

Họ và tên học sinh : ..... Số báo danh : .....

**Mã đề 101**

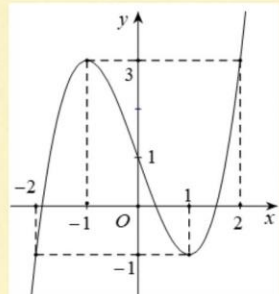
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$5$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	↘	4	↗
			↘	$5$
				↘
				$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 2)$ .                      B.  $(0; 5)$ .                      C.  $(5; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

- A. 3.                      B. 1.                      C. -1.                      D. 2.

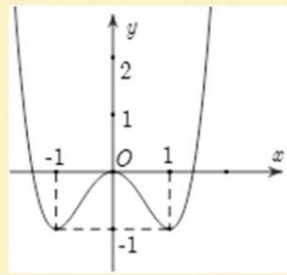
**Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội là 2 và  $u_3 = 2$ . Số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

- A.  $u_1 = \frac{1}{4}$ .                      B.  $u_1 = 1$ .                      C.  $u_1 = \frac{1}{2}$ .                      D.  $u_1 = 4$ .

**Câu 4.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , biết thể tích của khối chóp  $A'.ABC$  bằng 24. Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A. 48.                      B. 8.                      C. 12.                      D. 72.

**Câu 5.** Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?

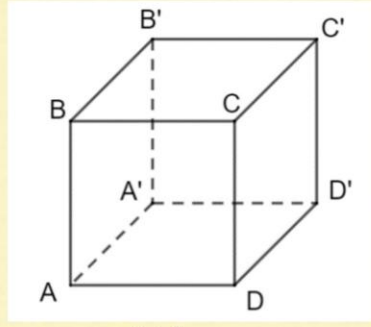


- A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .                      B.  $y = x^4 + 2x^2$ .                      C.  $y = -x^4 - 2x^2$ .                      D.  $y = x^4 - 2x^2$ .

**Câu 6.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 1)$  là

- A.  $y' = \frac{2x}{(x^2 - 1)\ln 2}$ .                      B.  $y' = \frac{x^2 - 1}{\ln 2}$ .                      C.  $y' = \frac{x}{x^2 - 1}$ .                      D.  $y' = \frac{2x}{x^2 - 1}$ .

**Câu 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 3. (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $CB'$  bằng

- A.  $2\sqrt{3}$ .      B.  $\sqrt{6}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-1) < 3$  là:

- A.  $(1;10)$ .      B.  $(-\infty;10)$ .      C.  $(-\infty;9)$ .      D.  $(1;9)$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; 4; -2)$  và  $\vec{b} = (1; -2; 3)$ . Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A.  $-12$ .      B.  $30$ .      C.  $-22$ .      D.  $6$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$1$		$5$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$	

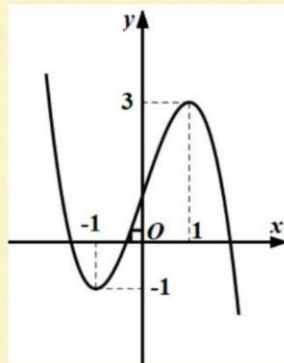
Số điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $0$ .      B.  $2$ .      C.  $1$ .      D.  $3$ .

**Câu 11.** Cho biết  $\log_a 3 = 5$ , khi đó  $P = \log_a(3a^5)$  bằng

- A.  $P = 10$       B.  $P = 25$       C.  $P = 12$       D.  $P = 125$

**Câu 12.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = 2f(x)$  là

- A.  $2$ .      B.  $1$ .      C.  $3$ .      D.  $0$ .

**Câu 13.** Cho biết  $\int_{-1}^1 (1+f(x)) dx = 3$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 3$ . Biểu thức  $\int_{-1}^3 f(x) dx$  bằng

- A.  $6$ .      B.  $4$ .      C.  $2$ .      D.  $-2$ .

**Câu 14.** Khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng  $2$  và cạnh bên bằng  $3$  thì có thể tích là

- A.  $V = 3\sqrt{2}$ .      B.  $V = \sqrt{2}$ .      C.  $V = \sqrt{3}$ .      D.  $V = 3\sqrt{3}$ .

