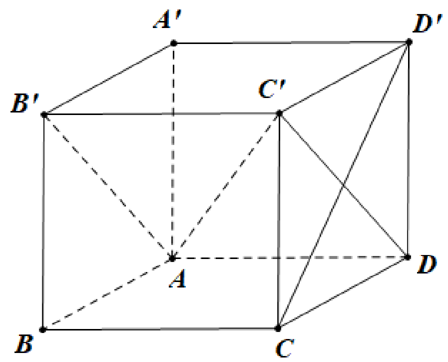
Đặt $z=a+bi$.

$2z-i\overline{z}=3i \Leftrightarrow 2(a+bi)-i(a-bi)=3i \Leftrightarrow 2a-b+i(2b-a)=3i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b=0 \\ 2b-a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

Suy ra: $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng CD' và AC'

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 30°.



Ta có $CD' \perp C'D$ (tính chất đường chéo hình vuông), $CD' \perp C'B'$ (tính chất hình lập phương).

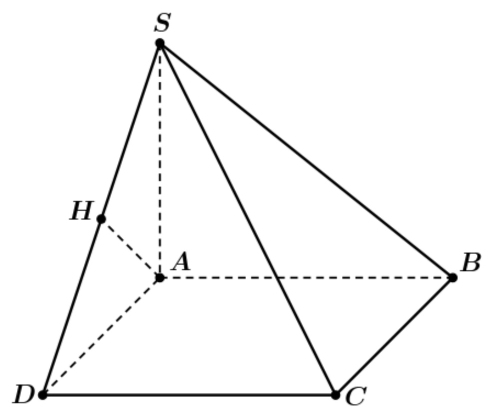
Suy ra $CD' \perp (AB'C'D) \Rightarrow CD' \perp AC'$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng CD' và AC' bằng 90°.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD=2a, SA=a$.Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SD. Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Suy ra: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$. Khoảng cách từ A đến đến (SCD) bằng AH.

Ta có: $AH = \dfrac{AS.AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \dfrac{a.2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 32: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array} \right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$

Câu 33: Từ một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng; lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu bằng

A. $\dfrac{5}{18}$. **B.** $\dfrac{7}{18}$. **C.** $\dfrac{5}{36}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Lời giải

Lấy 2 viên bi từ 9 viên bi có C_9^2 cách nên $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố " Lấy được hai viên bi khác màu ". Suy ra $\overline{A}$ là biến cố " Lấy được hai viên bi cùng màu ".

Các kết quả thuận lợi của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = C_4^2 + C_3^2 + C_2^2 = 10$.

Vậy xác suất lấy được 2 viên bi khác màu là: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{13}{18}$.

Câu 34: Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_0^2 \left[2f(t) + 1\right]\mathrm{d}t$ bằng

A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^2 \left[2f(t)+1\right]dt = 2\int\limits_0^2 f(t)dt + \int\limits_0^2 dt = 2.5+2=12.$

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2024$ trên $[0;3]$ là

A. 1958. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có: $y'=-4x^3+4x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \notin (0;3) \\ x=1 \in (0;3) \\ x=-1 \notin (0;3) \end{array}\right.$

Và: $y(0)=2024;\ y(1)=2025;\ y(3)=1961$.

Vậy: $\max\limits_{[0;3]} y = y(1) = 2025$

Câu 36: Với $a>0$, biểu thức $\log_3\left(a\sqrt{3}\right)$ bằng

A. $\log_3 a - \frac{1}{2}$. **B.** $\sqrt{3}\log_3 a$. **C.** $\frac{1}{2}+\log_3 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_3 a$.

Lời giải

Với $a>0$, ta có $\log_3\left(a\sqrt{3}\right) = \log_3 a + \log_3 3^{\frac{1}{2}} = \log_3 a + \frac{1}{2}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=9$ cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;2)$ và bán kính $R=3$

Mặt phẳng $(Oxy): z=0$

Do đó bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-d^2\left(I;(Oxy)\right)}=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x-4y-z-2=0$?

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-4+t \\ z=-1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-4t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1-4t \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-4t \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Do đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(Q): x-4y-z-2=0$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}=(1;-4;-1)$ làm một vectơ chỉ phương.

Khi đó phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1-4t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 39: Biết x và y là hai số thực thoả mãn $\log_4 x=\log_9 y=\log_6\left(x-2y\right)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\log_{\frac{2}{3}}^2 2$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $\log_4 x=\log_9 y=\log_6\left(x-2y\right)=t\Rightarrow\begin{cases} x=4^t \\ y=9^t \\ x-2y=6^t \end{cases}\Rightarrow 4^t-2.9^t=6^t\Rightarrow\left(\dfrac{4}{9}\right)^t-\left(\dfrac{2}{3}\right)^t-2=0$

Đặt $u=\left(\dfrac{2}{3}\right)^t$, điều kiện $u>0$. Ta có phương trình: $u^2-u-2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} u=-1\ (\text{lo}^1\text{i}) \\ u=2 \end{array}\right.$.

Ta có: $\dfrac{x}{y}=\left(\dfrac{4}{9}\right)^t=\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^t\right]^2=4$.

Câu 40: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+m^2-6}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$. Tổng các phần tử của S là:

A. -2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{m\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-m-m^2+6}{\left(x-m\right)^2}=\dfrac{-m^2-m+6}{\left(x-m\right)^2}$.

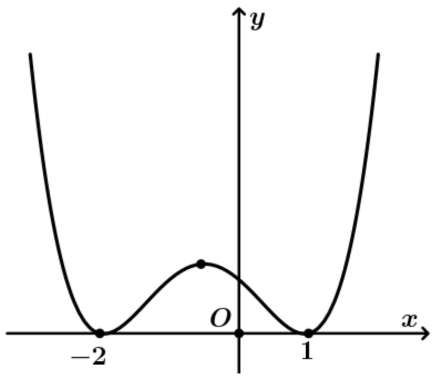
Để hàm số $y=\dfrac{x+m^2-6}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ thì

$f'\left(x\right)>0,\forall x\in\left(-\infty;-2\right)\Leftrightarrow\begin{cases} -m^2-m+6>0 \\ m\notin\left(-\infty;-2\right) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -3<m<2 \\ m\geq-2 \end{cases}\Rightarrow-2\leq m<2\ \Rightarrow S=\left\{-2;-1;0;1\right\}$

.

Vậy tổng các phần tử của S là $-2+\left(-1\right)+0+1=-2$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm bậc bốn có đồ thị như hình bên. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=f'\left(x\right)$ bằng $\dfrac{214}{5}$ thì $\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx$ bằng:



A. $\dfrac{81}{20}$. **B.** $\dfrac{81}{10}$. **C.** $\dfrac{17334}{635}$. **D.** $\dfrac{17334}{1270}$.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ suy ra $f(x)=a(x+2)^2(x-1)^2,(a>0)$.

Ta có $f'(x)=2a(x+2)(x-1)^2+2a(x+2)^2(x-1)=2a(x+2)(x-1)(2x+1)$.

Xét phương trình $f(x)=f'(x)\Leftrightarrow a(x+2)(x-1)\left[(x+2)(x-1)-2(2x+1)\right]=0$

$$\Leftrightarrow a(x+2)(x-1)\left(x^2-3x-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x=-1\\x=4\end{array}\right..$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ là

$$S=\int_{-2}^{4}\left|a(x+2)(x-1)\left(x^2-3x-4\right)\right|dx=a\int_{-2}^{4}\left|(x+2)(x-1)\left(x^2-3x-4\right)\right|dx=\frac{428}{5}a.$$

Theo đề bài ta có $\dfrac{428}{5}a=\dfrac{214}{5}\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{2}(TM)\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}(x+2)^2(x-1)^2$.

Khi đó: $\displaystyle\int_{-2}^{1}\frac{1}{2}(x+2)^2(x-1)^2\,dx=\frac{81}{20}$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. 145. **B.** $\sqrt{145}$. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$, $A(-6;13),B(3;7)$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Ta có: $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13}\Leftrightarrow MA+MB=3\sqrt{13}$ mà $AB=3\sqrt{13}\Rightarrow M$ nằm trong đoạn AB.

Ta có phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=3+3t\\y=7-2t\end{cases}\Rightarrow M(3+3t;7-2t)$

Vì M nằm trong đoạn AB nên $-6 \le x_M \le 3 \Rightarrow t \in [-3;0]$

Ta lại có: $(12-5i)(z-2+i)^2 = (12-5i)\left[(3t+1)+(7-2t)i\right]^2$

$= (12-5i)\left[(x-2)^2-(y+1)^2+2i(x-2)(y+1)\right]$

$= 12.\left[(x-2)^2-(y+1)^2\right]+10.(x-2)(y+1)+i\left[-5(x-2)^2+5(y+1)^2+24.(x-2)(y+1)\right]$

Vì $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm nên $\begin{cases} 12.\left[(x-2)^2-(y+1)^2\right]+10.(x-2)(y+1)<0 & (**) \\ -5(x-2)^2+5(y+1)^2+24.(x-2)(y+1)=0 & (*) \end{cases}$

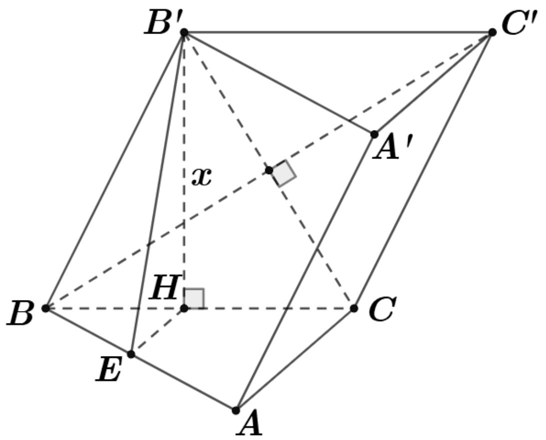
$(*) \Leftrightarrow 24(3t+1)(8-2t)-5(3t+1)^2+5(8-2t)^2=0 \Leftrightarrow -169t^2+338t+507=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3\ (loai) \\ t=-1(tm) \end{array}\right.$

$\Rightarrow M(0;9)$ thỏa mãn $(**)$ suy ra $|z|=9$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60°$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $B'BC$ là góc nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC), góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Lời giải



Ta có ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60° \Rightarrow \begin{cases} AC=a\sqrt{3} \\ AB=a \end{cases}$.

Ta có $(BCC'B') \perp (ABC)$, kẻ $B'H \perp BC$ với $BC=(ABC)\cap(BCC'B') \Rightarrow B'H \perp (ABC)$.

Trong (ABC), kẻ $HE \perp AB \Rightarrow AB \perp (HEB')$.

Ta có $\begin{cases} (HEB') \perp (ABC) \\ (HEB') \perp (ABB'A') \\ HE = (HEB') \cap (ABC) \\ EB' = (HEB') \perp (ABB'A') \end{cases} \Rightarrow ((ABC),(ABB'A')) = (HE, EB') = \widehat{HEB'} = 45^\circ$.

Suy ra tam giác HEB' vuông cân tại H nên $HE = HB' = x$.

Do $HE // AC$ nên $\frac{BH}{BC} = \frac{EH}{AC} \Leftrightarrow BH = BC\frac{EH}{AC} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $BB'^2 = BH^2 + HB'^2 \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{3x^2}{4} + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{4a}{\sqrt{7}} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = HB'\frac{1}{2}AC.AB = \frac{a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36$ cắt trục Oz tại 2 điểm A, B. Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

A. $(0;0;-1)$ **B.** $(0;0;1)$ **C.** $(1;1;0)$ **D.** $(-1;-1;0)$

Lời giải

Đường thẳng Oz đi qua điểm $M(0;0;1)$ và nhận vecto $\vec{k} = (0;0;1)$ là vecto chỉ phương nên có phương trình là: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

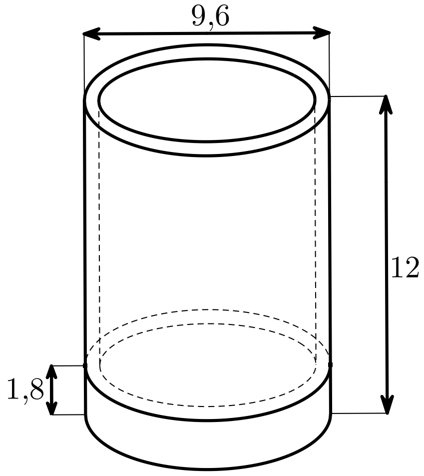
Tọa độ 2 điểm A, B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} t = -2 + \sqrt{34} \\ t = -2 - \sqrt{34} \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -1 + \sqrt{34} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -1 - \sqrt{34} \end{cases} \end{array} \right.$$

$\Rightarrow A\left(0;0;-1+\sqrt{34}\right); B\left(0;0;-1-\sqrt{34}\right)$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;0;-1)$

Câu 45: Cần bao nhiêu thuỷ tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng $9{,}6$ cm (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày $1{,}8$ cm, thành xung quanh cốc dày $0{,}24$ cm (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. $64,39 \text{ cm}^3$. **B.** $202,27 \text{ cm}^3$. **C.** $212,31 \text{ cm}^3$. **D.** $666,97 \text{ cm}^3$.

Lời giải

Gọi $V_1;V_2$ lần lượt là thể tích của chiếc cốc thuỷ tinh và thể tích của khối lượng chất lỏng mà cốc có thể đựng.

Ta có: $V_1 = 12.\pi.4,8^2 = \dfrac{6912}{25}\pi\left(\text{cm}^3\right)$

$V_2 = (12-1,8).\pi.\left(\dfrac{9,6-2.0,24}{2}\right)^2 \approx 666,32\left(\text{cm}^3\right)$

Vậy khối lượng thuỷ tinh cần sử dụng là: $\dfrac{6912}{25}\pi - 666,32 \approx 202,27\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 46: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}\dfrac{x^2+y^2+1}{x+y} = x(2-x)+y(2-y)+1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{2x+3y}{x+y+1}$.

A. 8. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2\dfrac{x^2+y^2+1}{2(x+y)} = 2(x+y)-\left(x^2+y^2+1\right)$

Đặt $u = x^2+y^2+1$, $v = 2(x+y)$ với $u, v > 0$ thì $2\log_2\dfrac{u}{v} = v-u$

$\Leftrightarrow 2\log_2 u + u = 2\log_2 v + v \quad (*)$

Xét $f(t) = 2\log_2 t + t$ với $t > 0$. Dễ thấy $f'(t) = \dfrac{2}{t\ln 2}+1 > 0, \forall t > 0$.

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên $(*) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2 = 1$.

Gọi $M(x;y) \Rightarrow M \in (C)$: tâm $I(1;1)$, bán kính $R=1$.

Mặt khác $P = \dfrac{2x+3y}{x+y+1} \Rightarrow M \in \Delta : (P-2)x + (P-3)y + P = 0$.

Để tồn tại điểm chung giữa Δ và (C) $\Leftrightarrow d(I;\Delta) \le R \Leftrightarrow \dfrac{|3P-5|}{\sqrt{(P-2)^2+(P-3)^2}} \le 1$

$\Leftrightarrow 7P^2 - 20P + 12 \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{6}{7} \le P \le 2$. Suy ra $\max P = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \\ -y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

Câu 47: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z| = |w| = 1$, $|z+w| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |zw + 2i(z+w) - 4|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(5;6)$.

Lời giải

Ta có $|z+w| = \sqrt{2} \Rightarrow 2 = |z+w|^2 = (z+w)(\overline{z}+\overline{w}) = |z|^2 + |w|^2 + z\overline{w} + \overline{z}w$

$\Rightarrow z\overline{w} + \overline{z}w = 0 \Rightarrow z\overline{w}$ là số thuần ảo. Hay $z\overline{w} = ki$, $k \in \mathbb{R}$. Do đó, $z = \dfrac{ki}{\overline{w}}$.

Mặt khác, $|z+w| = \sqrt{2} \Rightarrow \left|\dfrac{ki}{\overline{w}} + w\right| = \sqrt{2} \Rightarrow |ki + w\overline{w}| = \sqrt{2}|\overline{w}| \Rightarrow |ki+1| = \sqrt{2}$ (do $|w| = |\overline{w}| = 1$)

$\Rightarrow \sqrt{k^2+1} = \sqrt{2} \Rightarrow k = \pm 1$.

Vậy $z = \pm\dfrac{i}{\overline{w}}$. Do vai trò bình đẳng của z và w nên ta chỉ cần xét trường hợp $z = \dfrac{i}{\overline{w}}$.

Khi đó: $P = |iw^2 + (2i-2)w - 4| = |w^2 + (2+2i)w + 4i| = |(w+1+i)^2 + 2i|$.

Đặt $u = w+1+i \Rightarrow w = u-1-i \Rightarrow |w| = |u-1-i| = 1$ và $z_0 = -1-i$.

Ta có $P^2 = |u^2+2i|^2 = |u^2+z_0^2|^2 = (u^2+z_0^2)(\overline{u}^2+\overline{z}_0^2)$

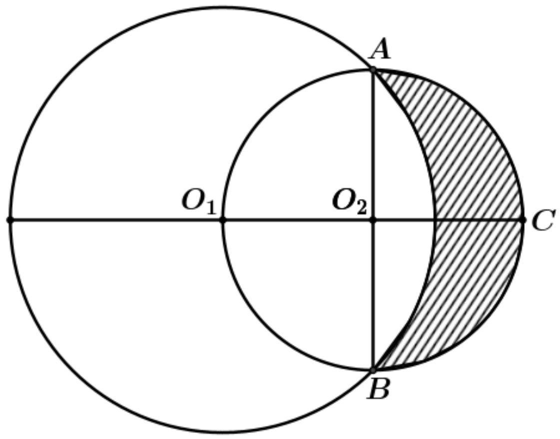
$= |u|^4 + |z_0|^4 + (u\cdot\overline{z}_0 + z_0\cdot\overline{u})^2 - 2|u.z_0|^2 = |u|^4 - 4|u|^2 + 4 + (u.\overline{z_0} + z_0.\overline{u})^2$.

Mà $(u+z_0)(\overline{u}+\overline{z_0}) = |u+z_0|^2 = 1 \Rightarrow u\cdot\overline{z_0} + z_0\cdot\overline{u} = 1 - |u|^2 - |z_0|^2 = -|u|^2 - 1$.

Suy ra: $P^2 = |u|^4 - 4|u|^2 + 4 + (|u|^2+1)^2 = 2|u|^4 - 2|u|^2 + 5 = 2\left(|u|^2 - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{9}{2} \ge \dfrac{9}{2}$

$\Rightarrow P \ge \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2,1 \in (2;3)$.

Câu 48: Cho hai đường tròn $(O_1;10)$ và $(O_2;6)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2;6)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = 36\pi$ **B.** $V = \dfrac{68\pi}{3}$ **C.** $V = \dfrac{320}{3}$ **D.** $V = \dfrac{320\pi}{3}$

Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2 \equiv O$, $O_2C \equiv Ox$, $O_2A \equiv Oy$.

Cạnh $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \Rightarrow (O_1): (x+8)^2 + y^2 = 100$.

Phương trình đường tròn (O_2): $x^2 + y^2 = 36$.

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{100 - (x+8)^2}$, trục Ox, $x = 0$, $x = 2$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{36 - x^2}$, trục Ox, $x = 0$, $x = 6$.

Khi đó thể tích V cần tính chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox.

Ta có $V_2 = \dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{2}{3}\pi.6^3 = 144\pi$.

Lại có $V_1 = \pi\displaystyle\int_0^2 y^2 \mathrm{d}x = \pi\int_0^2 \left[100 - (x+8)^2\right]\mathrm{d}x = \dfrac{112\pi}{3}$.

Do đó $V = V_2 - V_1 = 144\pi - \dfrac{112\pi}{3} = \dfrac{320\pi}{3}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 82x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f\left(x^4 - 18x^2 + m\right)$ có đúng 7 cực trị?

A. 83. **B.** vô số **C.** 80. **D.** 81.

Lời giải

Ta có $y' = \left(4x^3 - 36x\right)f'\left(x^4 - 18x^2 + m\right)$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(x^4 - 18x^2 + m\right) = 0 \\ 4x^3 - 36x = 0 \end{array}\right.$.

Với $4x^3 - 36x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{array}\right.$ có 3 nghiệm đơn.

Với $f'\left(x^4 - 18x^2 + m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4 - 18x^2 + m = 0 \\ x^4 - 18x^2 + m = 82 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4 - 18x^2 = -m \\ x^4 - 18x^2 = -m + 82 \end{array}\right.$.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 18x^2$ có $g'(x) = 4x^3 - 36x$, $\quad g'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = x^4 - 18x^2$.

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-81	$\nearrow$	0	$\searrow$	-81	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y = f\left(x^4 - 18x^2 + m\right)$ có đúng 7 cực trị thì $f'\left(x^4 - 18x^2 + m\right) = 0$ phải có 4 nghiệm đơn khác $0, \pm 3$. Do đó dựa vào bảng biến thiên ta có

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} -m < -81 \\ -81 < -m + 82 < 0 \end{cases} \\ -m + 82 > -m > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 82 < m < 163 \\ m < 0 \end{array}\right..$$

Mà $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{83; 84; ...161; 162\}$ nên có 80 giá trị.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 16 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S). Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q): 2x + by + cz + d = 0$. Giá trị $b + c + d$ bằng

A. -15. **B.** -13. **C.** -14. **D.** -7.

Lời giải

Mặt cầu (S) tâm $I(2; -1; 3)$, bán kính $R = \sqrt{21}$.

Ta có: $d(I;(P)) = 9 > \sqrt{21}$ nên suy ra mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S).

Gọi a, b là các kích thước mặt đáy hình hộp chữ nhật và $d = d\left(I;(Q)\right)$.

Khi đó, thể tích của khối hộp chữ nhật (H) là

$$V=\left[d\left(I;(P)\right)+d\left(I;(Q)\right)\right]ab=(9+d)ab\le(9+d)\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=(9+d)\left(21-d^2\right).$$

Xét hàm số $f(d)=(9+d)\left(21-d^2\right)$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(d)=21-d^2-2d(9+d)=21-18d-3d^2$; $f'(d)=0\Leftrightarrow d=1$ (do $d>0$).

Từ đó, $V\le f(1)$.

Suy ra thể tích khối hộp chữ nhật đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi

$d=d\left(I;(Q)\right)=1$ và $(Q)//(P)$.

Ta có $(Q): 2x-y+2z+d=0$.

$$d\left(I;(Q)\right)=1\Leftrightarrow\frac{|11+d|}{3}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-8\\d=-14\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(Q_1): 2x-y+2z-8=0\\(Q_2): 2x-y+2z-14=0\end{array}\right..$$

Lấy điểm $N(0;0;-8)\in(P)$. Ta có I và N phải nằm cùng phía với mặt phẳng (Q).

Do đó, ta chọn $(Q): 2x-y+2z-14=0$ nên suy ra $b+c+d=-13$.

ĐỀ THAM KHẢO
PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD 2024
(Đề gồm có 06 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2024
Bài thi môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:..
Số báo danh:...

ĐỀ VIP 2

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=5$.

Câu 2: Nguyên hàm $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\tan x+C$. **B.** $-\cot x+C$. **C.** $\cot x+C$. **D.** $-\tan x+C$.

Câu 3: Phương trình $\log_3(5x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\frac{8}{5}$. **C.** $x=\frac{9}{5}$. **D.** $x=\frac{11}{5}$.

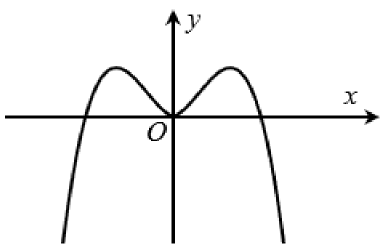
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho véctơ $\vec{a}(-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$, tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ là

A. $(7;4;-4)$. **B.** $(-1;-8;2)$. **C.** $(1;8;-2)$. **D.** $(-7;-4;4)$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2-x}{2x+1}$ có phương trình là:

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên



A. $y=-x^4-4x^2$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3-2x$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Câu 9: Cho số phức $z=2i+1$, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$?

A. $G(1;-2)$. **B.** $T(2;-1)$. **C.** $K(2;1)$. **D.** $H(1;2)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;2)$, bán kính bằng 3 là

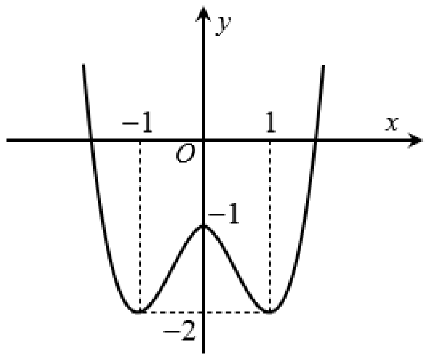
A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=3$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_8\left(a^6\right)$ bằng

A. $2\log_2 a$. **B.** $18\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 13: Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2}>16$ là

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

C. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=\log x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $\ln x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\vec{n}=(1;-1;0)$. **B.** $\vec{n}=(0;1;0)$ **C.** $\vec{n}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 18: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2; \int_0^1 \left[f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x = -8$ thì $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -6. **D.** -3.

Câu 19: Nếu $\int_0^1 \left[3f(x) + x\right]\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 20: Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a, chiều cao bằng $4a$ có thể tích là

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $\frac{16a^3}{3}$. **D.** $16a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i; z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $z_2.z_1$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** $-2i$. **D.** $3i$.

Câu 22: Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$, bán kính đáy bằng a thì độ dài đường sinh bằng

A. $3a$. **B.** $5a$. **C.** $\sqrt{5}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Câu 23: Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

A. 10350. **B.** 3450. **C.** 1845. **D.** 1725.

Câu 24: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x} + 1$ là

A. $3e^{3x} + C$. **B.** $\frac{1}{3}e^{3x} + x + C$. **C.** $\frac{1}{3}e^{3x} + C$. **D.** $3e^{3x} + x + C$.

Câu 25: Gọi A, B là hai giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y = 3x - 2$. Khi đó trung điểm của đoạn thẳng có tung độ là.

A. $x = \frac{7}{6}$. **B.** $x = \frac{7}{3}$. **C.** $y = \frac{3}{2}$. **D.** $y = -5$.

Câu 26: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $3a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $2a$.

Câu 27: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2,\ u_2 = 1$ thì công bội của cấp số nhân này là

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

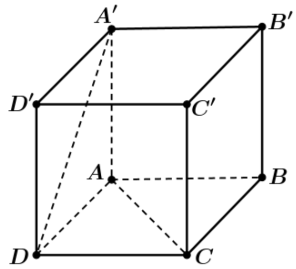
Câu 28: Cho số phức $z=9-5i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ là

A. 5. **B.** $5i$. **C.** -5. **D.** $-5i$

Câu 29: Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, biết điểm $M(3;-5)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng

A. 2. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD\perp(ABC)$, $AC=AD=2$, $AB=1$ và $BC=\sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $d=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 33: Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\dfrac{601}{1080}$. **B.** $\dfrac{6}{11}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{61}{360}$.

Câu 34: Nếu $\int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ thì giá trị của $\int\limits_1^5 \left(2x-3f(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)=x^4-8x^2+5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $M+m$.

A. 3. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 19.

Câu 36: Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2(ab)=4$; với $b>1>a>0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3\left(ab^2\right)$ tương ứng bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 25. **C.** -27. **D.** -125.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường tròn (C) tâm O có bán kính bằng 2 và nằm trong mặt phẳng (xOy). Phương trình mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm $A(0;0;-4)$ la

A. $x^2+y^2+z^2=\dfrac{25}{4}$.

B. $x^2+y^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$.

C. $x^2+y^2+\left(z+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$.

D. $x^2+y^2+(z+4)^2=1$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0)$ và hai mặt phẳng $(P): x-y+z=0$; $(Q): 2x-z+1-0$. Đường thẳng đi qua A song song với (P) và (Q) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$.

B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{2}$.

D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{2}$.

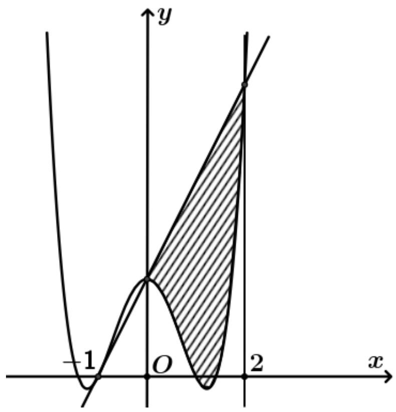
Câu 39: Biết rằng phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $x^2_1+x^2_2$ bằng

A. 5. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 90.

Câu 40: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m trên $[-20;20]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

A. 209. **B.** 202. **C.** -209. **D.** -210.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\dfrac{28}{5}$ (phần gạch sọc) thì $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:



A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Câu 42: Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z|-2\bar{z}+7=3i+z$. Tính môđun của số phức $\omega=z^2-z-17i$ bằng:

A. 10. **B.** 5. **C.** 7. **D.** $\sqrt{\dfrac{20}{3}}$.

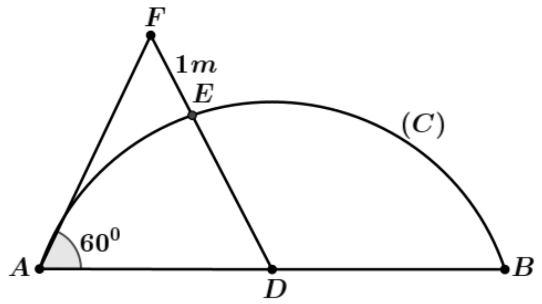
Câu 43: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng AC và DC' lần lượt bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$ và φ với $\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$.
B. $9a^3$.
C. $3\sqrt{3}a^3$.
D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 44: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=8$ và các điểm $A(3;0;0), B(4;2;1)$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+2MB$?

A. $4\sqrt{2}$.
B. $3\sqrt{2}$.
C. $2\sqrt{2}$.
D. $6\sqrt{2}$.

Câu 45: Mặt tiền nhà thầy Nam có chiều ngang $AB = 4\text{m}$, thầy Nam muốn thiết kế lan can nhô ra có dạng là một phần của đường tròn (C) (hình vẽ). Vì phía trước vướng cây tại vị trí F nên để an toàn, thầy Nam cho xây dựng đường cong đi qua vị trí điểm E thuộc đoạn DF sao cho E cách F một khoảng 1m, trong đó D là trung điểm của AB.



Biết $AF = 2\text{m}$, $\widehat{DAF} = 60^0$ và lan can cao 1m làm bằng inox với giá 2,2 triệu/m^2. Tính số tiền thầy Nam phải trả (làm tròn đến hàng ngàn).

A. 7.568.000.
B. 10.405.000.
C. 9.977.000.
D. 8.124.000.

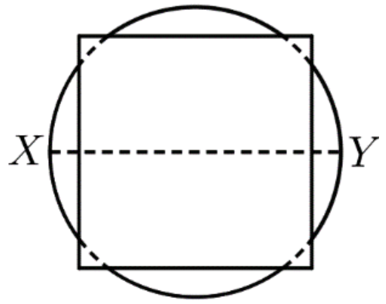
Câu 46: Xét các số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn $\frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}\right)=1+2xy$. Khi biểu thức $\frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích xy bằng:

A. $\frac{1}{32}$.
B. $\frac{9}{100}$.
C. $\frac{9}{200}$.
D. $\frac{1}{64}$.

Câu 47: Cho z và w là các số phức thỏa mãn các điều kiện $w(z+1)+iz-1=0$ và điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn $x^2+y^2=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|w+1-2i|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;2)$.
B. $(3;4)$.
C. $(0;1)$.
D. $(2;3)$.

Câu 48: Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng 8cm và một hình tròn có bán kính 5cm được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục XY.



A. $V=\dfrac{260\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{290\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{580\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{520\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(x^2-x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S?

A. 154. **B.** 17. **C.** 213. **D.** 153.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R=1$. Xét điểm M thay đổi trên (P). Khối nón (N) có đỉnh là I và đường tròn đáy là đường tròn đi qua tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S). Khi (N) có thể tích lớn nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

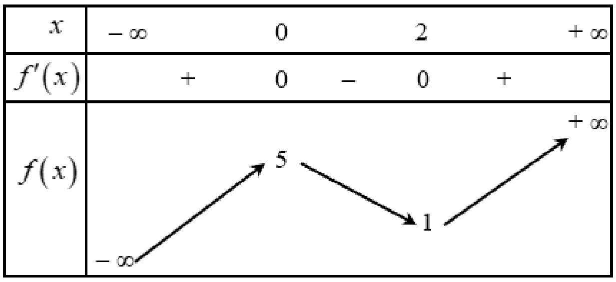
--------------------**HẾT**--------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.B**	**3.A**	**4.C**	**5.C**	**6.B**	**7.C**	**8.A**	**9.A**	**10.D**
11.A	**12.A**	**13.C**	**14.B**	**15.A**	**16.B**	**17.B**	**18.B**	**19.B**	**20.B**
21.A	**22.B**	**23.D**	**24.B**	**25.C**	**26.B**	**27.D**	**28.A**	**29.C**	**30.C**
31.A	**32.C**	**33.A**	**34.C**	**35.A**	**36.D**	**37.C**	**38.C**	**39.D**	**40.C**
41.D	**42.B**	**43.B**	**44.D**	**45.C**	**46.D**	**47.C**	**48.D**	**49.D**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 2: $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\tan x + C$. **B.** $-\cot x + C$. **C.** $\cot x + C$. **D.** $-\tan x + C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức trong bảng nguyên hàm, ta có: $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = -\cot x + C$.

Câu 3: Phương trình $\log_3(5x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\frac{8}{5}$. **C.** $x=\frac{9}{5}$. **D.** $x=\frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $5x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{5}$.

Ta có $\log_3(5x-1)=2 \Leftrightarrow 5x-1=3^2 \Leftrightarrow 5x=10 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho véctơ $\vec{a}(-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$, tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ là

A. $(7;4;-4)$. **B.** $(-1;-8;2)$. **C.** $(1;8;-2)$. **D.** $(-7;-4;4)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{AB}=(x-4;y-6;z+3)$. Do $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ nên $\begin{cases}x-4=-3\\y-6=2\\z+3=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=8\\z=-2\end{cases}$

Khi đó $B(1;8;-2)$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{2x+1}$ có phương trình là:

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

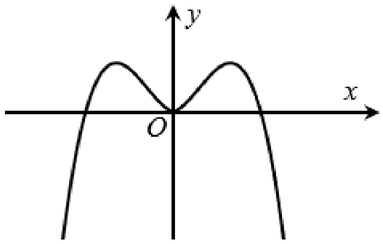
Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-x}{2x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{2}{x}-1}{2+\frac{1}{x}}=-\dfrac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-x}{2x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{2}{x}-1}{2+\frac{1}{x}}=-\dfrac{1}{2}$.

Nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{2x+1}$ là $y=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên



A. $y=-x^4-4x^2$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3-2x$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số trên có dạng của đồ thị hàm bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$, hệ số $a<0$, có 3 cực trị nên $ab<0$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$. Vậy tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là $(1;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào phương trình chính tắc của đường thẳng d ta có vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$.

Câu 9: Cho số phức $z=2i+1$, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$?

A. $G(1;-2)$. **B.** $T(2;-1)$. **C.** $K(2;1)$. **D.** $H(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Do $z=2i+1=1+2i$ nên $\overline{z}=1-2i$. Vậy $\overline{z}$ có điểm biểu diễn là $G(1;-2)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;2)$, bán kính bằng 3 là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=3$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;2)$ bán kính bằng 3 là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_8(a^6)$ bằng

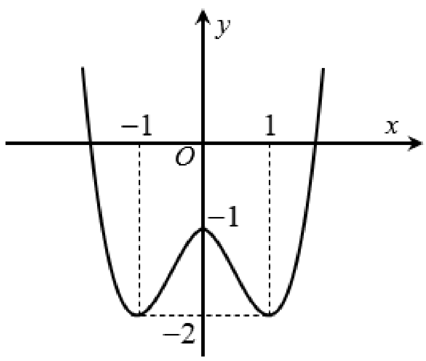
A. $2\log_2 a$. **B.** $18\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_8(a^6)=6.\log_{2^3} a=6.\frac{1}{3}\log_2 a=2\log_2 a$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 13: Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích lăng trụ có diện tích đáy B, chiều cao h là: $V = B.h \Rightarrow h = \dfrac{V}{B} = \dfrac{6}{3} = 2$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2} > 16$ là

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

B. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

C. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

D. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có. $2^{2+x^2} > 16 \Leftrightarrow 2+x^2 > 4 \Leftrightarrow x^2 > 2 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y = \log x$. **C.** $y = \log_2 x$. **D.** $\ln x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ vì hàm số có cơ số bằng $\dfrac{1}{2} < 1$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\vec{n} = (1;-1;0)$. **B.** $\vec{n} = (0;1;0)$ **C.** $\vec{n} = (1;0;1)$. **D.** $\vec{n} = (1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxz) vuông góc với trục Oy nên nhận véc tơ $\vec{n} = \vec{j} = (0;1;0)$ làm VTPT.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi x lần lượt đi qua 4 điểm $x=-1; x=0; x=1; x=2$ nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 18: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2;\ \int_0^1 \left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-8$ thì $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -6. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 \left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-8 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x - 2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-8$

$\Leftrightarrow \int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+8\right)=5$.

Câu 19: Nếu $\int_0^1 \left[3f(x)+x\right]\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^1 \left[3f(x)+x\right]\mathrm{d}x = 3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^1 x\mathrm{d}x = 3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{2} = 2$.

$\Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$.

Câu 20: Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a, chiều cao bằng $4a$ có thể tích là

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $\frac{16a^3}{3}$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}a^2.4a=\frac{4}{3}a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=2-i; z_2=1+2i$. Phần ảo của số phức $z_2.z_1$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** $-2i$. **D.** $3i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_2.z_1=(1+2i)(2-i)=4+3i$.

Khi đó số phức $z_2.z_1$ có phần ảo bằng 3.

Câu 22: Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$, bán kính đáy bằng a thì độ dài đường sinh bằng

A. $3a$. **B.** $5a$. **C.** $\sqrt{5}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B

Gọi R,l lần lượt là bán kính đường tròn đáy và độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

Theo giả thiết ta có $\pi Rl=5\pi a^2$ và $R=a$ nên $l=\dfrac{5\pi a^2}{\pi a}=5a$.

Câu 23: Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

A. 10350. **B.** 3450. **C.** 1845. **D.** 1725.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 học sinh bất kỳ là C_{25}^3.

Số cách chọn 3 học sinh toàn nam là C_{10}^3.

Số cách chọn 3 học sinh toàn nữ là C_{15}^3.

Vậy số cách chọn 3 học sinh có nam và nữ là $C_{25}^3-C_{10}^3-C_{15}^3=1725$.

Câu 24: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}+1$ là

A. $3e^{3x}+C$. **B.** $\frac{1}{3}e^{3x}+x+C$. **C.** $\frac{1}{3}e^{3x}+C$. **D.** $3e^{3x}+x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(e^{3x}+1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{3x}+x+C$.

Câu 25: Gọi A,B là hai giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$. Khi đó trung điểm của đoạn thẳng có tung độ là.

A. $x=\frac{7}{6}$. **B.** $x=\frac{7}{3}$. **C.** $y=\frac{3}{2}$. **D.** $y=-5$.

Lời giải

Chọn C

Gọi x_A,x_B là hoành độ giao điểm A,B của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình:

$$\frac{2x+1}{x-1}=3x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\2x-1=(x-1)(3x-2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\3x^2-7x+1=0\end{cases}\Rightarrow x_A+x_B=\frac{7}{3}$$

Gọi $I(x_I;y_I)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Ta có $x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{7}{6}\Rightarrow y_I=3x_I-2=\frac{3}{2}$.

Câu 26: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $3a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=3\pi a^2\Leftrightarrow h=\frac{3\pi a^2}{2\pi r}=\frac{3a^2}{2r}\Leftrightarrow h=\frac{3a^2}{2a}=\frac{3a}{2}$.

Câu 27: Cấp số nhân (u_n) có $u_1=2, u_2=1$ thì công bội của cấp số nhân này là

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Công bội của cấp số nhân đã cho là: $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{1}{2}$.

Câu 28: Cho số phức $z=9-5i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ là

A. 5. **B.** $5i$. **C.** -5. **D.** $-5i$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{z}=9+5i$ nên có phần ảo là 5.

Câu 29: Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, biết điểm $M(3;-5)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng

A. 2. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

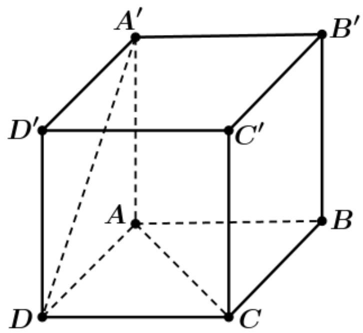
Lời giải

Chọn D

Ta có điểm $M(3;-5)$ là điểm biểu diễn số phức z nên $z=3-5i\Rightarrow z+2i=3-3i$.

Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng -3.

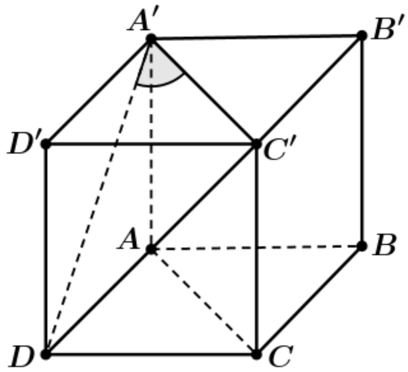
Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AC // A'C'$ nên $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(A'C', A'D)} = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$.

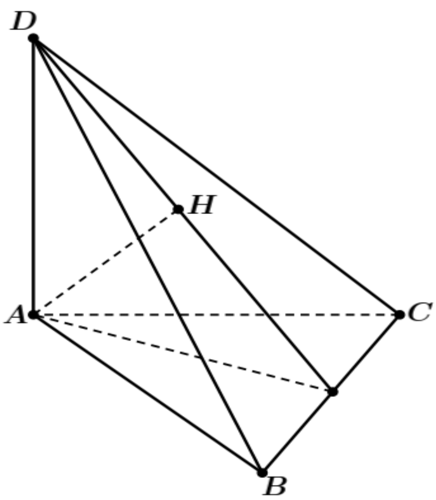
Tam giác $A'DC$ có: $A'D = A'C' = C'D \Rightarrow \Delta ABC$ đều $\Rightarrow \widehat{DA'C'} = 60^\circ$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, $AC = AD = 2$, $AB = 1$ và $BC = \sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $d = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $d = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Trong ΔABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD)

Vì AD, AB, AC đôi một vuông nên $d = AH$ được tính

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow AH^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 33: Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\frac{601}{1080}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{61}{360}$.

Lời giải

Chọn A

Xác suất lấy được bi đỏ từ hộp I là : $\frac{1}{3}.\frac{C_4^1}{C_9^1} = \frac{1}{3}.\frac{4}{9}$.

Xác suất lấy được bi đỏ từ hộp II là : $\frac{1}{3}.\frac{C_3^1}{C_5^1} = \frac{1}{3}.\frac{3}{5}$.

Xác suất lấy được bi đỏ từ hộp I là : $\frac{1}{3}.\frac{C_5^1}{C_8^1} = \frac{1}{3}.\frac{5}{8}$.

Xác suất lấy được bi đỏ là : $\frac{1}{3}.\frac{4}{9} + \frac{1}{3}.\frac{3}{5} + \frac{1}{3}.\frac{5}{8} = \frac{601}{1080}$.

Câu 34: Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì giá trị của $\int_1^5 (2x - 3f(x))\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^5 (2x-3f(x))\mathrm{d}x=\int_1^5 2x\mathrm{d}x-3\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=24-3.4=12$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)=x^4-8x^2+5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $M+m$.

A. 3. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 19.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=x^4-8x^2+5\Rightarrow f'(x)=4x^3-16x$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-16x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;3] \\ x=2\in[0;3] \\ x=-2\notin[0;3] \end{array}\right.$.

Ta có: $f(0)=5$; $f(2)=-11$; $f(3)=14$.

$\Rightarrow m=\min\limits_{[0;3]} f(x)=-11$; $M=\max\limits_{[0;3]} f(x)=14\Rightarrow M+m=3$.

Câu 36: Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2(ab)=4$; với $b>1>a>0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3(ab^2)$ tương ứng bằng bao nhiêu

A. 8. **B.** 25. **C.** -27. **D.** -125.

Lời giải

Chọn D

Với $b>1>a>0$ ta có :

$\log_a^2(ab)=4\Leftrightarrow(\log_a a+\log_a b)^2=4\Leftrightarrow(1+\log_a b)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 1+\log_a b=2 \\ 1+\log_a b=-2 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \log_a b=1 \\ \log_a b=-3 \end{array}\right.$

Vì $\begin{cases} 0<a<1 \\ b>1 \end{cases}$ nên $\log_a b=-3$. Khi đó: $\log_a^3(ab^2)=(\log_a a+2\log_a b)^3=(1+2.(-3))^3=-125$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường tròn (C) tâm O có bán kính bằng 2 và nằm trong mặt phẳng (xOy). Phương trình mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm $A(0;0;-4)$ la

A. $x^2+y^2+z^2=\dfrac{25}{4}$. **B.** $x^2+y^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$.

C. $x^2+y^2+\left(z+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$. **D.** $x^2+y^2+(z+4)^2=1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu cần tìm. Do $IO \perp (xOy)$ nên $I \in Oz \Rightarrow I(0;0;c)$.

Ta có $R^2 = IA^2 = IO^2 + 2^2 \Leftrightarrow (c+4)^2 = c^2 + 4 \Leftrightarrow 8c = -12 \Leftrightarrow c = -\dfrac{3}{2}$.

Vậy $I\left(0;0;-\dfrac{3}{2}\right)$ và $R = \dfrac{5}{2}$. Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + y^2 + \left(z + \dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{4}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + z = 0$; $(Q): 2x - z + 1 - 0$. Đường thẳng đi qua A song song với (P) và (Q) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: mặt phẳng $(P): x - y + z = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1;-1;1)$.

Mặt phẳng $(Q): 2x - z + 1 - 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (2;0;-1)$

$\Rightarrow \left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right] = (1;3;2)$

Đường thẳng đi qua $A(1;-2;0)$ song song với (P) và (Q) nên nhận $\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right] = (1;3;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc của đường thẳng là: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z}{2}$.

Câu 39: Biết rằng phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 27$. Khi đó tổng $x_1^2 + x_2^2$ bằng

A. 5. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 90.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ (1)

Đặt $t = \log_3 x$, phương trình (1) trở thành $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 27$ khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3(x_1x_2) = \log_3 27 = 3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+2)^2 - 4(3m-1) \geq 0 \\ S = t_1 + t_2 = m + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Khi đó (2) trở thành $t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$.

Với $t_1=1 \Rightarrow \log_3 x_1=1 \Leftrightarrow x_1=3$.

Với $t_2=2 \Rightarrow \log_3 x_2=2 \Leftrightarrow x_2=9$.

Vậy $x_1^2+x_2^2=3^2+9^2=90$.

Câu 40: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m trên $[-20;20]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

A. 209. **B.** 202. **C.** -209. **D.** -210.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\sin x \neq 1$.

Ta có $y'=\dfrac{-1-m}{(\sin x-1)^2}.\cos x$. Với $x \in \left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right) \Rightarrow \cos x<0$ và $\sin x \in (0;1)$.

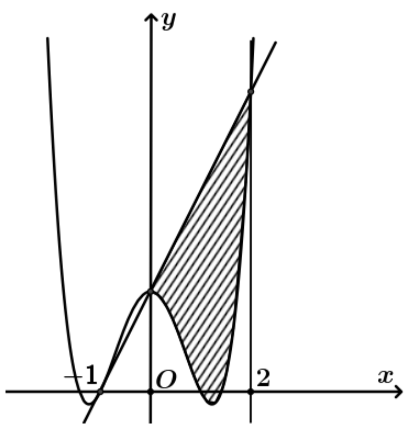
Để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y'<0 \\ 1 \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow -1-m>0 \Leftrightarrow m<-1$.

Vì $m \in \mathbb{Z}, m \in [-20;20] \Rightarrow m \in \{-20;-19;-18;.....;-2\}$.

Ta có $S=-20-19-18-.....-2=-209$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\dfrac{28}{5}$ (phần gạch sọc) thì $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:



A. $\frac{2}{5}$.   **B.** $\frac{1}{4}$.   **C.** $\frac{2}{9}$.   **D.** $\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx \Rightarrow d: y = (-4a-2b)(x+1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $(-4a-2b)(x+1) = ax^4 + bx^2 + c\,(1)$.

Phương trình (1) phải cho 2 nghiệm là $x=0$, $x=2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a-2b=c \\ -12a-6b=16a+4b+c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a-2b-c=0\,(2) \\ 28a+10b+c=0\,(3) \end{cases}.$$

Mặt khác, diện tích phần tô màu là $\frac{28}{5} = \int\limits_0^2 \left[(-4a-2b)(x+1) - ax^4 - bx^2 - c\right]\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{5} = 4(-4a-2b) - \frac{32}{5}a - \frac{8}{3}b - 2c \Leftrightarrow \frac{112}{5}a + \frac{32}{3}b + 2c = -\frac{28}{5}\,(4).$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3) và (4) ta được $a=1$, $b=-3$, $c=2$.

Khi đó, $y = f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$, $d: y = 2(x+1)$.

Khi đó $\int\limits_{-1}^0 \left(x^4 - 3x^2 + 2\right)\mathrm{d}x = \frac{6}{5}$

Câu 42: Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} + 7 = 3i + z$. Tính môđun của số phức $\omega = z^2 - z - 17i$ bằng

A. 10.   **B.** 5.   **C.** 7.   **D.** $\sqrt{\frac{20}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi, (a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} - 2(a - bi) = -7 + 3i + a + bi$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} - 3a + 7 + (b-3)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2+b^2} - 3a + 7 = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2+9} = 3a - 7 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \frac{7}{3} \\ a^2 + 9 = 9a^2 - 42a + 49 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \frac{7}{3} \\ \left[\begin{array}{l} a = 4\,(N) \\ a = \frac{5}{4}\,(L) \end{array}\right. \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 4 \end{cases}.$$

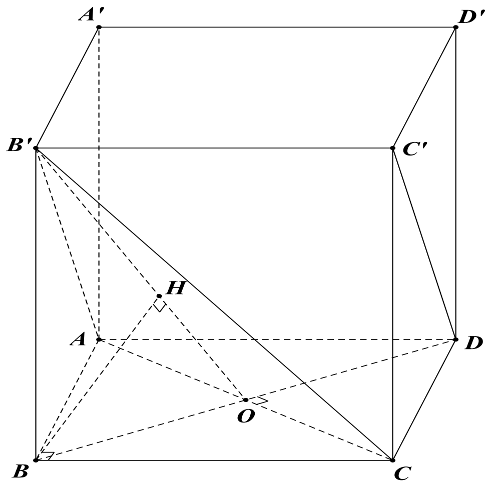
Vậy $z = 4 + 3i \Rightarrow \omega = z^2 - z - 17i = 3 + 4.i \Rightarrow |\omega| = 5$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng AC và DC' lần lượt bằng $\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$ và φ với $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều nên $BB' \perp (ABCD)$ và $DC' // AB'$ nên $(AC, DC') = (AC, AB') = \varphi$.

Vì $BCC'B'$ và $ABB'A'$ là hai hình chữ nhật bằng nhau nên $AB' = CB'$, suy ra $\varphi = \widehat{B'AC}$.

Lại có $DC' // AB' \Rightarrow DC' // (AB'C)$

$\Rightarrow d(AC, DC') = d(DC', (AB'C)) = d(D, (AB'C)) = d(B, (AB'C))$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD$, mà $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AC$.

Từ đó suy ra $AC \perp (BDD'B')$.

Gọi $O = AC \cap BD$, kẻ $BH \perp B'O$ thì $BH \perp (AB'C)$

$\Rightarrow BH = d(B, (AB'C)) = d(AC, DC') = \dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$.

Giả sử $AB = x\,(x > 0) \Rightarrow AC = BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = x\sqrt{2} \Rightarrow AO = BO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{x\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $BB'O$ vuông tại B có $BH \perp B'O$ nên $\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{BO^2} + \dfrac{1}{B'B^2} \Leftrightarrow \dfrac{7}{9a^2} = \dfrac{2}{x^2} + \dfrac{1}{B'B^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{B'B^2} = \dfrac{7}{9a^2} - \dfrac{2}{x^2} \Rightarrow BB' = \dfrac{3ax}{\sqrt{7x^2 - 18a^2}}$.

Suy ra $B'C = AB' = \sqrt{BB'^2 + AB^2} = \sqrt{\dfrac{7x^4 - 9a^2x^2}{7x^2 - 18a^2}}$.

Tam giác $AB'C$ cân tại B' và O là trung điểm của AC nên $B'O \perp AC$.

Suy ra $\cos\varphi = \cos\widehat{B'AC} = \dfrac{AO}{AB'} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{4} = \dfrac{\frac{x\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\dfrac{7x^4 - 9a^2x^2}{7x^2 - 18a^2}}} \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{7x^4 - 9a^2x^2}{7x^2 - 18a^2}} = 2x$

$\Leftrightarrow \dfrac{7x^4-9a^2x^2}{7x^2-18a^2}=4x^2 \Leftrightarrow 7x^4-9a^2x^2=4x^2\left(7x^2-18a^2\right) \Leftrightarrow 7x^2-9a^2=4\left(7x^2-18a^2\right)$

$\Leftrightarrow x^2=3a^2 \Leftrightarrow x=\sqrt{3}a$.

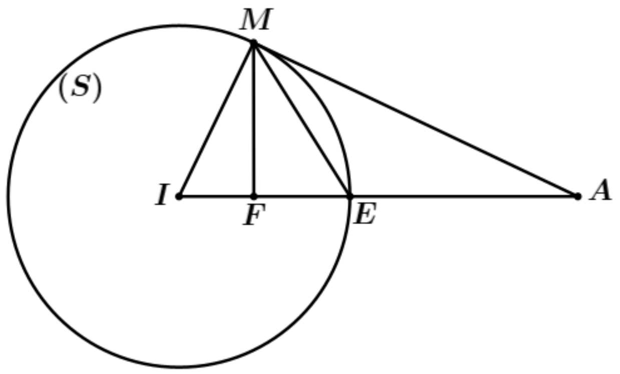
Do đó $BB'=3a$, $S_{ABCD}=AB^2=3a^2$. Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=BB'.S_{ABCD}=9a^3$.

Câu 44: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=8$ và các điểm $A(3;0;0),B(4;2;1)$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+2MB$?

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có (S) có tâm $I(-1;4;0)$ và bán kính là $R=2\sqrt{2}$. Mặt khác $IA=4\sqrt{2}=2R$.

Gọi $E=IA\cap(S)\Rightarrow E$ là trung điểm của IA và $E(1;2;0)$.

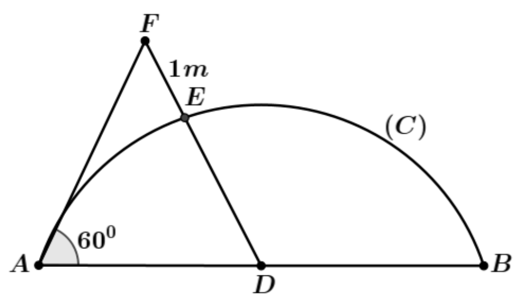
Gọi F là trung điểm của $IE\Rightarrow F(0;3;0)$.