**Câu 15.** Có bao nhiêu đoạn thẳng mà hai đầu mút của đoạn thẳng đó được lấy từ các đỉnh của một bát giác

đều?

- A. 56.                      B. 28.                      C. 20.                      D. 16.

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(-1;2;0)$ ,  $B(3;1;2)$ ,  $C(-2;0;1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- A.  $(0; -1; 1)$ .              B.  $(1; 0; -1)$ .              C.  $(0; 1; -1)$ .              D.  $(0; 1; 1)$ .

**Câu 17.** Hàm số  $y = x^3(4-x)$  nghịch biến trên khoảng

- A.  $(0; 4)$ .                      B.  $(3; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 18.** Cho hình nón có chiều cao  $h = 3$  và bán kính đáy  $r = 4$ . Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A.  $36\pi$ .                      B.  $16\pi$ .                      C.  $28\pi$ .                      D.  $20\pi$ .

**Câu 19.** Cho khối cầu có thể tích bằng  $36\pi$ . Diện tích của mặt cầu là

- A.  $12\pi$ .                      B.  $24\pi$ .                      C.  $48\pi$ .                      D.  $36\pi$ .

**Câu 20.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2^x}$  là

- A.  $y' = \sqrt{2^{x-2}} \cdot \ln 2$ .      B.  $y' = \sqrt{2^x} \cdot \ln 2$ .      C.  $y' = 2^x \cdot \ln \sqrt{2}$ .      D.  $y' = \frac{\sqrt{2^x}}{\ln \sqrt{2}}$ .

**Câu 21.** Biết rằng  $\int f(x)dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $f(x) = -\cos x + x$ .      B.  $f(x) = -\cos x - \frac{x^3}{6}$ .      C.  $f(x) = \cos x - x$ .      D.  $f(x) = \cos x - \frac{x^2}{2}$ .

**Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;2;3)$  và tiếp xúc trục hoành. Phương trình của mặt cầu  $(S)$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 13$ .      B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ .      D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$ .

**Câu 23.** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1 thỏa mãn  $\log_a b = 2$ . Giá trị  $P = \log_{a^2} b + \log_{ab^2} b^5$  bằng

- A.  $P = 5$ .                      B.  $P = 3$ .                      C.  $P = 4$ .                      D.  $P = 2$ .

**Câu 24.** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a, b$  khác 1, giá trị của biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$  bằng

- A. 12.                      B. 18.                      C. 24.                      D. 6.

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;1;-1), B(3;1;-2)$ . Số đo góc  $\widehat{OAB}$  là

- A.  $135^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $150^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

**Câu 26.** Biết đường thẳng  $y = 3x - 5$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

- A.  $\sqrt{5}$ .                      B.  $\sqrt{10}$ .                      C.  $2\sqrt{5}$ .                      D.  $2\sqrt{10}$ .

**Câu 27.** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2024$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-1; 0)$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      C.  $(1; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 28.** Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$  là

- A. 3.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 2.

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(3;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;1)$  có phương trình

là

- A.  $3x - 2y + z - 1 = 0$ .    B.  $2x - 3y + 6z - 6 = 0$ .    C.  $3x - 2y + z + 1 = 0$ .    D.  $2x - 3y + 6z + 6 = 0$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và

$F(-2) = -12, F(4) = -6$ . Tích phân  $\int_{-2}^4 f(x) dx$  bằng

- A. 18.                      B. 2.                      C. -6.                      D. 6.

**Câu 31.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

- A.  $y = 2$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $y = -\frac{1}{2}$ .                      D.  $y = 3$ .

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $A(2;1;1)$  và đi qua điểm  $B(5;1;-3)$  có phương trình là

- A.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 25$ .                      B.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ .  
C.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ .                      D.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$ .

**Câu 33.** Từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 7 nữ, chọn ngẫu nhiên 5 học sinh. Xác suất để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ mà nam nhiều hơn nữ bằng

- A.  $\frac{82}{143}$ .                      B.  $\frac{60}{143}$ .                      C.  $\frac{238}{429}$ .                      D.  $\frac{210}{429}$ .