Ta có $\dfrac{IM}{IF}=\dfrac{R}{\frac{R}{2}}=2,\dfrac{IA}{MI}=\dfrac{2R}{R}=2\Rightarrow\dfrac{IM}{IF}=\dfrac{IA}{IM}$

Do đó ΔAIM đồng dạng $\Delta MIF\Rightarrow\dfrac{MA}{FM}=\dfrac{AI}{MI}=2\Rightarrow MA=2MF$.

Do đó $MA+2MB=2\left(MF+MB\right)\geq 2BF=6\sqrt{2}$.

Câu 45: Mặt tiền nhà thầy Nam có chiều ngang $AB=4\text{m}$, thầy Nam muốn thiết kế lan can nhô ra có dạng là một phần của đường tròn (C) (hình vẽ). Vì phía trước vướng cây tại vị trí F nên để an toàn, thầy Nam cho xây dựng đường cong đi qua vị trí điểm E thuộc đoạn DF sao cho E cách F một khoảng 1m, trong đó D là trung điểm của AB.

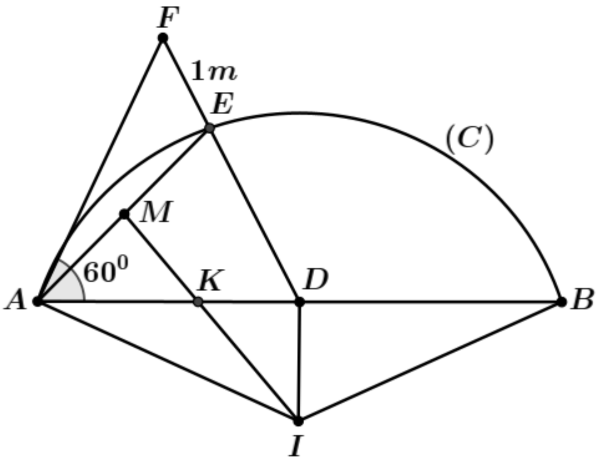


Biết $AF=2\text{m}$, $\widehat{DAF}=60^0$ và lan can cao 1m làm bằng inox với giá 2,2 triệu/m^2. Tính số tiền thầy Nam phải trả (làm tròn đến hàng ngàn).

A. $7.568.000$. **B.** $10.405.000$. **C.** $9.977.000$. **D.** $8.124.000$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của AE. Qua M kẻ trung trực d_1 của AE, qua D kẻ trung trực d_2 của AB. d_1 cắt d_2 tại I. Khi đó I là tâm đường tròn đi qua 3 điểm A, B, E. MI cắt AD tại K.

Tam giác MKA đồng dạng với tam giác DKI $\Rightarrow \dfrac{AM}{ID} = \dfrac{MK}{DK} \Rightarrow ID = \dfrac{AM.DK}{MK}$.

Dễ thấy tam giác ADF đều $\Rightarrow AM = \dfrac{1}{2}AE = \dfrac{1}{2}.\dfrac{AD\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2.2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác AMK vuông tại M $\Rightarrow \dfrac{DK}{MK} = \dfrac{AK}{MK} = \dfrac{1}{\sin \widehat{MAK}} = \dfrac{1}{\sin 30^0} = 2$.

Suy ra: $ID = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Tam giác ADI vuông tại D $\Rightarrow R = AI = \sqrt{AD^2 + ID^2} = \sqrt{7}$.

Và: $\sin \widehat{AID} = \dfrac{AD}{AI} = \dfrac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \widehat{AID} \approx 49^0 6' \Rightarrow \widehat{AIB} = 2\widehat{AID} = 98^0 12'$.

Độ dài cung tròn dùng làm lan can là $l = 2\pi R.\dfrac{98^0 12'}{360^0} \approx 4,535\text{m}$.

Lan can cao 1m và có giá 2,2 triệu/m^2 nên thầy Nam phải trả là: $4,535.2,2 = 9,977$ triệu.

Câu 46: Xét các số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn $\dfrac{x+y}{10} + \log\left(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{2y}\right) = 1 + 2xy$. Khi biểu thức $\dfrac{20}{x^2} + \dfrac{5}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích xy bằng:

A. $\dfrac{1}{32}$. **B.** $\dfrac{9}{100}$. **C.** $\dfrac{9}{200}$. **D.** $\dfrac{1}{64}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{x+y}{10} + \log\left(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{2y}\right) = 1 + 2xy \Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10} + \log\left(\dfrac{x+y}{2xy}\right) = 1 + 2xy$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10} - 2xy + \log\left(\dfrac{x+y}{10}.\dfrac{10}{2xy}\right) - \log 10 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10} + \log\left(\dfrac{x+y}{10}\right) = 2xy + \log(2xy)$ $(*)$.

Xét hàm số $f(t)=t+\log t$ với $t>0$.

Ta có $f'(t)=1+\frac{t}{\ln 10}>0\ \forall t>0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến với $t>0$.

Mà $(*)\Leftrightarrow f\left(\frac{x+y}{10}\right)=f(2xy)\Leftrightarrow \frac{x+y}{10}=2xy\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=20$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có:

$$\left(\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\left(\frac{1}{4}+1\right)\geq\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2=400\Leftrightarrow\left(\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\frac{5}{4}\geq 400\Leftrightarrow\frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}\geq 1600.$$

Vậy $\min\left(\frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}\right)=1600\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{4}\\ y=\frac{1}{16}\end{cases}$.

Khi $\frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $xy=\frac{1}{64}$.

Câu 47: Cho z và w là các số phức thỏa mãn các điều kiện $w(z+1)+iz-1=0$ và điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn $x^2+y^2=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|w+1-2i|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy do điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 1 nên suy ra $|z|=1\ (*)$.

Giả thiết $w(z+1)+iz-1=0\Leftrightarrow z=\frac{1-w}{i+w}$.

Từ $(*):|z|=1$ ta có $\left|\frac{1-w}{i+w}\right|=1\Leftrightarrow|1-w|=|w+i|$

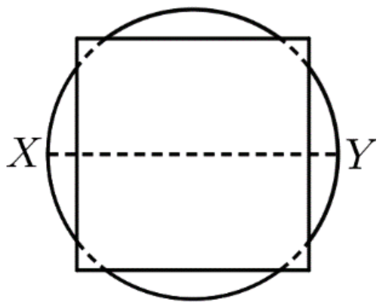
Đặt $w=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$ ta có $|1-x-yi|=|x+(y+1)i|$

$\Leftrightarrow(1-x)^2+(-y)^2=(y+1)^2+x^2\Leftrightarrow y=-x$

Khi đó $T=|x+yi+1-2i|=\sqrt{(x+1)^2+(-x-2)^2}=\sqrt{2x^2+6x+5}\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $T_{\min}=\frac{\sqrt{2}}{2}\in(0;1)$, dấu bằng xảy ra $x=-\frac{3}{2};y=\frac{3}{2}$, hay $w=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}i$.

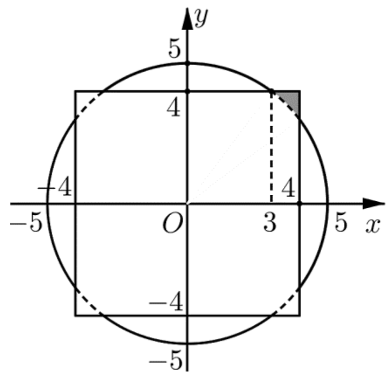
Câu 48: Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng 8cm và một hình tròn có bán kính 5cm được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục XY.



A. $V=\dfrac{260\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{290\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{580\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{520\pi}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Thể tích khối cầu $V_1=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi 5^3=\dfrac{500\pi}{3}$.

Ta có phương trình đường tròn có dạng: $x^2+y^2=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\sqrt{25-x^2} \\ y=-\sqrt{25-x^2} \end{array}\right.$

Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đồ thị các hàm số: $y=4,\ y=\sqrt{25-x^2}$ và $x=4$ khi quay quanh trục hoành:

$$\Rightarrow V_2=\pi\int_3^4\left|4^2-\left(25-x^2\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{10\pi}{3}.$$

Vậy thể tích cần tính: $V=V_1+2V_2=\dfrac{520\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2\left(x^2-x\right)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S?

A. 154. **B.** 17. **C.** 213. **D.** 153.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=(x-2)^2(x^2-x)\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\\x=0\end{array}\right.$.

Với $x=2$ là nghiệm kép, $x=1,x=0$ là nghiệm đơn.

Do đó hàm số $f=f(x)$ đạt cực trị tại $x=1,x=0$.

Đặt $g(x)=f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)\Rightarrow g'(x)=(x-6)f'\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$.

Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=2\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=0\ (1)\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=1\ (2)\end{array}\right.$. Giả sử x_0 là nghiệm của phương trình (1) thì $\frac{1}{2}x_0^2-6x_0+m=0$ do đó x_0 không thể là nghiệm của phương trình (2) hay nói cách khác phương trình $(1),(2)$ không có nghiệm chung. Vì vậy, để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $(1),(2)$ có hai nghiệm phân biệt khác 6 hay

$$\begin{cases}\Delta_1>0\\\Delta_2>0\\\frac{1}{2}.6^2-6.6+m\neq0\\\frac{1}{2}.6^2-6.6+m\neq1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9-\frac{m}{2}>0\\9-\left(\frac{m-1}{2}\right)>0\\m\neq18,m\neq19\end{cases}\Leftrightarrow m<18\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+}m\in\{1,2,...,17\}.$$

Vậy tổng các giá trị của m là: $1+2+...+17=153$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R=1$. Xét điểm M thay đổi trên (P). Khối nón (N) có đỉnh là I và đường tròn đáy là đường tròn đi qua tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S). Khi (N) có thể tích lớn nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

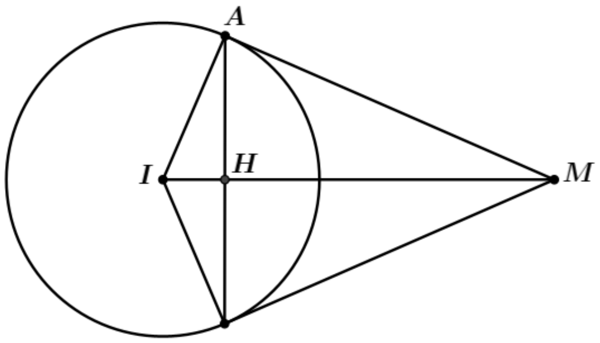
A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$ và bán kính $R=1$. Đặt $x=IM\Rightarrow x\geq d(I,(P))=\sqrt{3}$.

Gọi A là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S). Khi đó tiếp điểm A nằm trên đường tròn (C) có tâm H bán kính $r=HA$.



Ta có $AM=\sqrt{IM^2-IA^2}=\sqrt{x^2-1}\Rightarrow AH=\dfrac{AI.AM}{IM}=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}$. Khi đó:

$IH=\sqrt{IA^2-AH^2}=\sqrt{1-\dfrac{x^2-1}{x^2}}=\dfrac{1}{x}$.

Do đó $V_N=\dfrac{1}{3}\pi r^2 IH=g(x)=\dfrac{\pi}{3}.\dfrac{x^2-1}{x^2}.\dfrac{1}{x}\le \max\limits_{[\sqrt{3};+\infty)} g(x)=g(\sqrt{3})=\dfrac{2\sqrt{3}}{27}$.

Dấu bằng đạt tại $x=\sqrt{3}\Leftrightarrow M(-1;0;1)$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P).

Suy ra $\begin{cases} A\in(S) \\ AM=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1 \\ (x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2\end{cases}\Rightarrow x+y+z-2=0$ là mặt phẳng chứa các tiếp điểm.

Vậy $a+b+c=1+1-2=0$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ THAM KHẢO
PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD 2024
(Đề gồm có 06 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2024
Bài thi môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:...
Số báo danh:...

ĐỀ VIP 3

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^2 + x - 5$

A. $\dfrac{4x^3}{3} + \dfrac{5x^2}{2} - 5x + C$.

B. $\dfrac{4x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} + 4x + C$.

C. $8x + 1 + C$.

D. $\dfrac{4x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2} - 5x + C$.

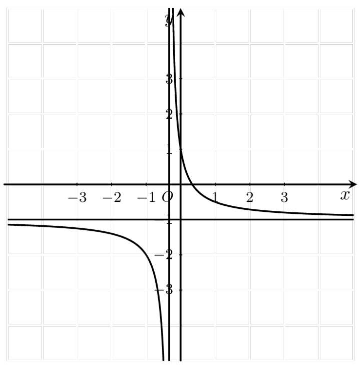
Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5(7x+3) = 2$ là.

A. $x = \dfrac{22}{7}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \dfrac{29}{7}$. **D.** $x = 22$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2;4;-12)$ và $F(-3;2;-2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PF}$.

A. $(-5;6;-14)$. **B.** $(-1;-2;10)$. **C.** $(1;2;-10)$. **D.** $(6;8;24)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}(a,b,c,d \in \mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



A. $y=-1$. **B.** $x=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=\dfrac{2-2x}{4x+4}$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+2$. **C.** $y=-2x^4-4x^2+2$. **D.** $y=-2x^3+4x^2+2$.

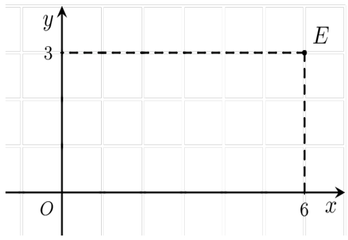
Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{\pi}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{-3}=\dfrac{y+8}{3}=\dfrac{z+7}{5}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(5;8;7)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(-3;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;-8;-7)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;-3;-5)$.

Câu 9: Điểm E trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?



A. $-6-3i$. **B.** $-6+3i$. **C.** $6+3i$. **D.** $6-3i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=6\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=72$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=288$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=72$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=6\sqrt{2}$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=6$. **B.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=-6$.

C. $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=\dfrac{1}{6}$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $13a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=39a^3$. **B.** $V=\dfrac{19}{3}a^3$. **C.** $V=78a^3$. **D.** $V=26a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \geq 275$ là:

A. $S=(-\infty;\log_4 275]$. **B.** $S=(\log_4 275;+\infty)$.

C. $S=[\log_4 275;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;\log_4 275)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_8 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{8}} x$. **C.** $y=\log_{\frac{8}{9}} x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{8}\right)^x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz).

A. $\vec{n}=(1;0;1)$. **B.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **C.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-4)(x-2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 18: Cho $\int\limits_8^{13} f(x)\mathrm{d}x=4, \int\limits_8^{13} g(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int\limits_8^{13}\left[4f(x)-7g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 24. **B.** -19. **C.** 36. **D.** 51.

Câu 19: Cho tích phân $\int\limits_{-4}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-8$. Tính tích phân $\int\limits_0^{-4} 8f(x)\mathrm{d}x$.

A. -64. **B.** 16. **C.** 64. **D.** 0.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $10a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=30a^3$. **C.** $V=\dfrac{16}{3}a^3$. **D.** $V=60a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=3i-8$ và $z_2=6-6i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $-3i-2$. **B.** $-3i-14$. **C.** $9i-14$. **D.** $-9i-2$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao $4h$ và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $r=-16h^2+l^2$. **B.** $r=16h^2+l^2$. **C.** $r=-h^2+l^2$. **D.** $r=4hl$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 3 bạn vào một dãy gồm 3 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 24: Tìm $\int 6e^{2-10x}\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{3e^{2-10x}}{5}+C$. **B.** $6e^{2-10x}+C$. **C.** $-60e^{2-10x}+C$. **D.** $-\dfrac{5}{3}e^{2-10x}+C$.

Câu 25: Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1,x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 26: Cho hình nón có đường sinh $5l$ và diện tích xung quanh là S. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $r=\dfrac{S}{10l}$. **B.** $r=\dfrac{2S}{\pi l}$. **C.** $r=\dfrac{S}{5\pi l}$. **D.** $r=\dfrac{S}{\pi l}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=-8$ và $u_{11}=-15$. Tìm công sai d.

A. $d=-1$. **B.** $d=\dfrac{15}{8}$. **C.** $d=-5$. **D.** $d=-7$.

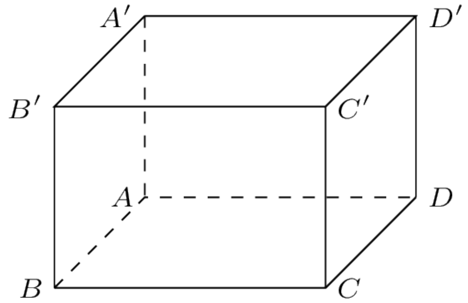
Câu 28: Số phức $z=10i-1$ có mô đun bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** 11. **C.** 101. **D.** $\sqrt{101}$.

Câu 29: Cho số phức $z=5-2i$, phần ảo của số phức $(3i-2)\overline{z}$ bằng

A. 19. **B.** -4. **C.** 11. **D.** -16.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BD.



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 68°.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $CD=3a, CB=7a, SC=\sqrt{5}a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SDA).

A. $\dfrac{3\sqrt{70}}{14}a$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{58}}{29}a$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{30}}{18}a$. **D.** $\dfrac{21\sqrt{58}}{58}a$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(7;+\infty)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 33: Một nhà sách có 8 cuốn sách tham khảo môn Hóa Học 10 và 11 cuốn sách tham khảo môn Toán 10, các cuốn sách là khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 5 cuốn sách từ nhà sách. Tính xác suất của biến cố "Cả 5 cuốn sách được chọn đều cùng thể loại sách".

A. $\frac{77}{1938}$. **B.** $\frac{14}{2907}$. **C.** $\frac{259}{697680}$. **D.** $\frac{259}{5814}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int_7^{13} f(x)\mathrm{d}x = 11$. Tính tích phân $\int_7^{13}\left[9f(x)+3\right]\mathrm{d}x$.

A. 81. **B.** 102. **C.** 117. **D.** 131.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 8. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 36: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{1}{a^9}=-9$. **B.** $\log_a \frac{1}{a^9}=-\frac{1}{9}$. **C.** $\log_a \frac{1}{a^9}=9$. **D.** $\log_a \frac{1}{a^9}=\frac{1}{9}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(6;-6;0)$ và đi qua điểm $B(-4;5;1)$ có phương trình là

A. $(x+6)^2+(y-6)^2+z^2=222$. **B.** $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=888$.

C. $(x+6)^2+(y-6)^2+z^2=\sqrt{222}$. **D.** $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=222$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x+1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $Q(0;1;2)$. **C.** $P(-1;1;-1)$. **D.** $N(0;1;1)$.

Câu 39: Biết x và y là hai số thực thoả mãn $\log_4 x=\log_9 y=\log_6(x-2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\log^2_{\frac{2}{3}} 2$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=\frac{x^2-4x+m+2+3\sqrt{x^2-4x}}{\sqrt{x^2-4x}+2}$ nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 17.

Câu 41: Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+c$, trục hoành và các đường thẳng $x=2;\ x=4$ có diện tích bằng 3?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 42: Cho số phức z thỏa số phức $w=\frac{z.|z|}{iz-|z|}$ có phần ảo bằng -1. Tìm môđun của số phức z.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB

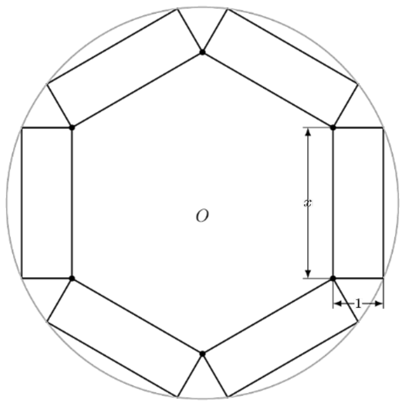
và $A'C$ bằng $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2z-3=0$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ được các tiếp tuyến đến mặt cầu (S). Biết các tiếp điểm luôn thuộc mặt phẳng (α) có phương trình $ax+by+cz-5=0$. Hỏi mặt phẳng (α) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $N(0;2;-1)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $Q(1;1;1)$.

Câu 45: Bạn An định làm một cái hộp quà lưu niệm (không nắp) bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính $4\,\text{cm}$ để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là 1 cm và x cm (tham khảo hình vẽ). Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $24{,}5\ \text{cm}^3$. **B.** $25\ \text{cm}^3$. **C.** $25{,}5\ \text{cm}^3$. **D.** $24\ \text{cm}^3$.

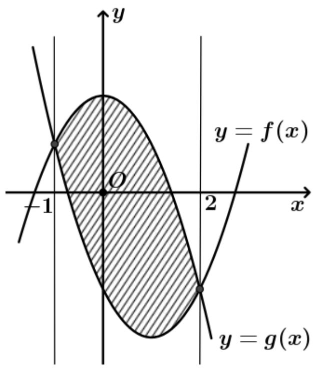
Câu 46: Cho x và y là các số thực dương thỏa mãn $\dfrac{1}{2}\log_3\dfrac{x}{9}+\log_3 y=\dfrac{9-xy^2}{y^2}$. Khi $P=x+6y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\sqrt[3]{3}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\sqrt[3]{9}$. **D.** 3.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{z}{1+z}$ là số thuần ảo. có Môđun nhỏ nhất của số phức z^2+4 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 48: Gọi (D) là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)=ax^2+bx+c$ và $y=g(x)=-x^2+mx+n$. Biết $S_{(D)}=9$ và đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$. Khi cho miền được giới hạn bởi hai đường cong trên và hai đường thẳng $x=-1; x=2$ quay quanh trục Ox, ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V bằng:



A. $\frac{295\pi}{15}$.　　**B.** $\frac{295\pi}{19}$.　　**C.** $\frac{259\pi}{19}$.　　**D.** $\frac{259\pi}{15}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm $f'(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^2 - 2mx + m - 2\right| - 3\right)$ có 13 điểm cực trị?

A. 2.　　**B.** 3.　　**C.** 4.　　**D.** 5.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng mặt phẳng (P) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $R = 18$.　　**B.** $S = -14$.　　**C.** $S = -18$.　　**D.** $S = 14$.

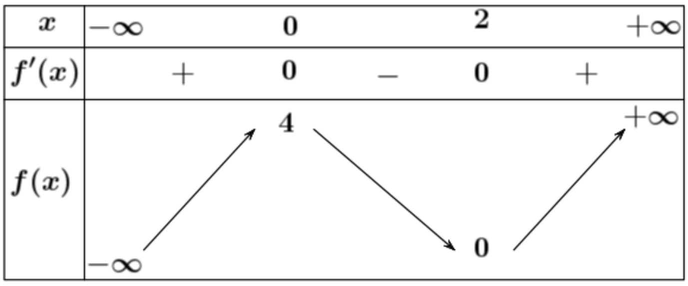
--------------------HẾT--------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.D**	**3.A**	**4.B**	**5.D**	**6.B**	**7.A**	**8.B**	**9.C**	**10.A**
11.B	**12.B**	**13.C**	**14.C**	**15.A**	**16.C**	**17.B**	**18.B**	**19.C**	**20.A**
21.A	**22.A**	**23.B**	**24.A**	**25.C**	**26.C**	**27.A**	**28.D**	**29.C**	**30.C**
31.A	**32.A**	**33.D**	**34.C**	**35.B**	**36.A**	**37.D**	**38.B**	**39.C**	**40.A**
41.D	**42.B**	**43.D**	**44.D**	**45.B**	**46.D**	**47.D**	**48.D**	**49.A**	**50.C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 4.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^2 + x - 5$

A. $\frac{4x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 5x + C$. **B.** $\frac{4x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x + C$.

C. $8x + 1 + C$. **D.** $\frac{4x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 5x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int (4x^2 + x - 5)\mathrm{d}x = \frac{4x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 5x + C$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5(7x+3) = 2$ là.

A. $x = \frac{22}{7}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \frac{29}{7}$. **D.** $x = 22$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5(7x+3) = 2 \Rightarrow 7x + 3 = 5^2 \Rightarrow x = \frac{25-3}{7} \Rightarrow x = \frac{22}{7}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2;4;-12)$ và $F(-3;2;-2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PF}$.

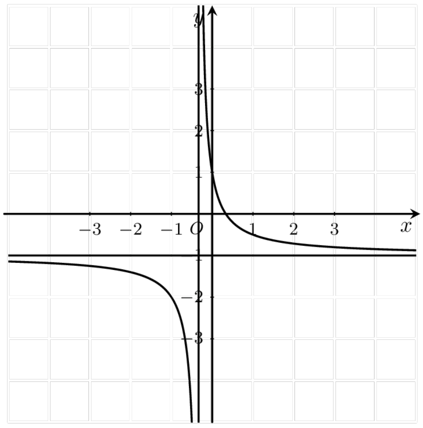
A. $(-5;6;-14)$. **B.** $(-1;-2;10)$. **C.** $(1;2;-10)$. **D.** $(6;8;24)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{PF}=\left(-3-(-2);-3-(-2);-2-(-12)\right)=(-1;-2;10)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



A. $y=-1$. **B.** $x=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=\dfrac{2-2x}{4x+4}$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+2$. **C.** $y=-2x^4-4x^2+2$. **D.** $y=-2x^3+4x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho là: $y=-2x^4+4x^2+2$

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{\pi}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x-3>0\Leftrightarrow x>3$. Tập xác định: $D=(3;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{-3}=\dfrac{y+8}{3}=\dfrac{z+7}{5}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

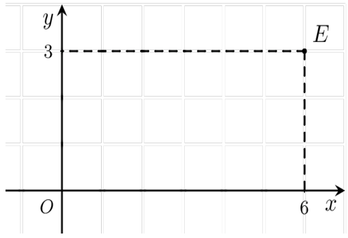
A. $\overrightarrow{u_3}=(5;8;7)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(-3;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;-8;-7)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình ta có $\overrightarrow{u_1}=(-3;3;5)$ là một véctơ chỉ phương của d.

Câu 9: Điểm E trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?



A. $-6-3i$. **B.** $-6+3i$. **<u>C</u>.** $6+3i$. **D.** $6-3i$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ ta có điểm $E(6;3)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=6+3i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=6\sqrt{2}$ có phương trình là

<u>A</u>. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=72$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=288$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=72$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có phương trình là: $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=72$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=6$. **<u>B</u>.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=-6$.

C. $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=\dfrac{1}{6}$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=-\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a^{-3}=-3.2\log_a a=-6$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **<u>B</u>.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(0;1\right)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $13a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=39a^3$. **B.** $V=\dfrac{19}{3}a^3$. **C.** $V=78a^3$. **D.** $V=26a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng $V=13.6=78$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x\ge 275$ là:

A. $S=\left(-\infty;\log_4 275\right]$. **B.** $S=\left(\log_4 275;+\infty\right)$.

C. $S=\left[\log_4 275;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;\log_4 275\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4^x\ge 275\Leftrightarrow x\ge \log_4 275\Leftrightarrow x\ge \log_4 275$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. $y=\log_8 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{8}} x$. **C.** $y=\log_{\frac{8}{9}} x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{8}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ là $y=\log_8 x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(Oyz\right)$.

A. $\vec{n}=\left(1;0;1\right)$. **B.** $\vec{j}=\left(0;1;0\right)$. **C.** $\vec{i}=\left(1;0;0\right)$. **D.** $\vec{k}=\left(0;0;1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ có véctơ pháp tuyến là $\vec{i}=\left(1;0;0\right)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-4\right)\left(x-2\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=2,x=4$ và các nghiệm này đều là nghiệm bội lẻ.

Vậy $y=f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 18: Cho $\int\limits_8^{13} f\left(x\right)\mathrm{d}x=4,\int\limits_8^{13} g\left(x\right)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int\limits_8^{13}\left[4f\left(x\right)-7g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$.

A. 24. **B.** -19. **C.** 36. **D.** 51.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{8}^{13}\left[4f(x)-7g(x)\right]\mathrm{d}x=4\int_{8}^{13}f(x)\mathrm{d}x-7\int_{8}^{13}g(x)\mathrm{d}x=4.4(-7).5=-19$.

Câu 19: Cho tích phân $\int_{-4}^{0}f(x)\mathrm{d}x=-8$. Tính tích phân $\int_{0}^{-4}8f(x)\mathrm{d}x$.

A. -64. **B.** 16. **C.** 64. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_{0}^{-4}8f(x)\mathrm{d}x=(-8).(-8)=64$.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $10a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=30a^3$. **C.** $V=\frac{16}{3}a^3$. **D.** $V=60a^3$.

Lời giải

Chọn A

Tính thể tích V của khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}.10.6=20$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=3i-8$ và $z_2=6-6i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $-3i-2$. **B.** $-3i-14$. **C.** $9i-14$. **D.** $-9i-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1+z_2=-3i-2$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao $4h$ và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $r=-16h^2+l^2$. **B.** $r=16h^2+l^2$. **C.** $r=-h^2+l^2$. **D.** $r=4hl$.

Lời giải

Chọn A

Khẳng định $r=-16h^2+l^2$ là khẳng định đúng.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 3 bạn vào một dãy gồm 3 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn là một hoán vị của 3 phần tử. Số cách chọn là: $3!=6$.

Câu 24: Tìm $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{3e^{2-10x}}{5}+C$. **B.** $6e^{2-10x}+C$. **C.** $-60e^{2-10x}+C$. **D.** $-\frac{5}{3}e^{2-10x}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x=-\frac{3e^{2-10x}}{5}+C$

Câu 25: Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$x-1=\frac{-x+5}{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ (x-1)(x-2)+x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x^2-3x+2+x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x^2-2x-3=0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Suy ra $x_1 + x_2 = -1 + 3 = 2$.

Câu 26: Cho hình nón có đường sinh $5l$ và diện tích xung quanh là S. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $r = \dfrac{S}{10l}$. **B.** $r = \dfrac{2S}{\pi l}$. **C.** $r = \dfrac{S}{5\pi l}$. **D.** $r = \dfrac{S}{\pi l}$.

Lời giải

Chọn C

Khẳng định $r = \dfrac{S}{5\pi l}$ là khẳng định đúng.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -8$ và $u_{11} = -15$. Tìm công sai d.

A. $d = -1$. **B.** $d = \dfrac{15}{8}$. **C.** $d = -5$. **D.** $d = -7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_4 = -8 \Rightarrow u_1 + 3d = -8$.

Ta có: $u_{11} = -15 \Rightarrow u_1 + 10d = -15$.

Giải hệ phương trình suy ra $u_1 = -5, d = -1$.

Câu 28: Số phức $z = 10i - 1$ có mô đun bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** 11. **C.** 101. **D.** $\sqrt{101}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = 10i - 1$ có mô đun bằng $|z| = \sqrt{101}$.

Câu 29: Cho số phức $z = 5 - 2i$, phần ảo của số phức $(3i-2)\overline{z}$ bằng

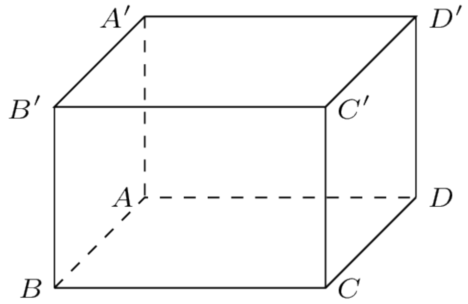
A. 19. **B.** -4. **C.** 11. **D.** -16.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(3i-2)\overline{z} = (3i-2)(2i+5) = -16 + 1i$ có phần thực bằng -16.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BD.



A. 90°. **B.** 60°. **<u>C</u>.** 45°. **D.** 68°.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(A'B', BD\right) = \left(A'B', B'D'\right) = 45^{\circ}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $CD = 3a, CB = 7a, SC = \sqrt{5}a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $\left(SDA\right)$.

<u>A</u>. $\frac{3\sqrt{70}}{14}a$. **B.** $\frac{5\sqrt{58}}{29}a$. **C.** $\frac{7\sqrt{30}}{18}a$. **D.** $\frac{21\sqrt{58}}{58}a$.

Lời giải

Chọn A

Vì $AD \perp CD, AD \perp SC \Rightarrow AD \perp \left(SCD\right)$. Kẻ $CH \perp SD$.

Ta có: $CH \perp AD \Rightarrow CH \perp \left(SDA\right)$.

$\Rightarrow d\left(C,\left(SDA\right)\right) = CH = \frac{SC.CD}{\sqrt{SC^2 + CD^2}} = \frac{\sqrt{5}a.3a}{\sqrt{5a^2 + 9a^2}} = \frac{3\sqrt{70}}{14}a$.

Vui lòng đăng ký chính chủ để được bảo hành nội dung trong quá trình sử dụng.

Câu 32: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right) = x\left(x-4\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

<u>A</u>. $\left(7;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;4\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 4$.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f\left(x\right)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(4;+\infty\right)$.

Do đó: trên khoảng $\left(7;+\infty\right)$ thì hàm số đã cho đồng biến.

Câu 33: Một nhà sách có 8 cuốn sách tham khảo môn Hóa Học 10 và 11 cuốn sách tham khảo môn Toán 10, các cuốn sách là khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 5 cuốn sách từ nhà sách. Tính xác suất của biến cố "Cả 5 cuốn sách được chọn đều cùng thể loại sách".

A. $\frac{77}{1938}$. **B.** $\frac{14}{2907}$. **C.** $\frac{259}{697680}$. **<u>D</u>.** $\frac{259}{5814}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 5 cuốn sách là: $C_{19}^{5} = 11628$.

Số cách chọn 5 cuốn sách từ cuốn sách tham khảo môn Hóa Học 10 là: $C_{8}^{5} = 56$.

Số cách chọn 5 cuốn sách từ cuốn sách tham khảo môn Toán 10 là: $C_{11}^{5} = 462$.

Xác suất cần tính là: $P=\dfrac{56+462}{11628}=\dfrac{259}{5814}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int\limits_7^{13} f(x)\mathrm{d}x=11$. Tính tích phân $\int\limits_7^{13}\left[9f(x)+3\right]\mathrm{d}x$.

A. 81. **B.** 102. **C.** 117. **D.** 131.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_7^{13}\left[9f(x)+3\right]\mathrm{d}x=9\int\limits_7^{13} f(x)\mathrm{d}x+3(13-7)=9.11+3.6=117$.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 8. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=x^4-10x^2+1$. Hàm số liên tục trên $\left[-3;2\right]$

Giải $f'(x)=4x^3-20x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[-3;2\right]\\x=\sqrt{5}\in\left[-3;2\right]\\x=-\sqrt{5}\in\left[-3;2\right]\end{array}\right.$.

Khi đó: $f(0)=1$; $f\left(\sqrt{5}\right)=f\left(-\sqrt{5}\right)=-24$; $f(2)=-23$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1.

Câu 36: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a\dfrac{1}{a^9}=-9$. **B.** $\log_a\dfrac{1}{a^9}=-\dfrac{1}{9}$. **C.** $\log_a\dfrac{1}{a^9}=9$. **D.** $\log_a\dfrac{1}{a^9}=\dfrac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức logarit ta có: $\log_a\dfrac{1}{a^9}=\log_a a^{-9}=-9$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(6;-6;0)$ và đi qua điểm $B(-4;5;1)$ có phương trình là

A. $(x+6)^2+(y-6)^2+z^2=222$. **B.** $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=888$.

C. $(x+6)^2+(y-6)^2+z^2=\sqrt{222}$. **D.** $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=222$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{IB}=(-10;5-b;1-c)\Rightarrow$ mặt cầu (S) có bán kính là $IB=\sqrt{222}$.

Mặt cầu (S) có phương trình là: $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=222$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và $d_2: \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $Q(0;1;2)$. **C.** $P(-1;1;-1)$. **D.** $N(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;-1;1)$, có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(-1;0;1)$, có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$.

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 suy ra (P) đi qua điểm $M_1(1;-1;1)$, có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(4;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $4(x-1)+0(y+1)+4(z-1)=0 \Leftrightarrow x+z-2=0$.

Dễ thấy điểm $Q(0;1;2)\in(P)$.

Câu 39: Biết x và y là hai số thực thoả mãn $\log_4 x=\log_9 y=\log_6(x-2y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\log_{\frac{2}{3}}^{2} 2$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_4 x=\log_9 y=\log_6(x-2y)=t \Rightarrow \begin{cases} x=4^t \\ y=9^t \\ x-2y=6^t \end{cases}$

$\Rightarrow 4^t-2.9^t=6^t \Rightarrow \left(\dfrac{4}{9}\right)^t-\left(\dfrac{2}{3}\right)^t-2=0$

Đặt $u=\left(\dfrac{2}{3}\right)^t$, điều kiện $u>0$. Ta có phương trình: $u^2-u-2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} u=-1 \text{ (lo¹i)} \\ u=2 \end{array}\right.$.

Ta có: $\dfrac{x}{y}=\left(\dfrac{4}{9}\right)^t=\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^t\right]^2=4$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+m+2+3\sqrt{x^2-4x}}{\sqrt{x^2-4x}+2}$ nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x^2-4x}\Rightarrow t'=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}<0\ \forall\ t\in(-4;0)$

$\Rightarrow t$ nghịch biến trên $(-4;0)\Rightarrow t\in\left(0;4\sqrt{2}\right)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm m nguyên dương để hàm số $g(t)=\dfrac{t^2+3t+m+2}{t+2}$ đồng biến trên $\left(0;4\sqrt{2}\right)$.

Ta có $g(t)=\dfrac{t^2+3t+m+2}{t+2}\Rightarrow g'(t)=\dfrac{t^2+4t+4-m}{(t+2)^2}=0\Leftrightarrow t^2+4t+4-m=0\Leftrightarrow (t+2)^2=m$

Do phương $m>0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x=-2\pm\sqrt{m}$

$\Rightarrow$Hàm số đồng biên trên $\left(-\infty;-2-\sqrt{m}\right)$ và $\left(-2+\sqrt{m};+\infty\right)$.

Để hàm số $g(t)$ đồng biến trên $\left(0;4\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow\left(0;4\sqrt{2}\right)\subset\left(-2+\sqrt{m};+\infty\right)$

$\Leftrightarrow -2+\sqrt{m}\le 0\Leftrightarrow\sqrt{m}\le 2\Leftrightarrow m\le 4$.

Câu 41: Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+c$, trục hoành và các đường thẳng $x=2;\ x=4$ có diện tích bằng 3?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng: $S=\int\limits_2^4\left|x^2-4x+c\right|\mathrm{d}x$. Hàm số $y=f(x)=x^2-4x+c$ trên đoạn $[2;4]$ có bảng biến thiên như sau:

x	2		4
$f(x)$			c
		$\nearrow$	
	$c-4$		

TH1: Nếu $c\ge 4\Rightarrow f(x)\ge x^2-4x+4\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)=x^2-4x+4\ge 0\ \forall x\in[2;4]$.

Do đó $S=\int\limits_2^4\left|x^2-4x+c\right|\mathrm{d}x=\left.\left(\dfrac{x^3}{3}-2x^2+cx\right)\right|_2^4=2c-\dfrac{16}{3}$; $S=3\Leftrightarrow c=\dfrac{25}{6}$.

TH2: Nếu $c\le 0\Rightarrow f(x)\le x^2-4x\le 0\ \forall x\in[2;4]$.

Do đó $S=\int\limits_2^4\left|x^2-4x+c\right|\mathrm{d}x=\int\limits_2^4\left(-x^2+4x-c\right)\mathrm{d}x=\left.\left(-\dfrac{x^3}{3}+2x^2-cx\right)\right|_2^4=\dfrac{16}{3}-2c$; $S=3\Leftrightarrow c=\dfrac{7}{6}$.

TH3: Nếu $0<c<4$, $f(x)=x^2-4x+c$ có 2 nghiệm, trong đó 1 nghiệm $x_2=2+\sqrt{4-c}\in[2;4]$

x	2		$2+\sqrt{4-c}$		4
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Đặt $F(x)=\int\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x=\int\left[(x-2)^2+c-4\right]\mathrm{d}x=\dfrac{(x-2)^3}{3}+(c-4)x+C$

Do đó $S=-\int\limits_2^{x_2}\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{x_2}^{4}\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x\ =F(4)+F(2)-2F(x_2)$

$=6c-24+\dfrac{8}{3}-2\left[\dfrac{(x_2-2)^3}{3}+(c-4)x_2\right].$

Vì $S=3$ và $x_2=2+\sqrt{4-c}$ nên ta có phương trình: $4.\sqrt{4-c}^{\,3}=25-6c\ (*)$.

Đặt $t=\sqrt{4-c}$, $t\in[0;2]$, trở thành: $4t^3-6t-1=0$, tính được $t\approx 1.5979$ nên $c\approx 1.4467$.

Vậy có hai giá trị của c thỏa mãn bài toán.

Câu 42: Cho số phức z thỏa số phức $w=\dfrac{z.|z|}{iz-|z|}$ có phần ảo bằng -1. Tìm môđun của số phức z.

A. 1. **<u>B</u>.** 2. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $z=0$ thì số phức w không tồn tại, suy ra $z\neq 0$.

Đặt $z_0=\dfrac{1}{z}=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$, khi đó $w=\dfrac{\dfrac{1}{z_0}.\left|\dfrac{1}{z_0}\right|}{\dfrac{i}{z_0}-\left|\dfrac{1}{z_0}\right|}=\dfrac{1}{i|z_0|-z_0}$.

Từ đây ta có $w=\dfrac{1}{i|z_0|-z_0}=\dfrac{1}{-x-i\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)}$

$=\dfrac{-x+i\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}=\dfrac{-x}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}+\dfrac{y-\sqrt{x^2+y^2}}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}i$

Suy ra: $\dfrac{y-\sqrt{x^2+y^2}}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}=-1\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}-y=2\left(x^2+y^2-y\sqrt{x^2+y^2}\right)$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)\left(2\sqrt{x^2+y^2}-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+y^2}=y\\ \sqrt{x^2+y^2}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Xét $\sqrt{x^2+y^2}=y$, ta có $\begin{cases} y\ge 0 \\ x=0 \end{cases}$ suy ra $z_0=yi$ với $y>0$.

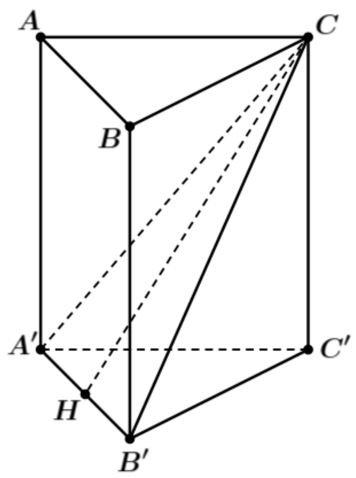
Điều này dẫn đến $iz=|z|=\dfrac{1}{y}$ mâu thuẫn với sự tồn tại của w. Vậy $|z_0|=\dfrac{1}{2}$ suy ra $|z|=2$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AB//A'B' \Rightarrow AB//\left(A'B'C\right) \Rightarrow d_{(AB,A'C)}=d_{(AB,(A'B'C))}=d_{(B,(A'B'C))}=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$

Đặt $AA'=x>0$.

Tam giác $CA'B'$ cân tại C, $CA'=CB'=\sqrt{a^2+x^2}$.

Diện tích tam giác $CA'B'$ là

$$S_{CA'B'}=\frac{1}{2}CH.A'B'=\frac{1}{2}.a.\sqrt{a^2+x^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{1}{2}a.\sqrt{\frac{3a^2+4x^2}{4}}=\frac{1}{4}a\sqrt{3a^2+4x^2}$$

Thể tích lăng trụ $V=x.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (1)

Lại có $V=3V_{B.A'B'C}=3.\dfrac{1}{3}d_{(B,(A'B'C))}.S_{A'B'C}=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}.\dfrac{1}{4}a.\sqrt{3a^2+4x^2}$.

Do đó $x.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}.\dfrac{1}{4}a.\sqrt{3a^2+4x^2} \Leftrightarrow 5x\sqrt{3}=\sqrt{15}.\sqrt{3a^2+4x^2} \Leftrightarrow x=a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng: $V=x.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2z-3=0$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ được các tiếp tuyến đến mặt cầu (S). Biết các tiếp điểm luôn thuộc mặt phẳng (α) có phương trình $ax+by+cz-5=0$. Hỏi mặt phẳng (α) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $N(0;2;-1)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $Q(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=2$.

Có $\overrightarrow{IA}=(2;2;1)\Rightarrow IA=3$. Kẻ một tiếp tuyến AB đến mặt cầu (S), với B là tiếp điểm.

Ta có tam giác ABI vuông tại B nên ta có $AB=\sqrt{IA^2-IB^2}=\sqrt{5}$.

Gọi $H(x;y;z)$ là chân đường cao kẻ từ B của tam giác ABI.

Ta có: $IB^2=IH.IA\Rightarrow IH=\dfrac{IB^2}{IA}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow IH=\dfrac{4}{9}.IA$.

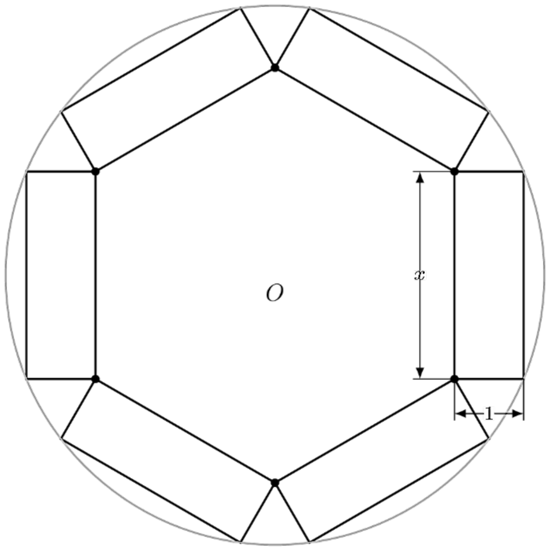
Từ suy ra được $\overrightarrow{IH}=\dfrac{4}{9}\overrightarrow{IA}\Rightarrow\begin{cases}x-0=\dfrac{4}{9}.2\\ y-0=\dfrac{4}{9}.2\\ z-1=\dfrac{4}{9}.1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{8}{9}\\ y=\dfrac{8}{9}\\ z=\dfrac{13}{9}\end{cases}\Rightarrow H\left(\dfrac{8}{9};\dfrac{8}{9};\dfrac{13}{9}\right)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng IA nên nhận $\overrightarrow{IA}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến. Hơn nữa mặt phẳng (α) đi qua điểm H.

Vậy (α) có phương trình: $2.\left(x-\dfrac{8}{9}\right)+2.\left(y-\dfrac{8}{9}\right)+1.\left(z-\dfrac{13}{9}\right)=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-5=0$.

Vậy mặt phẳng (α) đi qua điểm $Q(1;1;1)$.

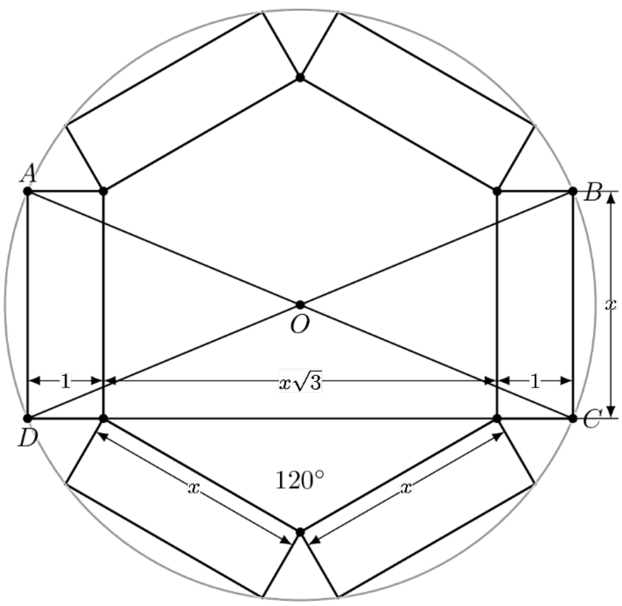
Câu 45: Bạn An định làm một cái hộp quà lưu niệm (không nắp) bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính $4\,\text{cm}$ để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là 1 cm và x cm (tham khảo hình vẽ). Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $24,5\ \text{cm}^3$. **B.** $25\ \text{cm}^3$. **C.** $25,5\ \text{cm}^3$. **D.** $24\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn B



Xét hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp (O), do đó, AC là đường kính của (O). Ta có $AC = 8\,\text{cm}$.

Tính được: $DC = 1 + x\sqrt{3} + 1 = x\sqrt{3} + 2$

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác ΔADC:

$$x^2 + \left(2 + x\sqrt{3}\right)^2 = 8^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x\sqrt{3} - 60 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$$

Thể tích hộp quà là: $V = h.S_d = 1.6.\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3}{2}x^2\sqrt{3} = \dfrac{-27\sqrt{7} + 99\sqrt{3}}{4} \approx 25,0094\ \text{cm}^3$

Câu 46: Cho x và y là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2}\log_3\frac{x}{9}+\log_3 y=\frac{9-xy^2}{y^2}$. Khi $P=x+6y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\sqrt[3]{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\sqrt[3]{9}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Với $x,y\in\mathbb{R}^+$, ta có: $\frac{1}{2}\log_3\frac{x}{9}+\log_3 y=\frac{9-xy^2}{y^2}\Leftrightarrow\log_3\frac{x}{9}+2\log_3 y=\frac{18-2xy^2}{y^2}$

$\Leftrightarrow\log_3\frac{xy^2}{9}=\frac{18-2xy^2}{y^2}\Leftrightarrow\log_3 xy^2+2\cdot\frac{xy^2}{y^2}=\log_3 9+2\cdot\frac{9}{y^2}\quad(1)$

Xét hàm: $f(t)=\log_3 t+2\cdot\frac{t}{v^2}$, $t>0$

Khi đó: $f'(t)=\frac{1}{3\ln t}+\frac{2}{v^2}>0,\forall t>0,v\in\mathbb{R}$. Suy ra: $(1)\Leftrightarrow xy^2=9\Rightarrow x=\frac{9}{y^2}$.

$\Rightarrow P=x+6y=\frac{9}{y^2}+6y=\frac{9}{y^2}+3y+3y\geq3\sqrt[3]{\frac{9}{y^2}\cdot3y\cdot3y}=\sqrt[3]{81}$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{9}{y^2}=3y\Rightarrow y=\sqrt[3]{3}$. Vậy khi $P_{\min}$ thì $\frac{x}{y}=\frac{9}{y^3}=\frac{9}{3}=3$.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+z}$ là số thuần ảo. có Môđun nhỏ nhất của số phức z^2+4 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=a+bi\,(z\neq0)$

Ta có: $\frac{z}{1+z}=\frac{a+bi}{1+a+bi}=\frac{(a+bi)(1+a-bi)}{(1+a+bi)(1+a-bi)}=\frac{a(1+a)+b^2+bi}{(1+a)^2+b^2}$

$=\frac{a(1+a)+b^2}{(1+a)^2+b^2}+\frac{b}{(1+a)^2+b^2}i$.

Theo giả thiết $\frac{z}{1+z}$ là số thuần ảo $\Rightarrow\frac{a(1+a)+b^2}{(1+a)^2+b^2}=0\Leftrightarrow a(1+a)+b^2=0\ (1)$

$z^2+4=(a+bi)^2+4=a^2-b^2+4-2abi\Rightarrow\left|z^2+4\right|=\sqrt{(a^2-b^2+4)^2+(-2ab)^2}$.

$\left|z^2+4\right|$ có mô đun nhỏ nhất khi và chỉ khi $\left(a^2-b^2+4\right)^2+4a^2b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Từ $(1) \Rightarrow b^2=-a^2-a$.

Ta có: $\left(a^2-b^2+4\right)^2+4a^2b^2=\left[a^2-\left(-a^2-a\right)+4\right]^2+4a^2\left(-a^2-a\right)$

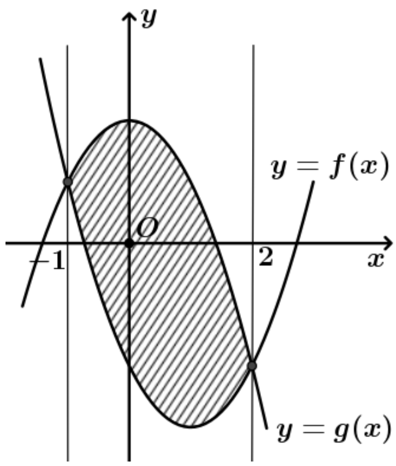
$=\left(2a^2+a+4\right)^2-4a^2\left(a^2+a\right)=17a^2+8a+16 \quad (2)$

(2) là một tam thức bậc 2, hệ số của a^2 lớn hơn 0

$\Rightarrow$ (2) đạt giá trị nhỏ nhất tại $a=-\dfrac{8}{2.17}=-\dfrac{4}{17}$.

Vậy z^2+4 có mô đun nhỏ nhất bằng $\sqrt{17.\left(-\dfrac{4}{17}\right)^2+8.\left(-\dfrac{4}{17}\right)+16}=\dfrac{16\sqrt{17}}{17}\in(3;4)$.

Câu 48: Gọi (D) là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)=ax^2+bx+c$ và $y=g(x)=-x^2+mx+n$. Biết $S_{(D)}=9$ và đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$. Khi cho miền được giới hạn bởi hai đường cong trên và hai đường thẳng $x=-1; x=2$ quay quanh trục Ox, ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V bằng:



A. $\dfrac{295\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{295\pi}{19}$. **C.** $\dfrac{259\pi}{19}$. **D.** $\dfrac{259\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Parabol $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$ suy ra $m=0;\ n=2 \Rightarrow y=g(x)=-x^2+2$

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=f(x)$ và $y=g(x)$:

$ax^2+bx+c=-x^2+2 \Leftrightarrow (a+1)x^2+bx+c-2=0$. (1)

Dựa vào hình vẽ, ta có phương trình hoành độ giao điểm của $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cũng có dạng là $(a+1)(x+1)(x-2)=0 \Leftrightarrow (a+1)\left(x^2-x-2\right)=0$ (2)

Ta có $S_{(D)}=9 \Leftrightarrow \int_{-1}^{2}\left|(a+1)\left(x^2-x-2\right)\right|\mathrm{d}x=9 \Leftrightarrow \frac{9}{2}|a+1|=9 \Leftrightarrow a+1=2 \Leftrightarrow a=1$

Với $a=1$ từ (1) và (2) ta suy ra: $2x^2+bx+c-2=2x^2-2x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=-2 \end{cases}$

Vì hai đường $y=f(x)=x^2-2x-2$ và $y=g(x)=-x^2+2$ nằm khác phía trục Ox nên ta lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f(x)=x^2-2x-2$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y=-\left(x^2-2x-2\right)=-x^2+2x+2$.

Xét $-x^2+2-\left(-x^2+2x+2\right)=-2x \Rightarrow \begin{cases} -x^2+2 \geq -x^2+2x+2>0, \forall x\in[-1;0] \\ 0<-x^2+2 \leq -x^2+2x+2, \forall x \in [0;2] \end{cases}$

Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V=\pi\int_{-1}^{0}\left(-x^2+2\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_{0}^{2}\left(-x^2+2x+2\right)^2\mathrm{d}x=\frac{259\pi}{15}$$

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm $f'(x)=x^3-3x^2-10x$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^2-2mx+m-2\right|-3\right)$ có 13 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

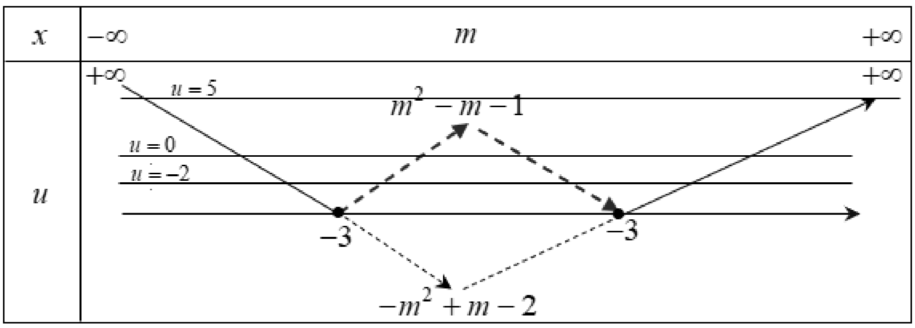
Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x=5; x=0; x=-2$.