**Câu 34.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(5-x) > 0$  là

- A.  $(-1;5)$ .                      B.  $(-1;2)$ .                      C.  $(-1;3)$ .                      D.  $(2;5)$ .

**Câu 35.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

- A.  $2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$ .    B.  $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$ .    C.  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$ .    D.  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$ .

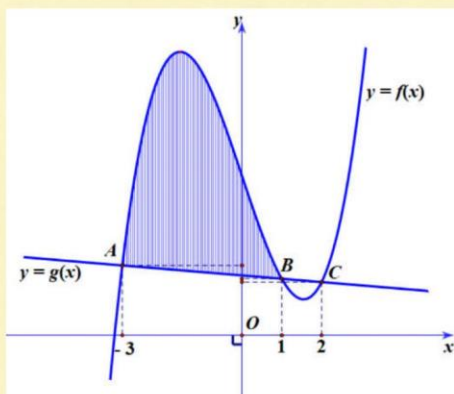
**Câu 36.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - \frac{4(m+1)}{3}x^3 + 2mx^2$  có hai điểm cực trị cùng nằm trên trục hoành?

- A. 3.                      B. 0.                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 37.** Cho  $y = f(x), y = g(x)$  lần lượt là các hàm số đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ.

Biết tung độ của  $A$  và  $C$  lần lượt là  $\frac{7}{4}$  và  $\frac{4}{3}$ . Hình phẳng được đánh dấu có diện tích bằng  $\frac{40}{3}$ . Giá

trị của tích phân  $\int_1^2 [f(x) - x] dx$  bằng.



- A.  $\frac{-7}{16}$ .                      B.  $\frac{-9}{32}$ .                      C.  $\frac{-9}{16}$ .                      D.  $\frac{-7}{32}$ .

A.  $\frac{-7}{16}$ .

B.  $\frac{-9}{32}$ .

C.  $\frac{-9}{16}$ .

D.  $\frac{-7}{32}$ .

**Câu 38.** Đặt  $a = \log_2 3$ ,  $b = \log_5 3$ . Biết rằng  $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ , với  $m, n, p \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $m+n+p=4$ .

B.  $2m+n+p=4$ .

C.  $m-n+p=4$ .

D.  $2m+n-p=4$ .

**Câu 39.** Cho mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R=3$ . Gọi  $(T)$  là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu  $(S)$  và có thiết diện qua trục của  $(T)$  lớn nhất. Diện tích toàn phần của hình trụ  $(T)$  bằng

A.  $S_{tp} = 27\sqrt{3}\pi$ .

B.  $S_{tp} = 18\pi$ .

C.  $S_{tp} = 18\sqrt{3}\pi$ .

D.  $S_{tp} = 27\pi$ .

**Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $y$  để tập nghiệm của bất phương trình  $(\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0$  có ít nhất 1 số nguyên và không quá 7 số nguyên?

A. 2024.

B. 4032.

C. 4096.

D. 4071.

**Câu 41.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(C)$  là đường tròn giao của mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z + 1 = 0$ . Mặt cầu đi qua điểm  $A(-1; 2; 1)$  và chứa đường tròn  $(C)$  có bán kính là

A.  $R = \sqrt{3}$ .

B.  $R = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

C.  $R = \frac{\sqrt{21}}{3}$ .

D.  $R = 2$ .

**Câu 42.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $3f(3x) - 2xf(x^2) = 24x - 4x^3 - 9$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = -1$ . Giá trị  $\int_1^3 xf'(x)dx$  bằng

A. 8.

B. 3.

C. -3.

D. 6.

**Câu 43.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$-$			
$y$	$-\infty$	$\nearrow$	$3$	$\searrow$	$-1$	$\nearrow$	$3$	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) - e^{f(x)+3} = m$  có 4 nghiệm phân biệt?

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

**Câu 44.** Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_3(x+3y) + x^2 + 3y^2 + 4xy - x - y = 0$  và  $x + y > 0, x \in [-2024; 2024]$ ?

A. 1350.

B. 1518.

C. 1012.

D. 675.

**Câu 45.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$ . Biết rằng  $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SC = SD = \frac{4a\sqrt{3}}{3}, SH = SO$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $V = \frac{1}{3}a^3$ .

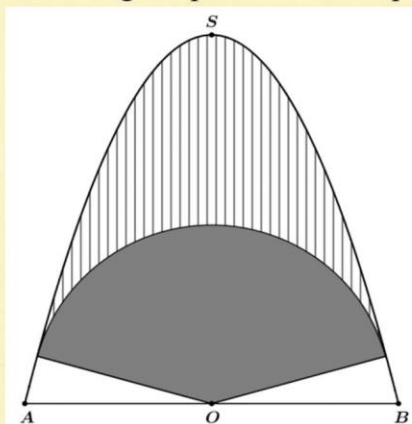
B.  $V = \sqrt{3}a^3$ .

C.  $V = 3a^3$ .

D.  $V = a^3$ .

**Câu 46.** Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh  $S$  như hình vẽ, biết  $OS = AB = 4$  m,  $O$  là trung điểm của  $AB$ . Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức chi phí: phần trên là phần kẻ sọc 160.000 đồng/m<sup>2</sup>, phần giữa là hình quạt tâm  $O$ , bán kính 2 m được tô đậm 200.000

đồng/m<sup>2</sup>, phần còn lại 250.000 đồng/m<sup>2</sup>. Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất với số nào sau đây?



- A. 1.650.000 đồng.      B. 2.055.000 đồng.      C. 2.550.000 đồng.      D. 1.955.000 đồng.

**Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; -3; 3), B(-2; 2; -2), C(-5; 4; -4)$ . Tập hợp tất cả các điểm  $M$  thay đổi thỏa mãn  $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$  là mặt cầu  $(S)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $C$  và cắt mặt cầu  $(S)$  theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $(1; 3; -5)$ .      B.  $(-1; 0; -2)$ .      C.  $(-1; 4; -6)$ .      D.  $(1; -3; 4)$ .

**Câu 48.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $(x^2 + x)(f'(x) - 1) = x + 1 - f(x)$

với mọi  $x \in (0; +\infty)$  và  $f(1) = 4$ . Biểu thức  $I = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) f(x) dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{15}{8}$ .      B.  $3 - 2 \ln 2$ .      C.  $\frac{17}{8}$ .      D.  $1 + 2 \ln 2$ .

**Câu 49.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $\widehat{CBA} = \widehat{BAD} = 90^\circ$ ,  $AB = BC = 2a$ ,  $AD = a$ . Biết rằng  $SA = SB$  và  $\widehat{SCD} = 90^\circ$ . Cạnh bên  $SA$  hợp với đáy một góc  $45^\circ$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{31}}$ .      B.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{43}}$ .      C.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{41}}$ .      D.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{33}}$ .

**Câu 50.** Các số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $(x^2 + y^2) \log_2 \frac{x^2 + y^2 + 1}{x + 2y} = 2x + 4y - 1$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá

trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{x - y - 1}{y + 4}$ . Biểu thức  $M - m$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

----- HẾT -----

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO  
TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU  
**ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1 NĂM 2024**  
**BÀI THI: TOÁN**

(Đáp án có 02 trang)

Mã đề Câu	101	102	103	104
1	B	D	D	D
2	A	A	A	D
3	C	A	D	B
4	D	B	C	C
5	D	C	C	B
6	A	B	B	C
7	C	C	A	A
8	D	A	A	B
9	A	C	B	B
10	C	B	D	D
11	A	D	C	D
12	A	B	D	C
13	B	A	A	C
14	D	C	B	A
15	B	D	D	A
16	D	C	A	D
17	B	A	A	D
18	A	C	C	A
19	D	B	C	C
20	A	D	A	D
21	C	D	B	C
22	A	B	C	D
23	B	A	C	A
24	C	B	D	B
25	C	D	A	B
26	D	D	B	A
27	D	A	B	D
28	A	C	D	B
29	B	C	C	C
30	D	D	D	B
31	D	B	B	A
32	B	D	D	C
33	C	D	C	A
34	D	A	A	C
35	B	C	B	A

<b>36</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>37</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>C</b>
<b>38</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>C</b>
<b>39</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
<b>40</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
<b>41</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>D</b>
<b>42</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
<b>43</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>D</b>
<b>44</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>A</b>
<b>45</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
<b>46</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<b>47</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>A</b>
<b>48</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>B</b>
<b>49</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
<b>50</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>D</b>



Họ, tên thí sinh: .....