Xét hàm số $f(u)=f\left(\left|x^2-2mx+m-2\right|-3\right)$ với $u=\left|x^2-2mx+m-2\right|-3$.

Đặt $h(x)=x^2-2mx+m-2$, ta vẽ bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		m		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-m^2+m-2$	$\nearrow$	$+\infty$

Nhận thấy $-m^2+m-2<0$ nên ta suy ra được bảng biến thiên của u như sau:



Số điểm cực trị của $f(u)$ = Số điểm cực trị của u + Số nghiệm đơn (bội lẻ) của $\left[\begin{array}{l} u=5 \\ u=0 \\ u=-2 \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta thấy u có 3 điểm cực trị. Để hàm số $g(x)$ có 13 cực trị thì số nghiệm đơn (bội lẻ) của $\left[\begin{array}{l} u=5 \\ u=0 \\ u=-2 \end{array}\right.$ phải bằng 10.

Để có 10 nghiệm bội lẻ thì các đường thẳng $u=-2; u=0$ phải nằm dưới m^2-m-1 (nếu nằm trên thì chỉ cho tối đa 6 nghiệm) và đường thẳng $u=5$ phải nằm trên m^2-m-1.

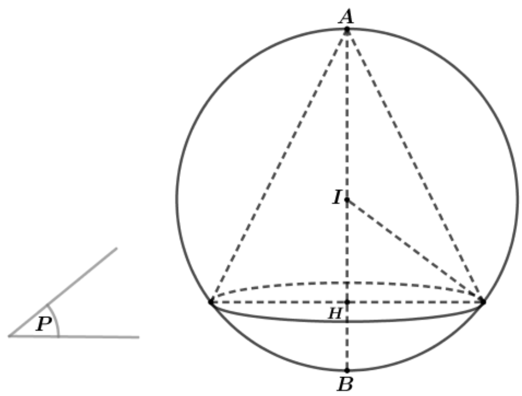
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m<\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \\ m^2-m-1\le 5 \Leftrightarrow -2\le m\le 3 \end{cases} \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{2;3\}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng mặt phẳng (P) có phương trình $2x+by+cz+d=0$ với $b,c,d\in\mathbb{Z}$. Tính $S=b+c+d$.

A. $R=18$. **B.** $S=-14$. **C.** $S=-18$. **D.** $S=14$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;4;2)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(4;3;4)$ và bán kính $R=\dfrac{1}{2}AB=3$

Gọi r là bán kính của đường tròn tâm H. Vì thể tích khối nón lớn nhất nên H thuộc đoạn IB, tức là $AH>3$.

Đặt $IH=x$, $0\le x<3 \Rightarrow r^2=R^2-x^2=9-x^2$.

Khi đó thể tích khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H là

$V=\frac{1}{3}AH.\pi r^2=\frac{1}{3}(3+x).\pi\left(9-x^2\right)=\frac{1}{6}(3+x).(3+x)(6-2\text{x})\pi$

$\le\frac{1}{6}.\left(\frac{12}{3}\right)^3\pi=\frac{32}{3}\pi$ (Bất đẳng thức Cô-si).

Dấu "=" xảy ra khi $3+x=6-2x\Rightarrow x=1\Rightarrow IH=1$.

Mặt phẳng (P) nhận $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng (P) là $2x+2y+z+m=0$.

Lại có $d\left(I;(P)\right)=1\Leftrightarrow\frac{|18+m|}{3}=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=-15\\m=-21\end{array}\right.$.

Với $m=-15$ suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $2x+2y+z-15=0$. Khi đó I và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) ($AH=d\left(A;(P)\right)<3$) nên $m=-15$ không thỏa mãn.

Với $m=-21$ suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $2x+2y+z-21=0$. Khi đó I và B nằm khác phía so với mặt phẳng (P) ($AH=d\left(A;(P)\right)>3$) nên $m=-21$ thỏa mãn.

Vậy $b=2,c=1,d=-21\Rightarrow S=-18$.

ĐỀ THAM KHẢO	**KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2024**
PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD 2024	**Bài thi môn: TOÁN**
(Đề gồm có 06 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ và tên thí sinh:……………………………………………

Số báo danh:…………………………………………………

ĐỀ VIP 4

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 2: Tìm $\int\left(-2x^2-4x-5\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{2x^3}{3}-2x^2-5x+C$.

B. $-4x-4+C$.

C. $-\dfrac{2x^3}{3}+8x^2-5x+C$.

D. $-\dfrac{2x^3}{3}-2x^2+x+C$.

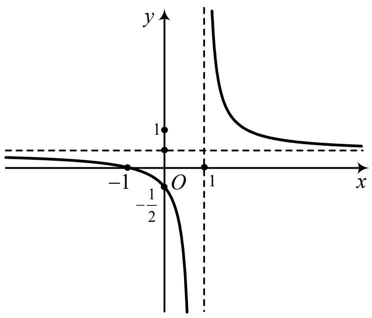
Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(9-4x\right)=7$ là.

A. $x=-\dfrac{13}{2}$. **B.** $x=78116$. **C.** $x=-19529$. **D.** $x=-19527$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(6;2;3\right)$ và $Q\left(-4;-5;3\right)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MQ}$.

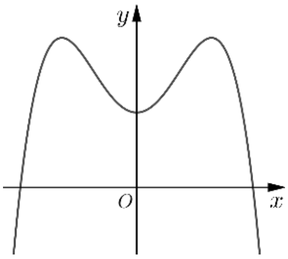
A. $\left(2;-3;6\right)$. **B.** $\left(-10;-7;0\right)$. **C.** $\left(-24;-10;9\right)$. **D.** $\left(10;7;0\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



A. $y=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=1$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(3x^2 - 42x + 135\right)^{7e}$.

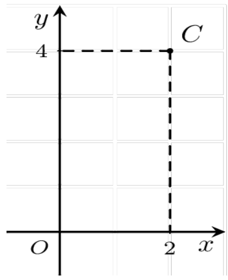
A. $D = (5;9)$. **B.** $D = [5;9]$.

C. $D = (-\infty;5] \cup [9;+\infty)$. **D.** $D = (-\infty;5) \cup (9;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-10}{-4} = \dfrac{y+6}{-7} = \dfrac{z-8}{10}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_4} = (-4;-7;10)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (4;7;-10)$. **C.** $\overrightarrow{u_2} = (-10;6;-8)$. **D.** $\overrightarrow{u_3} = (10;-6;8)$.

Câu 9: Điểm C trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?



A. $2 + 4i$. **B.** $-2 - 4i$. **C.** $2 - 4i$. **D.** $-2 + 4i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-4;-5;2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 27$. **B.** $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 3\sqrt{3}$.

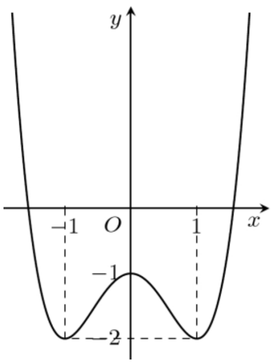
C. $(x+4)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 108$. **D.** $(x-4)^2 + (y-5)^2 + (z+2)^2 = 27$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right) = -\dfrac{1}{21}$. **B.** $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right) = \dfrac{1}{21}$.

C. $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right) = -21$. **D.** $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right) = 21$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $8a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=\frac{11}{3}a^3$. **B.** $V=24a^3$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 250$ là

A. $S=\left(-\infty;\log_{\frac{1}{2}}250\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;\log_{\frac{1}{2}}250\right)$.

C. $S=\left[\log_{\frac{1}{2}}250;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(\log_{\frac{1}{2}}250;+\infty\right)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. $y=\log_{\frac{7}{8}}x$. **B.** $y=\log_{\frac{8}{7}}x$. **C.** $y=y=7^x$. **D.** $y=\log x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz).

A. $\vec{j}=(0;1;0)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;1)$. **C.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+4)^8, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 18: Cho $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x=7, \int_1^7 g(x)\mathrm{d}x=-1$. Tính $\int_1^7\left[7f(x)-6g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. -48. **B.** 0. **C.** 55. **D.** 43.

Câu 19: Cho tích phân $\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x=-5$. Tính tích phân $\int_0^{-3}2f(x)\mathrm{d}x$.

A. -10. **B.** -3. **C.** 10. **D.** 7.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $14a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=28a^3$. **B.** $V=\frac{28}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{16}{3}a^3$. **D.** $V=14a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=3i+5$ và $z_2=5-10i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $13+2i$. **B.** $55-35i$. **C.** $10-7i$. **D.** $25-30i$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh $5l$. Gọi S_{tp} là diện tích toàn phần của hình nónKhẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S_{tp}=\pi lr+\pi r^2$. **B.** $S_{tp}=5\pi hr+\pi r^2$. **C.** $S_{tp}=\pi lr+5\pi r^2$. **D.** $S_{tp}=5\pi lr+\pi r^2$.

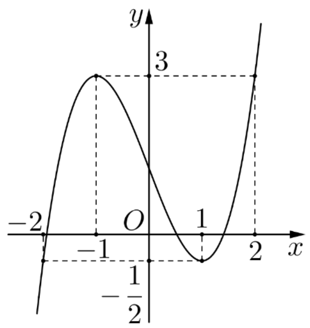
Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn vào một dãy gồm 4 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 24. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 24: Tìm $\int 4e^{7-3x}\,\mathrm{d}x$.

A. $-12e^{7-3x}+C$. **B.** $4e^{7-3x}+C$. **C.** $-\dfrac{4e^{7-3x}}{3}+C$. **D.** $-\dfrac{3}{4}e^{7-3x}+C$.

Câu 25: Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+1=0$ trên đoạn $\left[-2;1\right]$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 26: Cho hình trụ có bán kính đáy $3r$ và diện tích xung quanh là S. Chiều cao của hình trụ bằng

A. $h=\dfrac{S}{6\pi r}$. **B.** $h=\dfrac{2S}{3\pi r}$. **C.** $h=\dfrac{S}{2\pi r}$. **D.** $h=\dfrac{S}{2r}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_9=-35$ và $u_{12}=-50$. Tìm công sai d.

A. $d=\dfrac{10}{7}$. **B.** $d=-15$. **C.** $d=5$. **D.** $d=-5$.

Câu 28: Số phức $z=2i+5$ có phần ảo bằng

A. 5. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 29: Cho số phức $z=-9i-7$, số phức $\left(2i-8\right)\overline{z}$ có số phức liên hợp là

A. $74+86i$. **B.** $38-86i$. **C.** $38+86i$. **D.** $74-86i$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=2a$, $BC=a\sqrt{2}$, $SA=a$ và $SA\perp\left(ABCD\right)$. Gọi M là trung điểm SD. Tính $\tan\alpha$ với α góc giữa hai đường thẳng SA và CM.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA'=2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M=\dfrac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{57}a}{57}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{57}a}{57}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{57}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)^{2024}\left(x-1\right)^{2025}\left(2-x\right)$. Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 33: Một lớp học có 8 học sinh nam và 11 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ lớp học. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều cùng giới tính".

A. $\frac{56}{969}$. **B.** $\frac{13}{57}$. **C.** $\frac{55}{323}$. **D.** $\frac{13}{342}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=-11$. Tính tích phân $\int\limits_1^4 \left[-7f(x)+7\right]\mathrm{d}x$.

A. 84. **B.** 56. **C.** 104. **D.** 98.

Câu 35: Cho hàm số $y=(x+m)^3-3(x+m)+1+n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;1]$ bằng 4. Tính $m+n$

A. $m+n=0$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=-1$. **D.** $m+n=1$.

Câu 36: Cho các số thực dương a,b khác 1 thoả mãn $\log_2 a=\log_b 16$ và $ab=64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2$ bằng

A. $\frac{25}{2}$. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 32.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(5;-6;-2)$ và đi qua điểm $N(2;-1;-5)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2+(y+6)^2+(z+2)^2=172$. **B.** $(x-5)^2+(y+6)^2+(z+2)^2=43$.

C. $(x+5)^2+(y-6)^2+(z-2)^2=\sqrt{43}$. **D.** $(x+5)^2+(y-6)^2+(z-2)^2=43$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-1=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt (d) và tạo với (d) một góc $30°$ là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=0\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 39: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x-\log_2 x.\log_3(81\text{x})+\log_{\sqrt{3}}(x^2)=0$ bằng

A. 13. **B.** 17. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 40: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\frac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị là đường cong (C) và đường thẳng $d: y=g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=-1$. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d bằng 108. Giao điểm thứ hai của đường cong (C) và đường thẳng d có hoành độ $m>0$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(7;9)$. **C.** $(10;12)$. **D.** $(4;6)$.

Câu 41: Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức $|z-m|=4$ và

$\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 6. **C.** 14. **D.** 12.

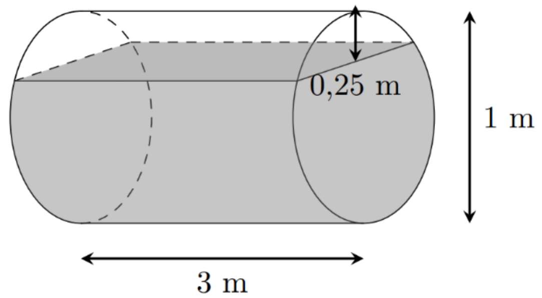
Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{27a^3}{32}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{32}$. **D.** $V=\dfrac{9a^3}{32}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC. Giá trị M^2+m^2 bằng

A. 76. **B.** 78. **C.** 72. **D.** 74.

Câu 45: Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài $3\,\text{m}$ và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc $0,25$ m (xem hình vẽ). Tính thể tích của nước trong téc (kết quả làm tròn tới hàng phần nghìn).



A. $1,768m^3$. **B.** $1,167m^3$.

C. $1,895m^3$. **D.** $1,896m^3$.

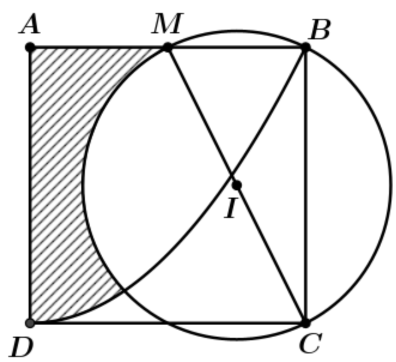
Câu 46: Gọi x,y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$ sao cho biểu thức $P=\dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2024x+2025y$ bằng

A. 6073. **B.** 4043. **C.** 6065. **D.** 8085.

Câu 47: Xét hai số phức z,w thoả mãn $|z+2w|=2$ và $|2z-3w-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2i|+|w+i|$ là

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Gọi hai điểm M và I lần lượt là trung điểm của AB và MC. Một parabol có đỉnh là D và đi qua điểm B, đường tròn tâm I đường kính MC như hình vẽ. Thể tích V của vật thể được tạo thành khi quay miền (R) (phần được gạch chéo) quanh trục AD gần **giá trị nào nhất** sau đây?



A. $14,5$. **B.** $12,6$.

C. $9,7$. **D.** $11,8$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x^2+mx-2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $\left|f\left(x^2-2x\right)\right|$ có ít nhất 9 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=27$, Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng đi qua hai điểm $A\left(0;0;-4\right),B\left(2;0;0\right)$ và cắt $\left(S\right)$ theo giao tuyến là đường tròn $\left(C\right)$ sao cho khối nón đỉnh là tâm của $\left(S\right)$ và đáy là $\left(C\right)$ có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của $\left(\alpha\right)$ có dạng $ax+by-z+c=0,\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$. Giá trị của $a-b+c$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 2.

-------------------------**HẾT**-------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.A**	**3.C**	**4.B**	**5.D**	**6.C**	**7.D**	**8.A**	**9.A**	**10.A**
11.C	**12.B**	**13.B**	**14.A**	**15.A**	**16.A**	**17.D**	**18.C**	**19.C**	**20.B**
21.B	**22.D**	**23.A**	**24.C**	**25.C**	**26.A**	**27.D**	**28.D**	**29.C**	**30.A**
31.A	**32.B**	**33.B**	**34.D**	**35.A**	**36.B**	**37.B**	**38.B**	**39.B**	**40.D**
41.D	**42.D**	**43.D**	**44.A**	**45.D**	**46.A**	**47.A**	**48.A**	**49.A**	**50.A**

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x=-2$ và giá trị cực tiểu $y=-1$.

Câu 2: Tìm $\int\left(-2x^2-4x-5\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{2x^3}{3}-2x^2-5x+C$. **B.** $-4x-4+C$.

C. $-\dfrac{2x^3}{3}+8x^2-5x+C$. **D.** $-\dfrac{2x^3}{3}-2x^2+x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\left(-2x^2-4x-5\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{2x^3}{3}-2x^2-5x+C$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(9-4x\right)=7$ là.

A. $x=-\dfrac{13}{2}$. **B.** $x=78116$. **C.** $x=-19529$. **D.** $x=-19527$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_5\left(9-4x\right)=7\Rightarrow 9-4x=5^7\Rightarrow x=\dfrac{78125-9}{-4}\Rightarrow x=-19529$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6;2;3)$ và $Q(-4;-5;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MQ}$.

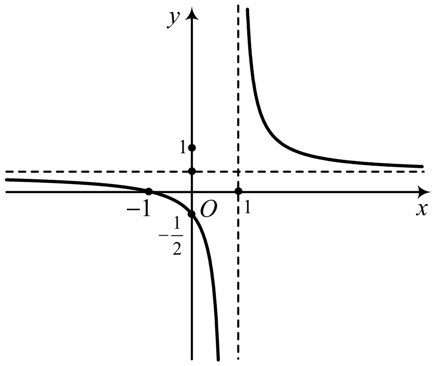
A. $(2;-3;6)$. **B.** $(-10;-7;0)$. **C.** $(-24;-10;9)$. **D.** $(10;7;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{MQ}=(-4-6;-4-6;3-3)=(-10;-7;0)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



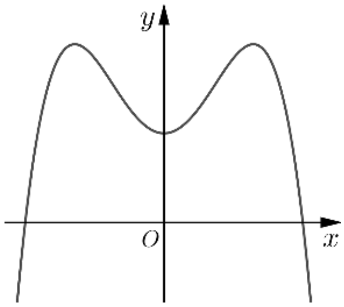
A. $y=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=1$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy đây là hàm trùng phương và có hệ số a âm.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(3x^2-42x+135\right)^{7e}$.

A. $D=(5;9)$. **B.** $D=[5;9]$.

C. $D=(-\infty;5]\cup[9;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;5)\cup(9;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $3x^2-42x+135>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<5 \\ x>9 \end{array}\right.$ hoặc $x>9$.

Tập xác định: $D=(-\infty;5)\cup(9;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-10}{-4}=\dfrac{y+6}{-7}=\dfrac{z-8}{10}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

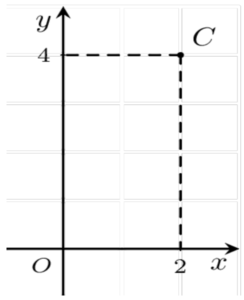
A. $\overrightarrow{u_4}=(-4;-7;10)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(4;7;-10)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-10;6;-8)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(10;-6;8)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào phương trình ta có $\overrightarrow{u_4}=(-4;-7;10)$ là một véctơ chỉ phương của d.

Câu 9: Điểm C trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?



A. $2+4i$. **B.** $-2-4i$. **C.** $2-4i$. **D.** $-2+4i$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta có điểm $C(2;4)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=2+4i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-4;-5;2)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $(x+4)^2+(y+5)^2+(z-2)^2=27$. **B.** $(x-4)^2+(y-5)^2+(z+2)^2=3\sqrt{3}$.

C. $(x+4)^2+(y+5)^2+(z-2)^2=108$. **D.** $(x-4)^2+(y-5)^2+(z+2)^2=27$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có phương trình là: $(x+4)^2+(y+5)^2+(z-2)^2=27$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right)=-\dfrac{1}{21}$. **B.** $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right)=\dfrac{1}{21}$.

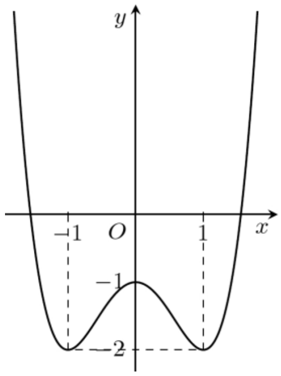
C. $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right)=-21$. **D.** $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right)=21$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\dfrac{1}{a^7}\right)=\log_{a^{\frac{1}{3}}} a^{-7}=-7.3\log_a a=-21$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$.   **B.** $(0;1)$.   **C.** $(-1;0)$.   **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $8a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V = \frac{11}{3}a^3$.   **B.** $V = 24a^3$.   **C.** $V = 12a^3$.   **D.** $V = 8a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng: $V = 3.8 = 24$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 250$ là

A. $S = \left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 250\right]$.   **B.** $S = \left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 250\right)$.

C. $S = \left[\log_{\frac{1}{2}} 250; +\infty\right)$.   **D.** $S = \left(\log_{\frac{1}{2}} 250; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 250 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 250 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 250$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. $y = \log_{\frac{7}{8}} x$.   **B.** $y = \log_{\frac{8}{7}} x$.   **C.** $y = y = 7^x$.   **D.** $y = \log x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là $y = \log_{\frac{7}{8}} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz).

A. $\vec{j} = (0;1;0)$.   **B.** $\vec{n} = (1;0;1)$.   **C.** $\vec{i} = (1;0;0)$.   **D.** $\vec{k} = (0;0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Oxz) có véctơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+4)^8, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-4, x=0$.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua nghiệm $x=-4$ và đổi dấu khi đi qua nghiệm $x=0$ nên $y=f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 18: Cho $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x=7, \int_1^7 g(x)\mathrm{d}x=-1$. Tính $\int_1^7 \left[7f(x)-6g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. -48. **B.** 0. **C.** 55. **D.** 43.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^7 \left[7f(x)-6g(x)\right]\mathrm{d}x=7\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x-6\int_1^7 g(x)\mathrm{d}x=7.7(-6).(-1)=55$.

Câu 19: Cho tích phân $\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x=-5$. Tính tích phân $\int_0^{-3} 2f(x)\mathrm{d}x$.

A. -10. **B.** -3. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^{-3} 2f(x)\mathrm{d}x=(-2).(-5)=10$.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $14a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=28a^3$. **B.** $V=\dfrac{28}{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{16}{3}a^3$. **D.** $V=14a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối chóp đã cho: $V=\dfrac{1}{3}.14.2=\dfrac{28}{3}$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=3i+5$ và $z_2=5-10i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $13+2i$. **B.** $55-35i$. **C.** $10-7i$. **D.** $25-30i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1.z_2=55-35i$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh $5l$. Gọi S_{tp} là diện tích toàn phần của hình nónKhẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S_{tp}=\pi lr+\pi r^2$. **B.** $S_{tp}=5\pi hr+\pi r^2$. **C.** $S_{tp}=\pi lr+5\pi r^2$. **D.** $S_{tp}=5\pi lr+\pi r^2$.

Lời giải

Chọn D

Khẳng định $S_{tp} = 5\pi lr + \pi r^2$ là khẳng định đúng.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn vào một dãy gồm 4 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 24. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách chọn là một hoán vị của 4 phần tử.

Số cách chọn là: $A4! = 24$.

Câu 24: Tìm $\int 4e^{7-3x}\,\mathrm{d}x$.

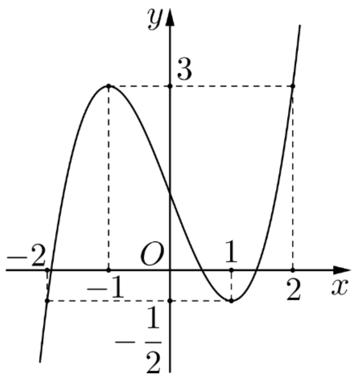
A. $-12e^{7-3x} + C$. **B.** $4e^{7-3x} + C$. **C.** $-\dfrac{4e^{7-3x}}{3} + C$. **D.** $-\dfrac{3}{4}e^{7-3x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int 4e^{7-3x}\,\mathrm{d}x = -\dfrac{4e^{7-3x}}{3} + C$

Câu 25: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ trên đoạn $[-2;1]$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2f(x) = -1 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ trên đoạn $[-2;1]$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{1}{2}$ trên đoạn $[-2;1]$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy đường thẳng $y = -\dfrac{1}{2}$ giao với đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 26: Cho hình trụ có bán kính đáy $3r$ và diện tích xung quanh là S. Chiều cao của hình trụ bằng

A. $h = \dfrac{S}{6\pi r}$. **B.** $h = \dfrac{2S}{3\pi r}$. **C.** $h = \dfrac{S}{2\pi r}$. **D.** $h = \dfrac{S}{2r}$.

Lời giải

Chọn A

Khẳng định $h=\dfrac{S}{6\pi r}$ là khẳng định đúng.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_9=-35$ và $u_{12}=-50$. Tìm công sai d.

A. $d=\dfrac{10}{7}$. **B.** $d=-15$. **C.** $d=5$. **D.** $d=-5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_9=-35 \Rightarrow u_1+8d=-35$.

Ta có: $u_{12}=-50 \Rightarrow u_1+11d=-50$.

Giải hệ phương trình ta được: $u_1=5, d=-5$.

Câu 28: Số phức $z=2i+5$ có phần ảo bằng

A. 5. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=2i+5$ có phần ảo bằng 2.

Câu 29: Cho số phức $z=-9i-7$, số phức $(2i-8)\overline{z}$ có số phức liên hợp là

A. $74+86i$. **B.** $38-86i$. **C.** $38+86i$. **D.** $74-86i$.

Lời giải

Chọn C

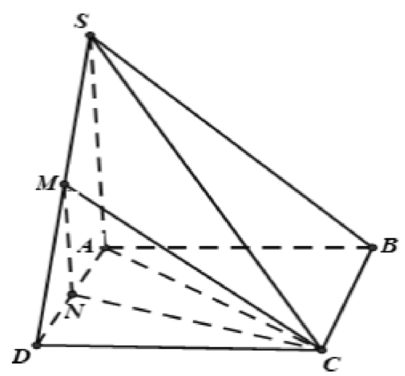
Ta có: $(2i-8)\overline{z}=(2i-8)(9i-7)=38-86i$ có số phức liên hợp là bằng $38+86i$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=2a$, $BC=a\sqrt{2}$, $SA=a$ và $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm SD. Tính $\tan\alpha$ với α góc giữa hai đường thẳng SA và CM.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của AD, khi đó $MN//SA$ nên $(SA,CM)=(MN,CM)=\widehat{CMN}=\alpha$.

Ta có $MN = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$, $CN = \sqrt{DN^2 + CD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (2a)^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

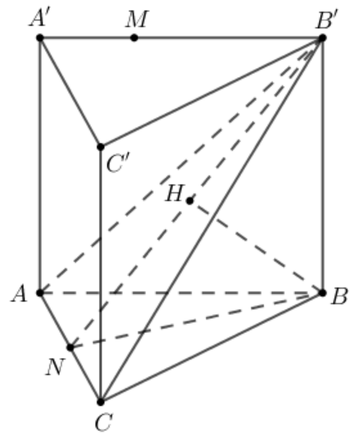
Tam giác MNC vuông tại N nên ta có $\tan\alpha = \frac{NC}{MN} = \frac{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = 3\sqrt{2}$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA' = 2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M = \frac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{57}a}{57}$. **B.** $\frac{2\sqrt{57}a}{57}$. **C.** $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\frac{\sqrt{57}a}{57}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $A'M \cap (AB'C) = B'$

Suy ra: $d(M,(AB'C)) = \frac{MB'}{A'B'} \cdot d(A',(AB'C)) = \frac{2}{3} \cdot d(A',(AB'C)) = \frac{2}{3} \cdot d(B,(AB'C))$.