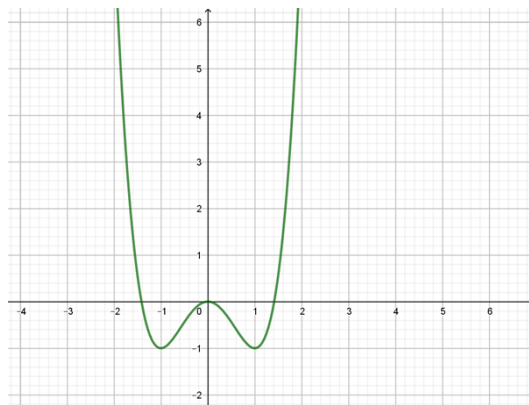
Mã đề thi: .....

Số báo danh: .....

**Câu 1:** Cho biết  $\log_a 3 = 5$ , khi đó  $P = \log_a (3a^5)$  bằng

- A.  $P = 12$ .                      B.  $P = 25$ .                      C.  $P = 125$ .                      D.  $P = 10$ .

**Câu 2:** Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A.  $y = x^4 - 2x^2$ .                      B.  $y = x^4 + 2x^2$ .                      C.  $y = -x^4 - 2x^2$ .                      D.  $y = -x^4 + 2x^2$ .

**Câu 3:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

- A.  $y = 2$ .                      B.  $y = -\frac{1}{2}$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $y = 3$ .

**Câu 4:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , biết thể tích của khối chóp  $A'.ABC$  bằng 24. Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A. 48.                      B. 8.                      C. 72.                      D. 12.

**Câu 5:** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2024$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .                      B.  $(-1; 0)$ .                      C.  $(-\infty; -1)$ .                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; 4; -2)$  và  $\vec{b} = (1; -2; 3)$ . Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A. 30.                      B. -12.                      C. -22.                      D. 6.

**Câu 7:** Có bao nhiêu đoạn thẳng mà hai đầu mút của đoạn thẳng đó được lấy từ các đỉnh của một bát giác đều?

- A. 28.                      B. 56.                      C. 20.                      D. 16.

**Câu 8:** Cho khối cầu có thể tích bằng  $36\pi$ . Diện tích của mặt cầu là

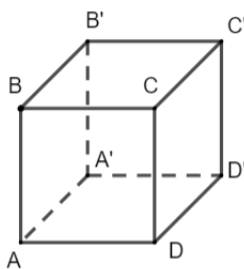
A.  $36\pi$ .

B.  $24\pi$ .

C.  $12\pi$ .

D.  $48\pi$ .

**Câu 9:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 3 (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $CB'$  bằng

A.  $\sqrt{6}$ .

B.  $\sqrt{3}$ .

C.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $2\sqrt{3}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-

$f(x)$	$+\infty$	4	5	$-\infty$
--------	-----------	---	---	-----------

Arrows indicate the function values at the critical points:  $f(x) \rightarrow 4$  at  $x=0$  and  $f(x) \rightarrow 5$  at  $x=5$ .

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A.  $(5; +\infty)$ .

B.  $(-1; 2)$ .

C.  $(-\infty; 0)$ .

D.  $(0; 5)$ .

**Câu 11:** Cho biết  $\int_{-1}^1 (1+f(x))dx = 3$  và  $\int_1^3 f(x)dx = 3$ . Biểu thức  $\int_{-1}^3 f(x)dx$  bằng

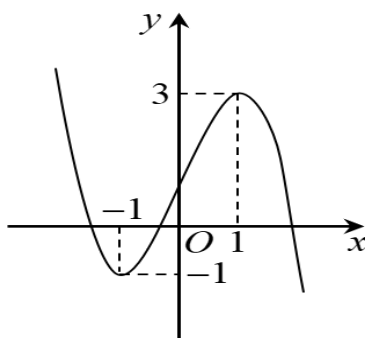
A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. -2.