Từ B kẻ $BN \perp AC$ tại N, kẻ $BH \perp B'N$ tại H thì $d(B,(AB'C)) = BH$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $B'BN$ vuông tại B nên $BH = \frac{BB' \cdot BN}{\sqrt{BB'^2 + BN^2}} = \frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Vậy $d(M,(AB'C)) = \frac{2}{3} \cdot d(B,(AB'C)) = \frac{2}{3} BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{57}a}{19} = \frac{4\sqrt{57}a}{57}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^{2024}(x-1)^{2025}(2-x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 33: Một lớp học có 8 học sinh nam và 11 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ lớp học. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều cùng giới tính".

A. $\dfrac{56}{969}$. **B.** $\dfrac{13}{57}$. **C.** $\dfrac{55}{323}$. **D.** $\dfrac{13}{342}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 3 học sinh là: $C_{19}^3 = 969$.

Số cách chọn 3 học sinh từ học sinh nam là: $C_8^3 = 56$.

Số cách chọn 3 học sinh từ học sinh nữ là: $C_{11}^3 = 165$.

Xác suất cần tính là: $P = \dfrac{56+165}{969} = \dfrac{13}{57}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x = -11$. Tính tích phân $\int\limits_1^4 \left[-7f(x)+7\right]\mathrm{d}x$.

A. 84. **B.** 56. **C.** 104. **D.** 98.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\limits_1^4 \left[-7f(x)+7\right]\mathrm{d}x = -7\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x + 7(4-1) = (-7).(-11)+7.3 = 98$.

Câu 35: Cho hàm số $y = (x+m)^3 - 3(x+m) + 1 + n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;1]$ bằng 4. Tính $m+n$

A. $m+n=0$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=-1$. **D.** $m+n=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3(x+m)^2 - 3 = 3(x+m+1)(x+m-1)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1-m = x_2 \\ x = -1-m = x_1 \end{array}\right.$$

Để hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ thì $x_1 \le 0 < 2 \le x_2$ hay

$$\begin{cases} 3.y'(0) \le 0 \\ 3.y'(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \le 0 \\ y'(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 3 \le 0 \\ 3(2+m)^2 - 3 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \le 0 \\ (2+m)^2 - 1 \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le m \le 1 \\ -1 \le 2+m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le m \le 1 \\ -3 \le m \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1 \ (1)$$

Với $m=-1$ thì $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;1] \\ x = 2 \notin [-1;1] \end{array}\right.$

Ta có $y(0) = n+3,\ y(1) = n+1,\ y(-1) = n-1 \Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} y = n+3 = 4 \Rightarrow n = 1\ (2)$

Từ (1) vào $(2) \Rightarrow m+n=0$.

Câu 36: Cho các số thực dương a,b khác 1 thoả mãn $\log_2 a = \log_b 16$ và $ab = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2$ bằng

A. $\frac{25}{2}$. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 32.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a = \log_b 16 \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{\log_{16} b} \Leftrightarrow \log_2 a.\log_2 b = 4$.

Theo giả thiết: $ab = 64 \Rightarrow \log_2 ab = \log_2 64 \Rightarrow \log_2 a + \log_2 b = 6$.

Khi đó: $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2 = \left(\log_2 a - \log_2 b\right)^2 = \left(\log_2 a + \log_2 b\right)^2 - 4\log_2 a.\log_2 b = 6^2 - 4.4 = 20$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(5;-6;-2)$ và đi qua điểm $N(2;-1;-5)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 172$. **B.** $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 43$.

C. $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{43}$. **D.** $(x+5)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = 43$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{IN} = (-3;-1-b;-5-c) \Rightarrow$ mặt cầu (S) có bán kính là $IN = \sqrt{43}$.

Mặt cầu (S) có phương trình là: $(x-5)^2 + (y+6)^2 + (z+2)^2 = 43$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt (d) và tạo với (d) một góc 30° là:

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = -1 + t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = -1 - t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + t \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\overrightarrow{n_P}$ là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), $\overrightarrow{u_d}$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng d, $\vec{u} = (a;b;c)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Gọi $M(t;-2+2t;-t)$ là giao điểm của Δ và d, vì Δ nằm trong (P) nên $M \in (P)$ do đó $2t - 2 + 2t - t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1;0;-1)$.

Δ nằm trong (P) nên $\overrightarrow{n_P}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2a + b + c = 0 \Leftrightarrow c = -2a - b$.

Ta có $\cos 30^\circ = \frac{\left|\vec{u}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\left|a + 2b - (-2a - b)\right|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}.\sqrt{a^2 + b^2 + (-2a - b)^2}} \Leftrightarrow a = 0$.

Chọn $b=1$ ta có $\vec{u}=(0;1;-1)$ là véctơ chỉ phương của Δ.

Vậy phương đường thẳng Δ là : $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Câu 39: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x-\log_2 x.\log_3(81x)+\log_{\sqrt{3}}(x^2)=0$ bằng

A. 13. **B.** 17. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $\log_2^2 x-\log_2 x.(\log_3 x+\log_3 81)+\log_{\sqrt{3}}(x^2)=0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 x-\log_2 x.\log_3 x-4\log_2 x+4\log_3 x=0$

$\Leftrightarrow \log_2 x(\log_2 x-\log_3 x)-4(\log_2 x-\log_3 x)=0$

$\Leftrightarrow (\log_2 x-4)(\log_2 x-\log_3 x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=4 \\ \log_2 x=\log_3 x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=16 \\ x=1 \end{array}\right.(tm)$.

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình là 17.

Câu 40: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$. Ta có $y'=\dfrac{2x^2-4mx+m^2-2m-1}{(x-m)^2}=\dfrac{g(x)}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $g(x)\ge 0, \forall x>1$ và $m\le 1$ (1)

Vì $\Delta_g{}'=2(m+1)^2\ge 0, \forall m$ nên (1) $\Leftrightarrow g(x)=0$ có hai nghiệm thỏa $x_1\le x_2\le 1$

Điều kiện tương đương là $\begin{cases} 2g(1)=2(m^2-6m+1)\ge 0 \\ \dfrac{S}{2}=m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\le 3-2\sqrt{2}\approx 0,2$.

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị là đường cong (C) và đường thẳng $d: y=g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=-1$. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d bằng 108. Giao điểm thứ hai của đường cong (C) và đường thẳng d có hoành độ $m>0$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(7;9)$. **C.** $(10;12)$. **D.** $(4;6)$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong (C) cắt đường thẳng d tại hai điểm có hoành độ là $x=-1$ và $x=m$ $(m>0)$ trong đó tại điểm có hoành độ $x=-1$ là điểm tiếp xúc của hai đồ thị.

Do vậy $f(x)-g(x)=(x^3+ax^2+bx+c)-(px+q)=(x+1)^2(x-m)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị bằng 108 nên ta suy ra:

$$S=\int_{-1}^{m}|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{m}\left|(x+1)^2(x-m)\right|\mathrm{d}x=-\int_{-1}^{m}\left[(x+1)^2(x-m)\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{12}(m+1)^4=108$$

Do điều kiện $m>0$ nên suy ra $m=5$

Vậy giá trị của m thuộc khoảng $(4;6)$.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức $|z-m|=4$ và $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 6. **C.** 14. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $z\neq 6$

Giả sử $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{Z})$

Ta có $|z-m|=4\Leftrightarrow|x-m+yi|=4\Leftrightarrow(x-m)^2+y^2=16\,(C)$.

Lại có $\frac{z}{z-6}=1+\frac{6}{z-6}=1+\frac{6}{x-6+yi}=1+\frac{6(x-6-yi)}{(x-6)^2+y^2}=\frac{6(x-6)}{(x-6)^2+y^2}-\frac{6i}{(x-6)^2+y^2}i$.

Khi đó $\frac{z}{z-6}$ là số thuần ảo khi $1+\frac{6(x-6)}{(x-6)^2+y^2}=0$

$\Leftrightarrow(x-6)^2+y^2+6(x-6)=0\Leftrightarrow(x-3)^2+y^2=9\ (C')$.

Như vậy (C) có tâm $I(m;0)$, bán kính $R=4$ và (C') có tâm $I'(3;0)$, bán kính $R'=3$.

Do đó $\overrightarrow{II'}=(3-m;0)\Rightarrow II'=|m-3|$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow(C)$ và (C') tiếp xúc trong hoặc tiếp xúc ngoài

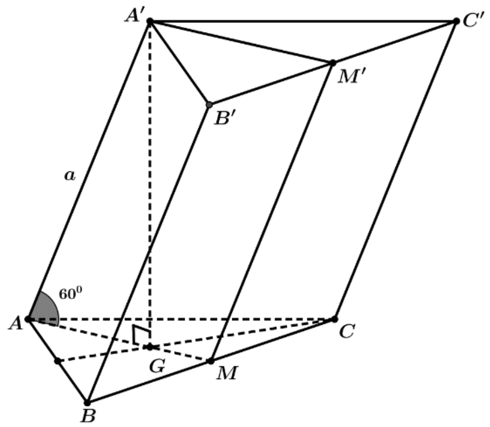
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}II'=|R-R'|=1\\II'=R+R'=7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|m-3|=1\\|m-3|=7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=2\\m=10\\m=-4\end{array}\right.\Rightarrow S=12.$$

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(A'B'C')$ góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3}{8}$. **B.** $V = \dfrac{27a^3}{32}$. **C.** $V = \dfrac{3a^3}{32}$. **D.** $V = \dfrac{9a^3}{32}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC, $B'C'$ và G là trọng tâm tam giác ABC.

Vì tam giác ABC đều nên $BC \perp AM$. Mà $BC \perp A'G$ nên $BC \perp (AA'M'M)$.

Khi đó $((ABC),(BCC'B')) = (AM, MM')$.

Xét hình bình hành $AA'M'M$ có $\widehat{A'AM}$ là góc nhọn và bù với góc $\widehat{AMM'}$ nên

$((ABC),(BCC'B')) = (AM, MM') = 180° - \widehat{AMM'} = \widehat{A'AM} = 60°$.

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G, ta có $A'G = AA'.\sin 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $AG = AA'.\cos 60° = \dfrac{a}{2}$,

$\Rightarrow AM = \dfrac{3}{2}AG = \dfrac{3a}{4}$.

Xét tam giác ABM vuông tại M, ta có $\sin 60° = \dfrac{AM}{AB} \Rightarrow AB = \dfrac{AM}{\sin 60°} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sin 60° = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{16}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'G = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{16}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9a^3}{32}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC. Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

A. 76. **B.** 78. **C.** 72. **D.** 74.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB:\begin{cases} x=3-2t \\ y=5-t \\ z=-2+2t \end{cases}$. Gọi $M\left(3-2t;5-t;-2+2t\right)$ là giao điểm của AB và mặt phẳng $\left(P\right)$.

$M\in\left(P\right)$ nên $2\left(3-2t\right)+\left(5-t\right)-2\left(-2+2t\right)+9=0\Leftrightarrow t=\dfrac{8}{3}\Rightarrow M\left(\dfrac{-7}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{10}{3}\right)\Rightarrow OM=\sqrt{22}$.

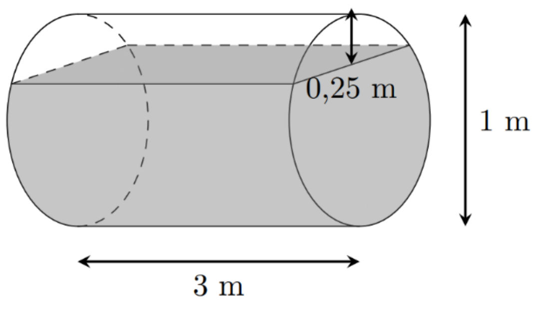
$\Rightarrow\begin{cases} \overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{-16}{3};\dfrac{-8}{3};\dfrac{16}{3}\right) \\ \overrightarrow{BM}=\left(\dfrac{-4}{3};\dfrac{-2}{3};\dfrac{4}{3}\right) \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} AM=8 \\ BM=2 \end{cases}\Rightarrow MC^2=MA.MB=16\Leftrightarrow MC=4$ do MC là tiếp tuyến của mặt cầu $\left(S\right)$.

Khi đó tập hợp điểm C là đường tròn giao tuyến $\left(C\right)$ nằm trên $\left(P\right)$ có tâm là $M\left(\dfrac{-7}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{10}{3}\right)$ và bán kính là 4.

Gọi C' và C'' lần lượt là hai điểm trên đường tròn $\left(C\right)$ sao cho OC' và OC'' lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC, khi đó C', M và C'' theo thứ tự thẳng hàng.

Do đó $M^2+m^2=OC'^2+OC''^2=2OM^2+\dfrac{C'C''^2}{2}=2.\sqrt{22}^2+\dfrac{8^2}{2}=76$.

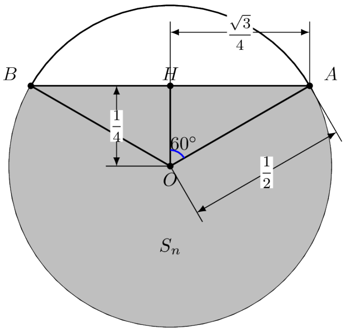
Câu 45: Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc $0,25$ m (xem hình vẽ). Tính thể tích của nước trong téc (kết quả làm tròn tới hàng phần nghìn).



A. $1,768m^3$. **B.** $1,167m^3$. **C.** $1,895m^3$. **D.** $1,896m^3$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích của téc khi chứa đầy nước $V = S_d.h = \pi.\left(\frac{1}{2}\right)^2.3 = \frac{3\pi}{4}(m^3)$

Xét đường tròn mặt đáy của téc

Phần diện tích nước đang chiếm gọi là S_n, phần không có nước là hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung $\overset{\frown}{AB}$

Tính được $sd\,\overset{\frown}{AOB} = 120^\circ, AB = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (m)

$$S_n = S_d - \left(S_{\overset{\frown}{AOB}} - S_{AOB}\right) = S_d - \frac{120}{360}S_d + S_{AOB} = \frac{2}{3}S_d + S_{AOB}$$

$$S_n = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}(m^2)$$

Do téc đặt nằm ngang với mặt đất, do đó, mặt nước vuông góc với hai đáy. Khi đó, tỷ lệ diện tích mặt đáy chính là tỷ lệ thể tích của nước trong téc.

Ta có : $\frac{V_n}{V} = \frac{S_n}{S} \Rightarrow V_n = V.\frac{S_n}{S} = \frac{3\pi}{4}.\frac{\frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}}{\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2} \approx 1.896(m^3)$

Câu 46: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ sao cho biểu thức $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2024x + 2025y$ bằng

A. 6073. **B.** 4043. **C.** 6065. **D.** 8085.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) = x^2+y^2+xy-3(x+y)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) + 3(x+y) + 2 = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2)$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} 3(x+y)+3(x+y)=\log_{\sqrt{3}}\left(x^2+y^2+xy+2\right)+\left(x^2+y^2+xy+2\right)$ (1)

Xét hàm đặc trưng $f(t)=\log_{\sqrt{3}} t+t$ liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f\left(3(x+y)\right)=f\left(x^2+y^2+xy+2\right) \Leftrightarrow 3(x+y)=x^2+y^2+xy+2$

$\Leftrightarrow 4x^2+4y^2+4xy+8-12x-12y=0 \Leftrightarrow (2x+y)^2-6(2x+y)+3(y-1)^2+5=0$

$\Rightarrow (2x+y)^2-6(2x+y)+5\le 0 \Leftrightarrow 1\le 2x+y\le 5$ (2)

Ta có: $P=\dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1}=2+\dfrac{2x+y-5}{x+2y+1}\le 2$, (vì $x+2y+1>0$ và từ (2) ta có $2x+y-5\le 0$).

Suy ra : $P_{\max}=2$, xảy ra khi $\begin{cases} y-1=0 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Vậy: $2024x+2025y=6073$.

Câu 47: Xét hai số phức z,w thoả mãn $|z+2w|=2$ và $|2z-3w-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2i|+|w+i|$ là

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $a=z-2i;\ b=w+i$ suy ra $z=a+2i;\ w=b-i$.

Khi đó $|z+2w|=2 \Leftrightarrow |a+2i+2(b-i)|=2 \Leftrightarrow |a+2b|=2 \Leftrightarrow |a+2b|^2=4$

$\Leftrightarrow (a+2b).\overline{(a+2b)}=4 \Leftrightarrow (a+2b).\left(\overline{a}+2\overline{b}\right)=4$

$\Leftrightarrow |a|^2+4|b|^2+2a\overline{b}+2\overline{a}b=4 \Leftrightarrow 3|a|^2+12|b|^2+6a\overline{b}+6\overline{a}b=12 \quad (1)$.

Tương tự: $|2z-3w-7i|=4 \Leftrightarrow |2(a+2i)-3(b-i)-7i|=4 \Leftrightarrow |2a-3b|=4$

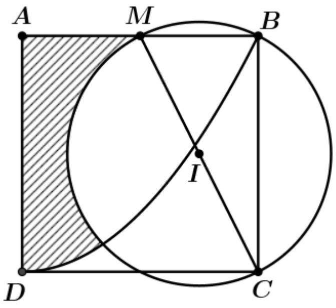
$\Leftrightarrow |2a-3b|^2=16 \Leftrightarrow 4|a|^2+9|b|^2-6a\overline{b}-6\overline{a}b=16 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $|a|^2+3|b|^2=4$.

Do đó: $P=|a|+|b|=1.|a|+\sqrt{3}.|b|.\dfrac{1}{\sqrt{3}}\le\sqrt{\left(|a|^2+3|b|^2\right)\left(1^2+\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}=\sqrt{4.\dfrac{4}{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ khi $|a|=\sqrt{3};\ |b|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

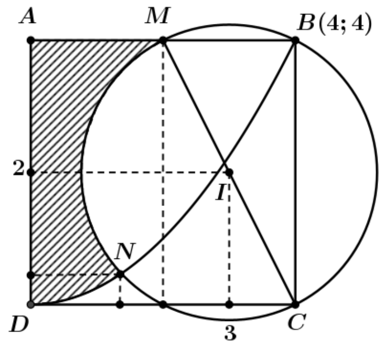
Câu 48: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Gọi hai điểm M và I lần lượt là trung điểm của AB và MC. Một parabol có đỉnh là D và đi qua điểm B, đường tròn tâm I đường kính MC như hình vẽ. Thể tích V của vật thể được tạo thành khi quay miền (R) (phần được gạch chéo) quanh trục AD gần **giá trị nào nhất** sau đây?



A. $14,5$. **B.** $12,6$. **C.** $9,7$. **D.** $11,8$.

Lời giải

Chọn A



Parabol $y=ax^2$ đi qua $B(4;4)$ nên $4=4a^2 \Rightarrow a=\dfrac{1}{4}$ suy ra $y=\dfrac{1}{4}a^2 \Rightarrow x=2\sqrt{y}$.

Đường tròn có tâm $I(3;2)$ và bán kính $R=IC=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ nên $(x-3)^2+(y-2)^2=5$

Suy ra $(x-3)^2=5-(y-2)^2 \Leftrightarrow 3-x=\sqrt{5-(y-2)^2} \Leftrightarrow x=3-\sqrt{5-(y-2)^2}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường tròn là: $(x-3)^2+\left(\dfrac{1}{4}x^2-2\right)^2=5$

(P) và đường tròn có hai giao điểm là $B(4;4)$ và $N(x_N;y_N) \Rightarrow x_N \approx 1,37 \Rightarrow y_N=0,469225$.

Thể tích vật thể cần tính là: $V=\pi.\int\limits_0^{0,469225}\left(2\sqrt{y}\right)^2 \mathrm{d}y+\pi.\int\limits_{0,469225}^{4}\left(3-\sqrt{5-(y-2)^2}\right)^2 \mathrm{d}y \approx 14,46$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+mx-2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $\left|f\left(x^2-2x\right)\right|$ có ít nhất 9 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u(x)=x^2-2x$

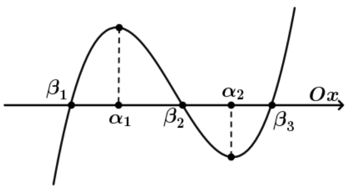
Áp dụng công thức: SĐCT$\left\{\left|f(u)\right|\right\}=$ SĐCT$\{u\}+$ SNBL$\{u=\alpha\}$

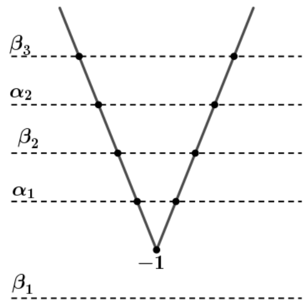
(với $\alpha=$ SĐCT $f(x)+$ SNBL $f(x)=0$)

Ta thấy $u(x)$ có một điểm cực trị nên để thoả mãn yêu cầu bài toán thì $\text{SNBL}\{u=\alpha\}$ phải có ít nhất 8 nghiệm bội lẻ, trong đó $SNBL:\begin{cases} u = SDCT\ f(x) \le 2 \\ u = SNBL\ f(x) \le 3 \end{cases} \Rightarrow SNBL\{u=\alpha\} \ge 8$.

Để $SNBL\{u=\alpha\} \ge 8$ thì ta suy ra $\begin{cases} SDCT\ f(x) = 2 \\ SNBL\ f(x) = 3 \end{cases}$

Gọi α_1 và α_2 là các điểm cực trị của hàm số $f(x)$; β_1; β_2 và β_3 là các nghiệm của $f(x)=0$.





Điều kiện để thoả mãn bài toán là $\alpha_2 > \alpha_1 > -1$ hay $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1 và phương trình $f(x)=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f'(x)=3x^2-6x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn $-1 \Leftrightarrow -9<m<3$ (1)

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-2m=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{3x^2-x^3}{x-2}=h(x)$

Ta có $h'(x)=\dfrac{-2x^3+9x^2-12x}{(x-2)^2}=0 \Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

Để hàm số có ba nghiệm phân biệt thì $m<0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -9<m<0$ nên có 8 giá trị của m thoả mãn.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$, Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C) có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của (α) có dạng $ax+by-z+c=0, (a,b,c \in \mathbb{R})$. Giá trị của $a-b+c$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$.

Điểm $A(0;0;-4)\in(\alpha)\Rightarrow 4+c=0\Rightarrow c=-4$.

Điểm $B(2;0;0)\in(\alpha)\Rightarrow 2a+c=0\Rightarrow a=-\dfrac{c}{2}=2$.

Mặt phẳng (α) có dạng $2x+by-z-4=0$.

Gọi d là khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) và r là bán kính của đường tròn (C).

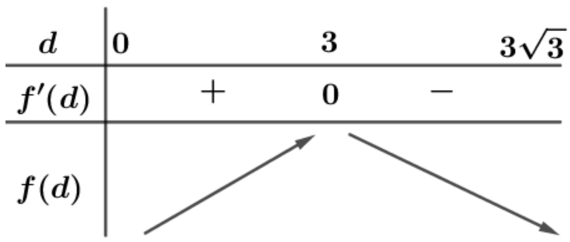
Khi đó khối nón có đỉnh I và đáy là đường tròn (C) có thể tích là:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 d=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-d^2\right)d=\frac{1}{3}\pi\left(27-d^2\right)d$$

Đặt $f(d)=\left(27-d^2\right)d=-d^3+27d,\left(0<d<3\sqrt{3}\right)$.

Suy ra $f'(d)=-3d^2+27$ và $f'(d)=0\Leftrightarrow -3d^2+27=0\Leftrightarrow d=3$ (vì $0<d<3\sqrt{3}$).

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f(d)$ đạt giá trị lớn nhất khi $d=3$ hay thể tích khối nón đạt giá trị lớn nhất khi $d=3\Leftrightarrow d^2=9$.

Mà $d=d\left(I,(\alpha)\right)=\dfrac{|-5-2b|}{\sqrt{5+b^2}}$ nên $\dfrac{(-5-2b)^2}{5+b^2}=9\Leftrightarrow 5b^2-20b+20=0\Leftrightarrow b=2$.

Vậy $a-b+c=-4$.

------------------------HẾT------------------------

ĐỀ THAM KHẢO

PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD 2024

(Đề gồm có 06 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2024

Bài thi môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:...

Số báo danh:..

ĐỀ VIP 5

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=1-7i$ có tọa độ là

A. $(-1;7)$. **B.** $(1;-7)$. **C.** $(7;1)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{\ln 3}{x}$. **D.** $y'=-\frac{1}{x\ln 3}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\pi-1}$ là

A. $y'=(\pi-1)x^{\pi-2}$. **B.** $y'=x^{\pi-2}$. **C.** $y'=\frac{1}{\pi-2}x^{\pi-2}$. **D.** $y'=(\pi-1)x^{\pi-1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-2}\geq 2$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$ **D.** $[3;+\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=-2$. Giá trị của u_4 bằng

A. -3 . **B.** -24 . **C.** -5 . **D.** -7 .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=(1;2;3)$ làm vectơ pháp tuyến?

A. $x+2y+3=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $y+2z+3=0$. **D.** $x+2z+3=0$.

Câu 7: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên i có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

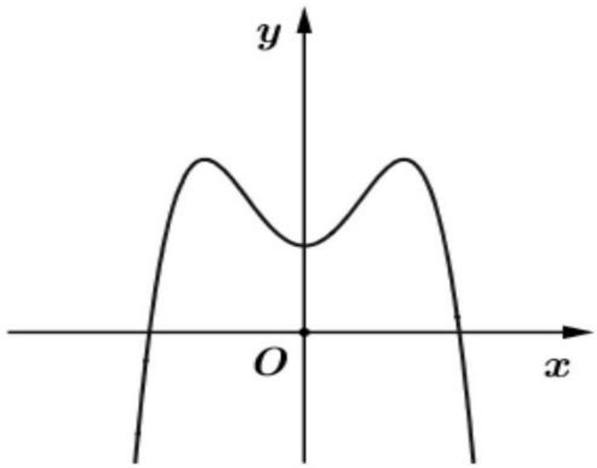
Số cực trị của hàm số là

A. 1 . **B.** 0 . **C.** 3 . **D.** 2 .

Câu 8: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ va $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8 . **B.** 1 . **C.** -3 . **D.** 12 .

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+2x^2+1$ **B.** $y=\dfrac{x-2}{3x-2}$ **C.** $y=-x^4+2x^2+1$ **D.** $y=-2x^2+1$

Câu 10: Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=-1+i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 4 . **B.** $4i$. **C.** -1 . **D.** $-i$.

Câu 11: Một khối nón có bán kính đáy r và đường sinh dài gấp đôi bán kính đáy.Thể tích khối nón đó bằng

A. $\sqrt{5}\pi r^3$. **B.** $\sqrt{3}\pi r^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}\pi r^3$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) :

A. $I(-4;1;0),R=2$. **B.** $I(-4;1;0),R=4$. **C.** $I(4;-1;0),R=2$. **D.** $I(4;-1;0),R=4$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=2t\\z=-1+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ?

A. $F(1;2;-1)$. **B.** $E(1;0;-1)$. **C.** $G(-2;2;3)$. **D.** $H(-2;0;3)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a,AD=3a$. Biết SA vuông góc với đáy và $SA=2a$, thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 15: Cho mặt cầu tâm O có bán kính $R=5$, một mặt phẳng (P) có khoảng cách từ O đến (P) bằng 4. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là

A. $r=2$. **B.** $r=5$. **C.** $r=4$. **D.** $r=3$.

Câu 16: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = 2 - 5i$.

A. $3i$. **B.** $-3i$. **C.** 3 . **D.** -3 .

Câu 17: Một hình nón bán kính đáy bằng $4(\text{cm})$, góc ở đỉnh là 120°. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$. **B.** $\frac{64\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$. **C.** $\frac{32\pi\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^2)$. **D.** $\frac{32\pi\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3), B(4;5;6), C(1;0;2)$ có phương trình là

A. $x - y + 2z - 5 = 0$. **B.** $x + 2y - 3z + 4 = 0$. **C.** $3x - 3y + z = 0$. **D.** $x + y - 2z + 3 = 0$.

Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. $(0;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 20: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x+2}$ có phương trình là

A. $x = 3$. **B.** $x = \frac{2}{3}$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -1$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1$ là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 22: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1;2;3;4;5;6?

A. 18 . **B.** 120 . **C.** 216 . **D.** 60 .

Câu 23: Biết $F(x) = \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng

A. $f(x) = \cos x$. **B.** $f(x) = -\cos x$. **C.** $f(x) = \cos x + C$. **D.** $f(x) = -\cos x + C$.

Câu 24: Biết $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên R. Giá trị của tích phân $\int_1^e \left[2 - 4f(x)\right]dx$ bằng:

A. $2e - 3$. **B.** $2e - 6$. **C.** $2e + 6$. **D.** $2e - 1$.

Câu 25: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{\cos^2 x}$ là

A. $\frac{1}{2}e^{2x} - \cot x + C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x} - \tan x + C$. **C.** $e^{2x} - \tan x + C$. **D.** $e^{2x} - \cot x + C$.

Câu 26: Cho a,b là số thực dương và $a > 1, a \neq b$ thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của biểu thức

$T=\dfrac{b^2}{a^4}-\dfrac{2}{3}\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{ab}$ bằng:

A. -3 . **B.** 0 . **C.** 5 . **D.** 2 .

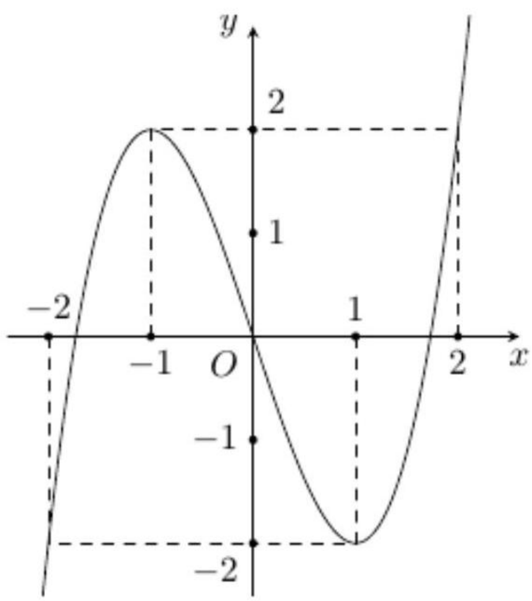
Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;4\right)$.

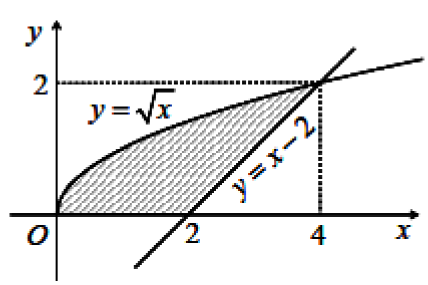
Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -2 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** -1 .

Câu 29: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=x-2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng

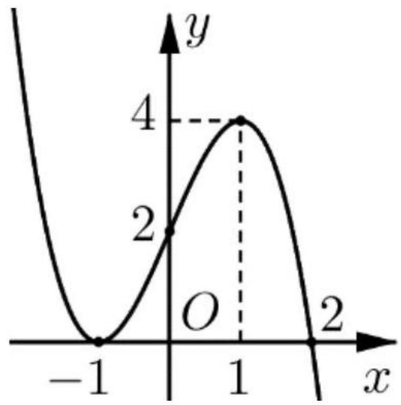


A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, SA vuông góc với mặt đáy, $SA = a\sqrt{3}$ và $BD = 2a$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{30}}{5}$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2|f(x)| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?



A. 3 . **B.** 4. **C.** 7 . **D.** 8 .

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên **R** và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 33: Một hộp có 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi trắng khác nhau và 7 viên bi vàng khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 6 bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{1}{429}$. **B.** $\frac{1}{312}$. **C.** $\frac{25}{143}$. **D.** $\frac{5}{26}$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 0 . **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** -1 .

Câu 35: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó

A. $r = 22$. **B.** $r = 4$. **C.** $r = 5$. **D.** $r = 20$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;3;-5), B(3;-1;2), C(1;2;3)$, đường thẳng đi qua C và song song với AB có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -4+2t \\ z = 7+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-4t \\ z = 3+7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 2-4t \\ z = 3+7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1-4t \\ y = 2+3t \\ z = 3+7t \end{cases}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;3;-2); B(1;4;3); C(-2;5;2)$ và $D(-1;-1;8)$. Điểm M di động trên trục Oy. Gọi $P = 2\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| + 3\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}\right|$. Giá trị nhỏ nhất của P là

A. 30 **B.** $6\sqrt{10}$ **C.** 5 . **D.** $6\sqrt{29}$.

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mp (SCD) bằng

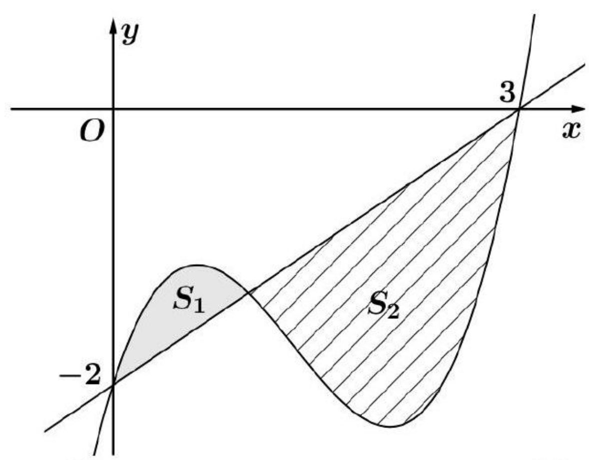
A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn:

$$\log_3\left(x+y^2+3y\right)+2\log_2\left(x+y^2\right) \le \log_3 y + 2\log_2\left(x+y^2+6y\right) \ ?$$

A. 34 . **B.** 35 . **C.** 70 . **D.** 69 .

Câu 40. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$. Đường thẳng $y = ax+b$ tạo với đường cong $y = f(x)$ thành hai miền phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (hình vẽ bên). Biết rằng $S_1 = \frac{5}{12}$ và $\int_0^1 (1-2x) f'(3x)\,dx = -\frac{1}{2}$, khi đó giá trị của S_2 bằng



A. $\frac{8}{3}$ **B.** $\frac{19}{4}$. **C.** $\frac{13}{6}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x)=f'(x^3+2)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$?

A. 2020 **B.** 2017 . **C.** 2018 . **D.** 2019 .

Câu 42: Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=|w|=1,|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|w-\frac{4}{z}+2\left(1+\frac{w}{z}\right)i\right|$ thuộc khoảng nào ?

A. $(3;4)$ **B.** $(2;3)$. **C.** $(7;8)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ góc α thỏa mãn $\cot\alpha=2$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{4}{3}a^3\sqrt{11}$. **B.** $\frac{1}{9}a^3\sqrt{11}$. **C.** $\frac{1}{3}a^3\sqrt{11}$. **D.** $\frac{2}{3}a^3\sqrt{11}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)-x.f'(x).\ln x=2x^2.f^2(x),\forall x\in(1;+\infty)$. Biết $f(x)>0,\forall x\in(1;+\infty)$ và $f(e)=\frac{1}{e^2}$. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x.f(x),y=0,x=e,x=e^2$.

A. $S=\frac{1}{2}$ **B.** $S=2$ **C.** $S=\frac{3}{2}$ **D.** $S=\frac{5}{3}$

Câu 45: Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình $z^2+az+b=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+i|=\sqrt{5}$ và $|z_2-5-2i|=2\sqrt{5}$

A. 5 **B.** 6 . **C.** 2 . **D.** 4 .

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của $(d):\begin{cases}x=-1+2at\\y=3-2t\\z=(a^2-2)t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ lên mặt phẳng $(\alpha):2x-3z-6=0$. Lấy các điểm $M(0;-3;-2)$ và $N(3;-1;0)$ thuộc (α). Tính tổng tất cả giá trị của tham số a để MN vuông góc với d'

A. -4 **B.** -3 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Câu 47: Xét các số thực x, y sao cho $27y^2 + \log_{216}\left(a^{18x-\log_6 a^3}\right)^3 \le 783$ luôn đúng với mọi $a > 0$. Có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên dương của $K = x^2 + y^2 - 2x + 5y$?

A. 64 **B.** 53 . **C.** 58 . **D.** 59 .

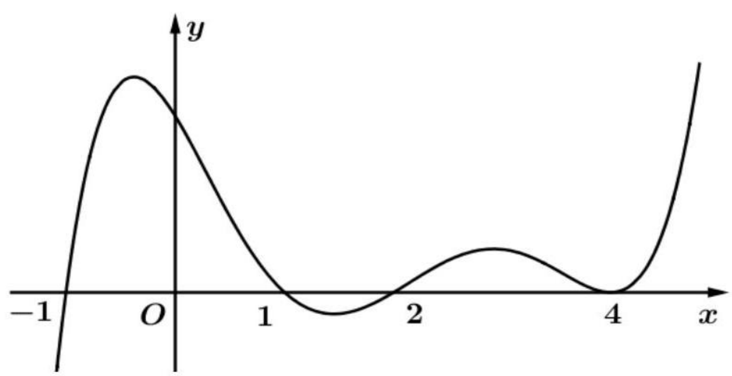
Câu 48: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$ Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 81π . **B.** 27π . **C.** 36π . **D.** 12π .

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z+11=0$. Lấy điểm M tùy ý trên (α). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S), với A, B, C là các tiếp điểm đôi một phân biệt. Khi M thay đổi thì mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** 2 . **D.** 0 .

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2023\right) + 2023m$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5 **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 0 .

------HẾT------

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=1-7i$ có tọa độ là

A. $(-1;7)$. **B.** $(1;-7)$. **C.** $(7;1)$. **D.** $(1;7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm biểu diễn số phức $z=1-7i$ có tọa độ là $(1;-7)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{\ln 3}{x}$. **D.** $y'=-\frac{1}{x\ln 3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=(\log_3 x)'=\frac{1}{x\ln 3}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\pi-1}$ là

A. $y'=(\pi-1)x^{\pi-2}$. **B.** $y'=x^{\pi-2}$. **C.** $y'=\frac{1}{\pi-2}x^{\pi-2}$. **D.** $y'=(\pi-1)x^{\pi-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=(x^{\pi-1})'=(\pi-1)x^{\pi-2}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-2}\geq 2$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$ **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x-2}\geq 2 \Leftrightarrow x-2\geq 1 \Leftrightarrow x\geq 3$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=-2$. Giá trị của u_4 bằng

A. -3 . **B.** -24 . **C.** -5 . **D.** -7 .

Lời giải

Chọn A

$u_4=u_1+3d=3+3.(-2)=-3$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=(1;2;3)$ làm vectơ pháp tuyến?

A. $x+2y+3=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $y+2z+3=0$. **D.** $x+2z+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $x+2y+3z=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Câu 7: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên i có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số cực trị của hàm số là

A. 1 . **B.** 0 . **C.** 3 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu, Số cực trị của hàm số là 2

Câu 8: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ va $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

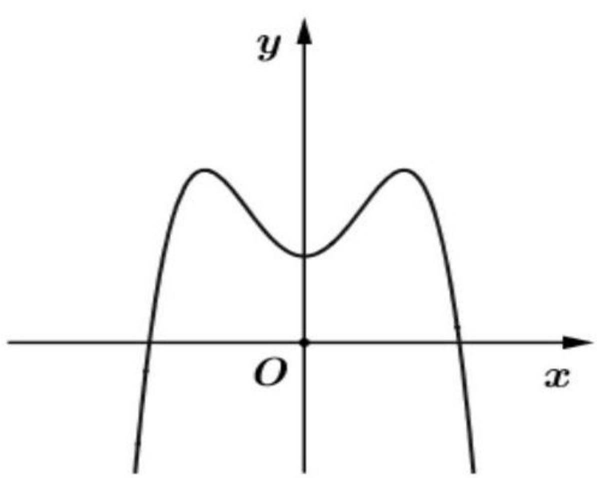
A. -8 . **B.** 1 . **C.** -3 . **D.** 12 .

Lời giải

Chọn A

Có $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=2-2.5=-8$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+2x^2+1$ **B.** $y=\dfrac{x-2}{3x-2}$ **C.** $y=-x^4+2x^2+1$ **D.** $y=-2x^2+1$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=-1+i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 4. **B.** $4i$. **C.** -1 . **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1.z_2=(3-i)(-1+i)=-2+4i$

Vậy phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng 4.

Câu 11: Một khối nón có bán kính đáy r và đường sinh dài gấp đôi bán kính đáy.Thể tích khối nón đó bằng

A. $\sqrt{5}\pi r^3$. **B.** $\sqrt{3}\pi r^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}\pi r^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đường sinh khối nón $l=2r$

Chiều cao khối nón $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{(2r)^2-r^2}=\sqrt{3}r$

Thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi r^2.\sqrt{3}r=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) :

A. $I(-4;1;0),R=2$. **B.** $I(-4;1;0),R=4$. **C.** $I(4;-1;0),R=2$. **D.** $I(4;-1;0),R=4$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0\Rightarrow I(4;-1;0),R=4$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=2t\\z=-1+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Điểm nào sau đây thuộc

Δ?

A. $F(1;2;-1)$. **B.** $E(1;0;-1)$. **C.** $G(-2;2;3)$. **D.** $H(-2;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

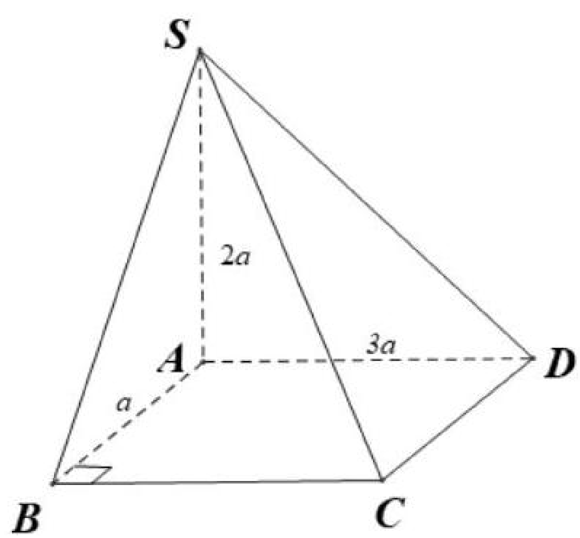
Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=2t\\z=-1+3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ đi qua điểm $E(1;0;-1)$ ứng với $t=0$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a, AD=3a$. Biết SA vuông góc với đáy và $SA=2a$, thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.2a.a.3a=2a^3$.

Vậy $V_{S.ABCD}=2a^3$.

Câu 15: Cho mặt cầu tâm O có bán kính $R=5$, một mặt phẳng (P) có khoảng cách từ O đến (P) bằng 4. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là

A. $r=2$. **B.** $r=5$. **C.** $r=4$. **D.** $r=3$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là: $r=\sqrt{R^2-h^2}$

Với $R=5, h=d\left(O;(P)\right)=4$ suy ra $r=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Câu 16: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z=2-5i$.

A. $3i$. **B.** $-3i$. **C.** 3. **D.** -3 .

Lời giải

Chọn D

Tổng phần thực và phần ảo của số phức là $2+(-5)=-3$.

Câu 17: Một hình nón bán kính đáy bằng $4(\text{cm})$, góc ở đỉnh là 120°. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $\frac{64\pi\sqrt{3}}{3}\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $\frac{32\pi\sqrt{3}}{9}\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $\frac{32\pi\sqrt{3}}{2}\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Độ dài đường sinh $l=\frac{4}{\sin 60^\circ}=\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Diện tích xung quanh $S_{xq}=\pi rl=\pi.4.\frac{8}{\sqrt{3}}=\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;2;3), B(4;5;6), C(1;0;2)$ có phương trình là

A. $x-y+2z-5=0$. **B.** $x+2y-3z+4=0$. **C.** $3x-3y+z=0$. **D.** $x+y-2z+3=0$.

Lời giải

Chọn D

VTPT $\vec{n}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$

$\overrightarrow{AB}(3;3;3)$

$\overrightarrow{AC}(0;-2;-1)$

$\Rightarrow \vec{n}(3;3;-6)\Rightarrow \vec{n}(1;1;-2)$

Chọn đáp án D

Câu 19: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. $(0;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1;0)$.

Câu 20: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+2}$ có phương trình là

A. $x = 3$. **B.** $x = \dfrac{2}{3}$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+2}$ có phương trình là $x = -2$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1 \Leftrightarrow 0 < 2x-1 < 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < x < \dfrac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 22: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1;2;3;4;5;6?

A. 18 . **B.** 120 . **C.** 216 . **D.** 60 .

Lời giải

Chọn B

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ 6 chữ số đã cho là một chỉnh hợp chập 3 của của 5 phần tử. Nên số số tự nhiên cần tìm là $A_6^3 = 120$ số.

Câu 23: Biết $F(x) = \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng

A. $f(x) = \cos x$.
B. $f(x) = -\cos x$.
C. $f(x) = \cos x + C$.
D. $f(x) = -\cos x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F(x) = \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $f(x) = (\sin x)' = \cos x$

Câu 24: Biết $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên R. Giá trị của tích phân $\int_1^e \left[2 - 4f(x)\right]dx$ bằng:

A. $2e - 3$.
B. $2e - 6$.
C. $2e + 6$.
D. $2e - 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^e \left[2 - 4f(x)\right]dx = \left(2x - 4\ln x\right)\Big|_1^e = 2e - 6$

Câu 25: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - \dfrac{1}{\cos^2 x}$ là

A. $\dfrac{1}{2}e^{2x} - \cot x + C$.
B. $\dfrac{1}{2}e^{2x} - \tan x + C$.
C. $e^{2x} - \tan x + C$.
D. $e^{2x} - \cot x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}e^{2x} - \tan x + C$.

Câu 26: Cho a, b là số thực dương và $a > 1, a \neq b$ thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của biểu thức $T = \dfrac{b^2}{a^4} - \dfrac{2}{3}\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{ab}$ bằng:

A. -3 .
B. 0 .
C. 5 .
D. 2 .

Lời giải

Chọn D

Vì a, b là số thực dương, $a > 1, a \neq b$ và $\log_a b = 2$ nên $b = a^2$

Ta có: $T=\dfrac{b^2}{a^4}-\dfrac{2}{3}\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{ab}=\dfrac{\left(a^2\right)^2}{a^4}-\dfrac{2}{3}\log_{\frac{a}{a^2}}\sqrt{aa^2}=1-\dfrac{2}{3}\log_{a^{-1}}a^{\frac{3}{2}}=1-\dfrac{2}{3}\left(-\dfrac{3}{2}\right)=2$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

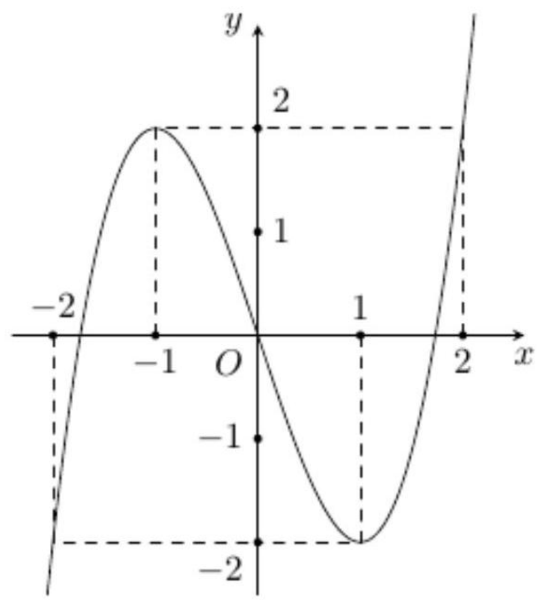
A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x\in(-1;1)$ thì $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -2 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** -1 .

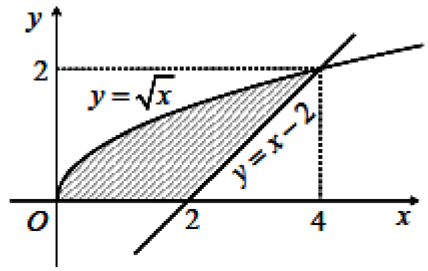
Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực đại của hàm số là 2 .

Câu 29: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=x-2$ và trục hoành. Diện tích của

(H) bằng



A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Xét các hình phẳng $(H_1):\begin{cases} y=\sqrt{x} \\ y=0 \\ x=0, x=4 \end{cases}$ và $(H_2):\begin{cases} y=x-2 \\ y=0 \\ x=2, x=4 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} (H)=(H_1)\backslash(H_2) \\ (H)\cup(H_2)=(H_1) \end{cases}$.

Do đó $S(H)=S(H_1)-S(H_2)=\int\limits_0^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x-\int\limits_2^4 (x-2)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_0^4-\left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_2^4=\frac{16}{3}-2=\frac{10}{3}$

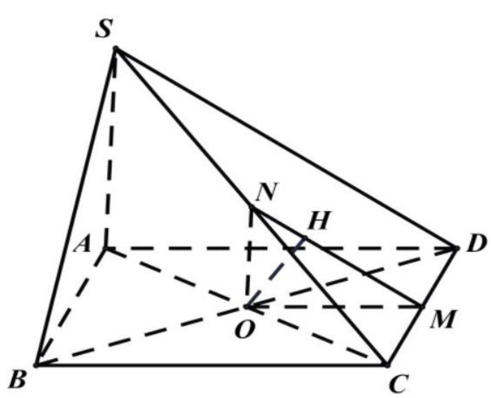
Chọn C

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, SA vuông góc với mặt đáy, $SA=a\sqrt{3}$ và $BD=2a$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $BD = AB\sqrt{2} \Leftrightarrow 2a = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, SC. Khi đó ta có:

$$\left.\begin{matrix} CD \perp OM\left(OM // AB\right) \\ CD \perp ON\left(ON // SA\right) \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp \left(OMN\right) \Rightarrow \left(SCD\right) \perp \left(OMN\right).$$

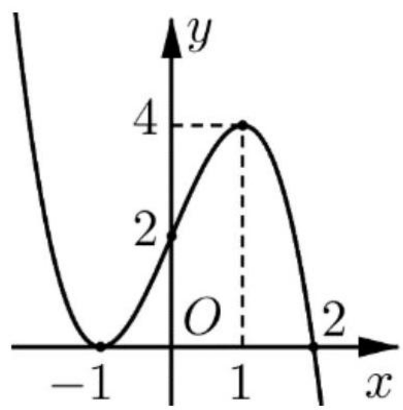
Lại có: $\left(OMN\right) \cap \left(SCD\right) = MN$. Kẻ $OH \perp MN$ tại $H \Rightarrow OH \perp \left(SCD\right)$

Do đó, ta có: $d\left(O,\left(SCD\right)\right) = OH$. Xét tam giác OMN vuông tại O có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{4}{AB^2} + \frac{4}{SA^2} = \frac{4}{2a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{20}{6a^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{3a^2}{10} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Vậy $d\left(O,\left(SCD\right)\right) = OH = \frac{a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2\left|f\left(x\right)\right| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

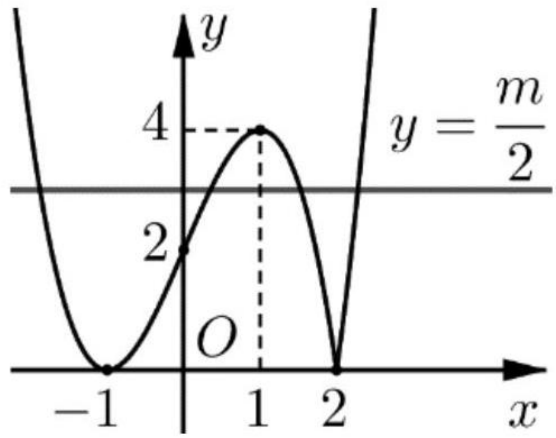


A. 3 . **B.** 4. **C.** 7 . **D.** 8 .

Lời giải

Chọn C

Trước tiên từ đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = \left|f\left(x\right)\right|$ như hình vẽ.



Ta có $2|f(x)| - m = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{m}{2}$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < \frac{m}{2} < 4 \Leftrightarrow 0 < m < 8$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbf{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 33: Một hộp có 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi trắng khác nhau và 7 viên bi vàng khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 6 bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{1}{429}$. **B.** $\frac{1}{312}$. **C.** $\frac{25}{143}$. **D.** $\frac{5}{26}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^6 = 8008$

Gọi A là biến cố: "6 viên bi lấy ra có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng". Khi đó, ta có:

$$n(A) = C_4^2.C_5^2.C_7^2 + C_4^1.C_5^4.C_7^1 = 1400 \Rightarrow P(A) = \frac{1400}{8008} = \frac{25}{143}$$

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** -1 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2.2^{2x} - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng 0 .

Câu 35: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó

A. $r = 22$. **B.** $r = 4$. **C.** $r = 5$. **D.** $r = 20$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = a + bi; w = x + yi; (a, b, x, y \in \mathbb{R})$

Theo đề $w = (3+4i)z + i \Rightarrow x + yi = (3+4i)(a+bi) + i$

$$\Leftrightarrow x + yi = (3a - 4b) + (3b + 4a + 1)i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y = 3b + 4a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y - 1 = 3b + 4a \end{cases}$$

Ta có $x^2 + (y-1)^2 = (3a-4b)^2 + (4a+3b)^2 = 25a^2 + 25b^2 = 25(a^2 + b^2)$

Mà $|z| = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16$. Vậy $x^2 + (y-1)^2 = 25.16 = 400$

Bán kính đường tròn là $r = \sqrt{400} = 20$.

Cách 2: Ta có $w - i = (3+4i)z \Rightarrow |w - i| = |(3+4i)z| = |3+4i|.|z| = 5.4 = 20$ suy ra tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn có tâm $I(0;1)$, bán kính $r = 20$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;3;-5), B(3;-1;2), C(1;2;3)$, đường thẳng đi qua C và song song với AB có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-4+2t \\ z=7+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3+7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2-4t \\ z=3+7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2+3t \\ z=3+7t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng song song với AB, nên $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3;-4;7) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Đường thẳng Δ đi qua $C(1;2;3)$ và $\overrightarrow{AB}$ là VTCP, có PTTS: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3+7t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;3;-2); B(1;4;3); C(-2;5;2)$ và $D(-1;-1;8)$. Điểm M di động trên trục Oy. Gọi $P=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}\right|$. Giá trị nhỏ nhất của P là

A. 30 **B.** $6\sqrt{10}$ **C.** 5 . **D.** $6\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I, J lần lượt là các điểm thoả: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JD}=\vec{0}$.

Ta được: $I(0;4;1)$ và $J(0;1;3)$.

Khi đó: $P=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}\right|=2\left|3\overrightarrow{MI}+\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)\right|+3\left|2\overrightarrow{MJ}+\left(\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JD}\right)\right|$

$=6MI+6MJ=6(MI+MJ)$.

Lấy I' đối xứng với I qua trục $Oy \Rightarrow I'(0;4;-1)$

Vì I, J nằm cùng phía với trục Oy nên P đạt GTNN khi I', M, J thẳng hàng.

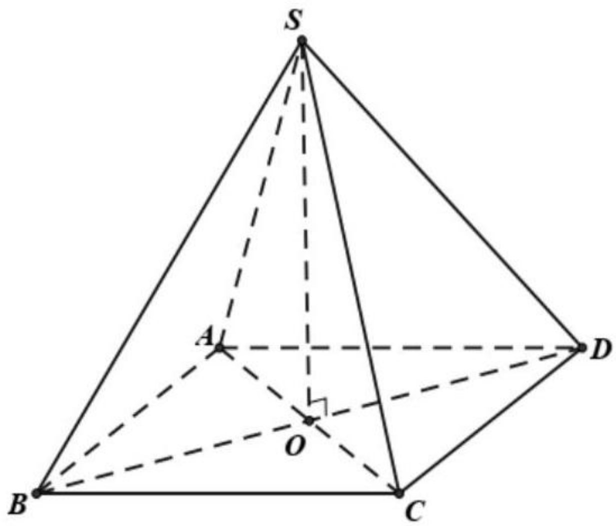
Khi đó: $P_{\min}=6(I'M+MJ)=6I'J=6.5=30$.

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mp (SCD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap DB$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông.

Ta có: $\dfrac{d(A,(SCD))}{d(O,(SCD))} = \dfrac{AC}{OC} = 2 \Rightarrow d(A,(SCD)) = 2d(O,(SCD))$.

Tam giác ΔACD vuông tại D có: $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OD = OC = a\sqrt{2}$.

Tam giác ΔSCO vuông tại O có: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = a\sqrt{2}$.

Do SO, OC, OD đôi một vuông góc nên gọi $h = d(O,(SCD))$ thì $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{OS^2} + \dfrac{1}{OD^2} + \dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{3}{2a^2} \Rightarrow h = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn:

$$\log_3(x + y^2 + 3y) + 2\log_2(x + y^2) \le \log_3 y + 2\log_2(x + y^2 + 6y)\ ?$$

A. 34 . **B.** 35 . **C.** 70 . **D.** 69 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_3(x + y^2 + 3y) + 2\log_2(x + y^2) \le \log_3 y + 2\log_2(x + y^2 + 6y)$

$\Leftrightarrow \log_3(x + y^2 + 3y) - \log_3 y \le 2\left(\log_2(x + y^2 + 6y) - \log_2(x + y^2)\right)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(\dfrac{x + y^2 + 3y}{y}\right) \le 2\log_2\left(\dfrac{x + y^2 + 6y}{x + y^2}\right) \Leftrightarrow \log_3\left(\dfrac{x + y^2}{y} + 3\right) \le 2\log_2\left(1 + \dfrac{6y}{x + y^2}\right)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(\dfrac{x+y^2}{y}+3\right)-2\log_2\left(1+\dfrac{6y}{x+y^2}\right)\le 0$

Đặt: $t=\dfrac{x+y^2}{y}(t>0)$, bất phương trình trở thành: $\log_3(3+t)-2\log_2\left(1+\dfrac{6}{t}\right)\le 0\ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=\log_3(3+t)-2\log_2\left(1+\dfrac{6}{t}\right)$ có $f'(t)=\dfrac{1}{(3+t)\ln 3}+\dfrac{12}{(t^2+6t)\ln 2}>0,\forall t>0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f(6)=\log_3(3+6)-2\log_2\left(1+\dfrac{6}{6}\right)=0$

Từ đó suy ra: $(1)\Leftrightarrow f(t)\le f(6)\Leftrightarrow t\le 6\Leftrightarrow \dfrac{x+y^2}{y}\le 6\Leftrightarrow x+(y-3)^2\le 9$.

Đếm các cặp giá trị nguyên dương của $(x;y)$

Ta có: $(y-3)^2<9\Leftrightarrow 0<y<6$. Mà y là số nguyên dương, suy ra $y\in\{1;2;3;4;5\}$.

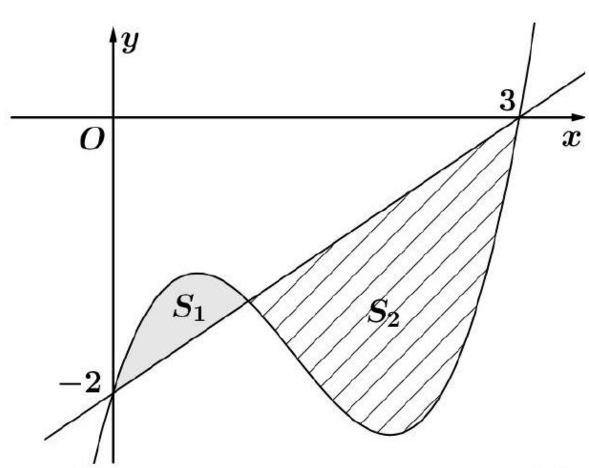
Với $y=1,y=5\Rightarrow(y-3)^2=4\Rightarrow x\le 5\Rightarrow x\in\{1;2;3;4;5\}$ nên có 10 cặp.

Với $y=2,y=4\Rightarrow(y-3)^2=1\Rightarrow x\le 8\Rightarrow x\in\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$ nên có 16 cặp.

Với $y=3\Rightarrow(y-3)^2=0\Rightarrow x\le 9\Rightarrow x\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ nên có 9 cặp.

Vậy có 35 cặp giá trị nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 40: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Đường thẳng $y=ax+b$ tạo với đường cong $y=f(x)$ thành hai miền phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (hình vẽ bên). Biết rằng $S_1=\dfrac{5}{12}$ và $\int_0^1(1-2x)f'(3x)dx=-\dfrac{1}{2}$, khi đó giá trị của S_2 bằng



A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{19}{4}$. C. $\frac{13}{6}$. D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đầu tiên ta gọi phương trình đường thẳng cần tìm là: $(d): y = ax + b\,(a \neq 0)$

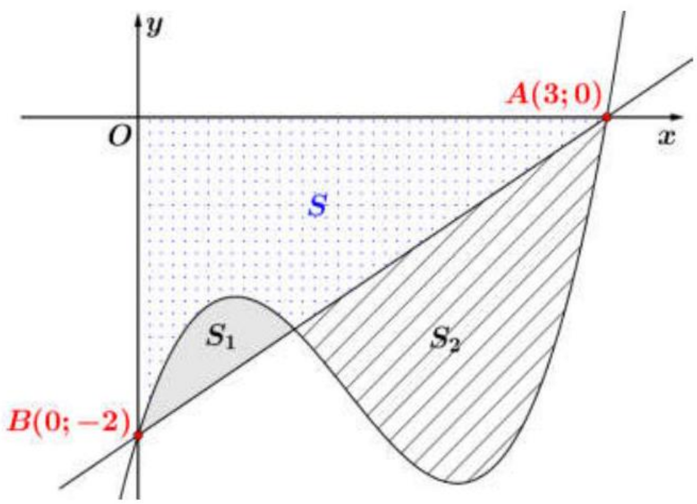
Dễ dàng giải ra được $(d): y = \frac{2}{3}x - 2$ với $(a;b) = \left(\frac{2}{3};-2\right)$ hoặc dùng tính chất đường đoạn chắn.

Tiếp đến ta có:

Suy ra: $\int\limits_0^3 (3-2x)f'(x)dx = -\frac{9}{2}$. Đặt $\begin{cases} u = 3-2x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = f(x) \end{cases}$ khi đó ta có được:

$-\frac{9}{2} = \int_0^3 (3-2x)f'(x)dx = ((3-2x)f(x))_0^3 + 2\int_0^3 f(x)dx \Rightarrow \int_0^3 f(x)dx = -\frac{21}{4}$.

Ta có hình vẽ như sau:



Gọi các điểm $A(-3;0), B(0;-2)$ và S là phần diện tích giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$ và Ox với $x \in [0;3]$

Khi đó ta có: $S = -\int_0^3 f(x)dx = \frac{21}{4}$ và $S = S_{\Delta OAB} - S_1 + S_2 = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{OA}\right|.\left|\overrightarrow{OB}\right| - \frac{5}{12} + S_2 = S_2 + \frac{31}{12}$

Vậy ta suy ra: $S_2 = S - \frac{31}{12} = \frac{21}{4} - \frac{31}{12} = \frac{8}{3}$. **Chọn đáp án A.**

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x) = f'\left(x^3+2\right)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$?

A. 2020 **B.** 2017 . **C.** 2018 . **D.** 2019 .

Lời giải

Chọn C

Đầu tiên ta có bảng xét dấu cho $f'(t)$ với $t=x^3+2$ theo x như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$t=x^3+2$	$-\infty$		-6		2		10		29		$+\infty$
$y=f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ đó ta thực hiện ghép bảng biến thiên cho $f'(t)$ với $t=x-m$ như sau:

t	$-\infty$		$m-6$		$m-2$		$m-10$		$m-29$		$+\infty$
$y=f'(t-m)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu trên, ta suy ra để thỏa yêu cầu đề bài, thì $(-\infty;0)\subset(-\infty;m-6)\Leftrightarrow m-6\ge 0\Leftrightarrow m\ge 6$

Với $m\in[-2023;2023]$, suy ra $m\in\{6;7;\ldots;2023\}$ tức có 2018 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án C.

Câu 42: Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=|w|=1,|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|w-\frac{4}{z}+2\left(1+\frac{w}{z}\right)i\right|$ thuộc khoảng nào ?

A. $(3;4)$ **B.** $(2;3)$. **C.** $(7;8)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Chọn B.

Đầu tiên ta có: $P=|z|\left|w-\frac{4}{z}+2\left(1+\frac{w}{z}\right)i\right|=|zw-4+2(z+w)i|=|zw+2(z+w)i+4i^2|$

$=|z(w+2i)+2i(w+2i)|=|(z+2i)(w+2i)|=|z+2i|.|w+2i|$

Tiếp theo, gọi A,B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z,w, cùng với điểm $M(0;-2)$

Khi đó hai điểm A,B cùng thuộc đường tròn tâm O, bán kính $R=1$.

Do $|z+w|=\sqrt{2}$ nên ta suy ra $|z+w|=|z-w|=AB=\sqrt{2}$ và $P=MA.MB$

Ta có: $\begin{cases} x_A=\sin\alpha \\ y_A=\cos\alpha \end{cases}$, do $OA\perp OB$ nên ta suy ra $\begin{cases} x_B=\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha \\ y_B=\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\alpha \end{cases}$. Suy ra ta có tọa độ hai điểm A,B mới lần lượt là $A(\sin\alpha;\cos\alpha),B(\cos\alpha;-\sin\alpha)$

Suy ra: $P=MA.MB=\sqrt{(5+4\cos\alpha)(5-4\sin\alpha)}=\sqrt{25-20(\sin\alpha-\cos\alpha)-16\sin\alpha\cos\alpha}$

Đặt $t=\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\Rightarrow\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1-t^2}{2}$

Khi đó ta có: $P=\sqrt{25-20t+8\left(t^2-1\right)}=\sqrt{8t^2-20t+17}=f(t)$

Xét hàm số $f(t)$ ta thấy min $P=\min\limits_{\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]}f(t)=f\left(\dfrac{5}{4}\right)=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\in(2;3)$.

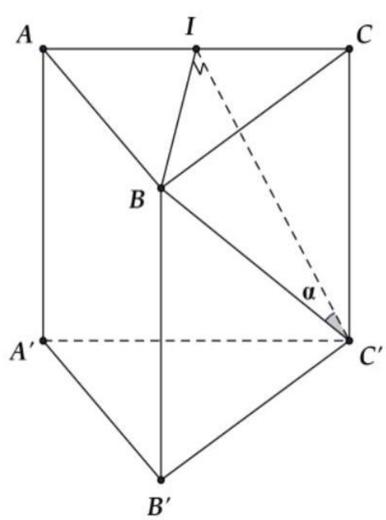
Chọn đáp án B.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ góc α thỏa mãn $\cot\alpha=2$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}a^3\sqrt{11}$. **B.** $\dfrac{1}{9}a^3\sqrt{11}$. **C.** $\dfrac{1}{3}a^3\sqrt{11}$. **D.** $\dfrac{2}{3}a^3\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm AC', suy ra $BI\perp AC$.

Mặt khác do $BI \perp CC'$ nên $BI \perp \left(ACC'A'\right)$.

Do đó $\alpha = \left(BC', \left(ACC'A'\right)\right) = \left(BC', IC'\right) = BC'I$.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \left(\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 . \dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$ và $BI = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3} . \dfrac{\sqrt{3}}{2} = a$.

Theo đề bài: $\cot\alpha = 2 \Leftrightarrow \dfrac{C'I}{BI} = 2 \Leftrightarrow C'I = 2a$.

Suy ra $CC' = \sqrt{C'I^2 - CI^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ : $V = S_{\Delta ABC}.CC' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{3} . \dfrac{a\sqrt{33}}{3} = \dfrac{1}{3}a^3\sqrt{11}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) - x.f'(x).\ln x = 2x^2.f^2(x), \forall x \in (1;+\infty)$. Biết $f(x) > 0, \forall x \in (1;+\infty)$ và $f(e) = \dfrac{1}{e^2}$. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x.f(x), y = 0, x = e, x = e^2$.

A. $S = \dfrac{1}{2}$ **B.** $S = 2$ **C.** $S = \dfrac{3}{2}$ **D.** $S = \dfrac{5}{3}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f\left(x\right) - x.f'\left(x\right).\ln x = 2x^2 \cdot f^2\left(x\right) \Leftrightarrow \dfrac{1}{x}.f\left(x\right) - f'\left(x\right).\ln x = 2x.f^2\left(x\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{x}.f\left(x\right) - f'\left(x\right).\ln x}{f^2\left(x\right)} = 2x \Leftrightarrow \left(\frac{\ln x}{f\left(x\right)}\right)' = 2x \Rightarrow \frac{\ln x}{f\left(x\right)} = \int 2x dx \Leftrightarrow \frac{\ln x}{f\left(x\right)} = x^2 + C.$$

Ta có $\dfrac{\ln e}{f\left(e\right)} = e^2 + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f\left(x\right) = \dfrac{\ln x}{x^2} \Rightarrow y = x.f\left(x\right) = \dfrac{\ln x}{x}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \dfrac{\ln x}{x}, y = 0, x = e, x = e^2$ là

$$S = \int_e^{e^2} \left|\frac{\ln x}{x}\right| dx = \int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = \int_e^{e^2} \ln x d\left(\ln x\right) = \frac{1}{2}(\ln x)^2\Big|_e^{e^2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 45: Có bao nhiêu cặp số thực $\left(a;b\right)$ sao cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1 + i\right| = \sqrt{5}$ và $\left|z_2 - 5 - 2i\right| = 2\sqrt{5}$

A. 5 **B.** 6 . **C.** 2 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn B

Đầu tiên ta gọi M,N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1,z_2. Từ giả thiết ta suy ra M thuộc đường tròn tâm $A(0;-1)$, bán kính $R_1=\sqrt{5}$ và N thuộc đường tròn tâm $B(2;5)$, bán kính $R_2=2\sqrt{5}$.

Do z_1,z_2 là hai nghiệm phức liên hợp của phương trình $z^2+az+b=0$ nên ta có 2 trường hợp như sau:

<u>Trường hợp 1</u>: M,N đối xứng qua trục Ox tức z_1,z_2 không là hai nghiệm thực.

Suy ra N thuộc đường tròn tâm $A'(0;1)$, bán kính $R_1=\sqrt{5}$ đối xứng với quỹ tích điểm M.

Do $A'B=2\sqrt{6}<3\sqrt{5}=R_1+R_2$ nên suy ra đường tròn tâm B và đường tròn tâm A' giao nhau tức có 2 điểm N thỏa mãn. Suy ra có 2 cặp giá trị $(a;b)$ (1).

<u>Trường hợp 2</u>: M,N nằm trên Ox tức z_1,z_2 là hai nghiệm thực.

Suy ra đường tròn quỹ tích điểm M và đường tròn quỹ tích điểm N cắt Ox tổng cộng 4 điểm tương ứng với 4 cặp nghiệm thực $(z_1;z_2)$. Suy ra có 4 cặp giá trị $(a;b)(2)$.

Vậy từ (1) và (2) ta kết luận có 6 cặp giá trị $(a;b)$ thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án B.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của $(d):\begin{cases}x=-1+2at\\ y=3-2t\\ z=(a^2-2)t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ lên mặt phẳng $(\alpha):2x-3z-6=0$. Lấy các điểm $M(0;-3;-2)$ và $N(3;-1;0)$ thuộc (α). Tính tổng tất cả giá trị của tham số a để MN vuông góc với d'

A. -4 **B.** -3 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn B

Đầu tiên ta gọi $\vec{u}$ và $\overrightarrow{u'}$ lần lượt là các vector chỉ phương của (d) và (d'), khi đó ta suy ra: $\overrightarrow{u'}=[[\vec{u};\vec{n}];\vec{n}]$ với $\vec{n}$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α), suy ra: $\overrightarrow{u'}=(8-12a-4a^2;24;12-18a-6a^2)$ và cùng với $\overrightarrow{MN}=(3;2;2)$ ta suy ra:

$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u'}=0\Leftrightarrow 3(8-12a-4a^2)+48+2(12-18a-6a^2)=0\Leftrightarrow -24a^2-72a+\ldots=0$

$\Rightarrow \sum(a) = a_1 + a_2 = -3$

Chọn đáp án B.

Câu 47: Xét các số thực x, y sao cho $27y^2 + \log_{216}\left(a^{18x-\log_6 a^3}\right)^3 \le 783$ luôn đúng với mọi $a > 0$. Có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên dương của $K = x^2 + y^2 - 2x + 5y$?

A. 64 **B.** 53 . **C.** 58 . **D.** 59 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $27y^2 + \log_{216}\left(a^{18x-\log_6 a^3}\right)^3 \le 783 \Leftrightarrow 27y^2 + \frac{1}{3}\log_6\left(a^{54x-3\log_6 a^3}\right) \le 783$

$\Leftrightarrow 9y^2 + \left(6x - \log_6 a\right)\log_6 a \le 261 \Leftrightarrow \left(\log_6 a\right)^2 - 6x\log_6 a + 261 - 9y^2 \ge 0$. Do $a > 0$ nên xét bất phương trình trên theo ẩn $\log_6 a$ ta có điều kiện để bất phương trình luôn đúng là: $\Delta = 36x^2 - 4\left(261 - 9y^2\right) \le 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \le 29$

Khi đó ta suy ra điểm $M(x; y)$ luôn thuộc hình tròn $(C): x^2 + y^2 \le 29$

Lại có: $K = x^2 + y^2 - 2x + 5y = (x-1)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} = MA^2 - \frac{29}{4}$ với $A\left(1; -\frac{5}{2}\right)$ nên khi đó ta suy ra giá trị lớn nhất của K bằng $K_{\max} = \left(\sqrt{29} + \frac{\sqrt{29}}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} = \frac{9}{4}.29 - \frac{29}{4} = 8.\frac{29}{4} = 58$ tức $0 < K \le 58$.

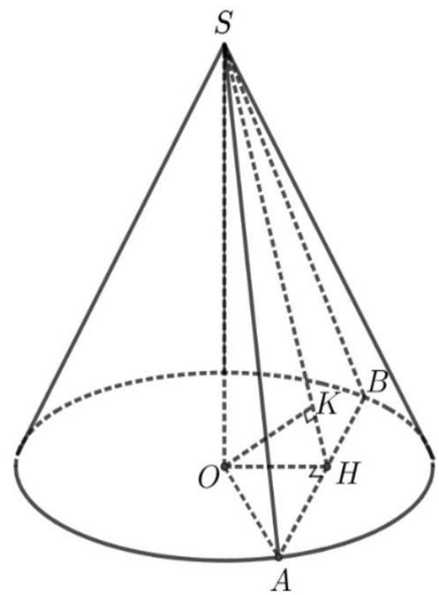
Chọn đáp án C.

Câu 48: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$ Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 81π . **B.** 27π . **C.** 36π . **D.** 12π .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SO = 3$. Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow AH = HB$.

Kẻ $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow d\left(O;(P)\right) = d\left(O;(SAB)\right) = OK = \sqrt{6}$.

Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow AH = HB = \dfrac{2\sqrt{3}a}{2} = \sqrt{3}a$.

Tam giác vuông SOH vuông tại O,

ta có: $\dfrac{1}{OK^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OH^2} \Rightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OK^2} - \dfrac{1}{SO^2} \Rightarrow OH = \sqrt{\dfrac{SO^2.OK^2}{SO^2 - OK^2}} = 3\sqrt{2}$.

Tam giác vuông SOH vuông tại O có $SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = 3\sqrt{3}$.

Tam giác vuông SAH vuông tại H có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{AB^2 - \dfrac{AB^2}{4}} = AB\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 6$

Xét tam giác vuông OAH, ta có: $OA = \sqrt{HA^2 + OH^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) là $V = \dfrac{1}{3}\pi.OA^2.SO = \dfrac{1}{3}\pi.27.3 = 27\pi$.

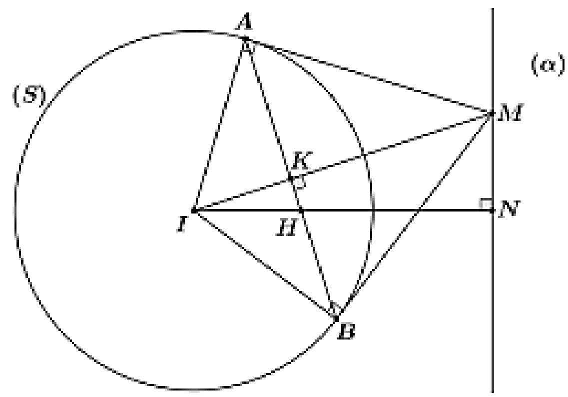
Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 11 = 0$. Lấy điểm M tùy ý trên (α). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S), với A, B, C là các tiếp điểm đôi một phân biệt. Khi M thay đổi thì mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H(a;b;c)$. Tổng $a + b + c$ bằng

A. $-\dfrac{3}{4}$ **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



Đầu tiên ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$

Gọi N là hình chiếu của I lên trên (α) và IN cắt mặt phẳng (ABC) tại H, suy ra $N(1+t;1-2t;1+2t)$.

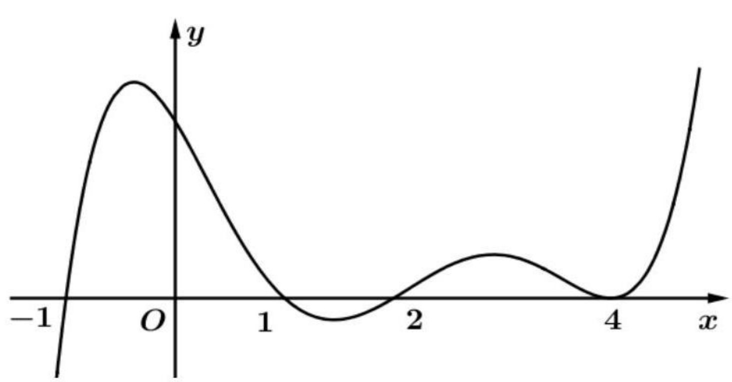
Thế tọa độ N vào (α) ta có: $(1+t)-2(1-2t)+2(1+2t)+11=0 \Leftrightarrow t=-\frac{4}{3}$ tức $N\left(-\frac{1}{3};\frac{11}{3};-\frac{5}{3}\right)$.

Gọi $K=IM\cap(ABC)$, theo hệ thức lượng tam giác vuông ta có: $IA^2=IK.IM$

Mặt khác do $H=IN\cap(ABC)$ nên suy ra $HKMN$ là tứ giác nội tiếp tức $IH.IN=IK.IM$ nên khi đó ta suy ra $IA^2=IH.IN$. Từ đó ta có được: $IN=d\left(I;(\alpha)\right)=3; IH=\frac{IA^2}{IN}=\frac{R^2}{IN}=\frac{12}{3}=4$.

Suy ra: $IH=\frac{3}{4}IN \Rightarrow \overrightarrow{IH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{IN}$, kéo theo ta có được: $H(0;3;-1)$ tức $a+b+c=2$. **Chọn đáp án C.**

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)+2023m$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5 **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn B.

Đầu tiên ta có hàm số $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2023\right) + 2023m$ có đúng 11 điểm cực trị.

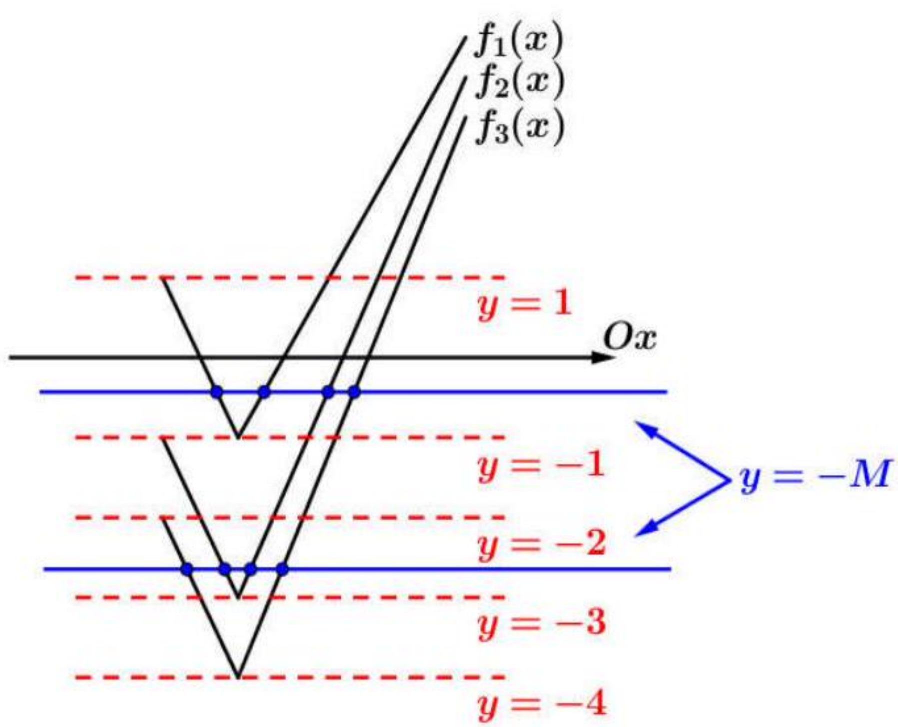
Do số điểm cực trị của hàm $f\left(|x|\right) = 2$ lần số điểm cực trị dương của hàm $f\left(x\right)$ cộng 1 , nên ta suy ra được để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì hàm số $y = h\left(x\right) = f\left(x^3 - 3x + m + 2023\right) + 2023m$ phải có 5 điểm cực trị dương.

Suy ra phương trình $h'\left(x\right) = 0$ phải có 5 nghiệm bội lẻ dương.

Khi đó ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x^2-1)f'(x^3-3x+M)=0 \\ M = m+2023 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1; \\ x^3-3x+M=-1; \\ x^3-3x+M=1; \\ x^3-3x+M=2; \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1; \\ x^3-3x+1=-M=f_1(x); \\ x^3-3x-1=-M=f_2(x); \\ x^3-3x-2=-M=f_3(x); \end{array}\right.$$

Khi đó ta có hình vẽ kết hợp giữa ba hàm liệt kê trên như sau trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$:



Từ bảng biến thiên trên ta suy ra đường thẳng $y = -M$ phải cắt 3 đồ thị $f_1\left(x\right), f_2\left(x\right), f_3\left(x\right)$ tổng cộng 4 nghiệm nguyên dương phân biệt, tức ta có: $-M \in \left(-3;-2\right) \cup \left[0;1\right) \Leftrightarrow M \in \left(-1;0\right] \cup \left(2;3\right) \xrightarrow{M \in \mathbb{Z}} M = 0$

Vậy suy ra $m = -2023$ tức có duy nhất 1 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án B.