**Câu 12:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = 2f(x)$  là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

**Câu 13:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

A.  $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

B.  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

C.  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$

D.  $2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C.$

**Câu 14:** Biết đường thẳng  $y = 3x - 5$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

A.  $\sqrt{5}.$

B.  $2\sqrt{10}.$

C.  $\sqrt{10}.$

D.  $2\sqrt{5}.$

**Câu 15:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a, b$  khác 1, giá trị biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$  bằng

A. 6.

B. 12.

C. 18.

D. 24.

**Câu 16:** Khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng 3 thì có thể tích là

A.  $V = 3\sqrt{3}.$

B.  $V = \sqrt{3}.$

C.  $V = \sqrt{2}.$

D.  $V = 3\sqrt{2}.$

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  với  $A(-1; 2; 0), B(3; 1; 2), C(-2; 0; 1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

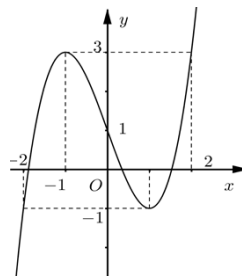
A.  $(0; 1; 1).$

B.  $(1; 0; -1).$

C.  $(0; 1; -1).$

D.  $(0; -1; 1).$

**Câu 18:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $A(2; 1; 1)$  và đi qua điểm  $B(5; 1; -3)$  có phương trình là

A.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 25.$

B.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5.$

C.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$

D.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên

$\mathbb{R}$  và  $F(-2) = -12, F(4) = -6$ . Tính  $\int_{-2}^4 f(x) dx$ .

A. 6.

B. 2.

C. -6.

D. 18.

**Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(5-x) > 0$  là

- A.  $(-1;5)$ .                      B.  $(2;5)$ .                      C.  $(-1;2)$ .                      D.  $(-1;3)$ .

**Câu 22:** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 1)$  là

- A.  $y' = \frac{2x}{x^2 - 1}$ .                      B.  $y' = \frac{x^2 - 1}{\ln 2}$ .                      C.  $y' = \frac{2x}{(x^2 - 1)\ln 2}$ .                      D.  $y' = \frac{x}{x^2 - 1}$ .

**Câu 23:** Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$  là

- A. 0.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.

**Câu 24:** Hàm số  $y = x^3(4-x)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $(-\infty;3)$ .                      B.  $(0;4)$ .                      C.  $(-\infty;+\infty)$ .                      D.  $(3;+\infty)$ .

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;2;3)$  và tiếp xúc với trục hoành. Phương trình của mặt cầu  $(S)$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 13$ .                      B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$ .                      D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$ .

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;1;-1), B(3;1;-2)$ . Số đo góc  $OAB$  là

- A.  $135^\circ$ .                      B.  $150^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

**Câu 27:** Từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 7 nữ, chọn ngẫu nhiên 5 học sinh. Xác suất để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ mà nam nhiều hơn nữ bằng

- A.  $\frac{82}{143}$ .                      B.  $\frac{238}{429}$ .                      C.  $\frac{210}{429}$ .                      D.  $\frac{60}{143}$ .

**Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-1) < 3$  là:

- A.  $(-\infty;10)$ .                      B.  $(-\infty;9)$ .                      C.  $(1;10)$ .                      D.  $(1;9)$ .

**Câu 29:** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1 thỏa mãn  $\log_a b = 2$ . Giá trị  $P = \log_{a^2} b + \log_{ab^2} b^5$  bằng

- A.  $P = 2$ .                      B.  $P = 4$ .                      C.  $P = 3$ .                      D.  $P = 5$ .

**Câu 30:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2^x}$  là

- A.  $y' = 2^x \cdot \ln \sqrt{2}$ .                      B.  $y' = \sqrt{2^x} \cdot \ln 2$ .                      C.  $y' = \frac{\sqrt{2^x}}{\ln 2}$ .                      D.  $y' = \sqrt{2^{x-2}} \cdot \ln 2$ .

**Câu 31:** Biết rằng  $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $f(x) = -\cos x + x$ . B.  $f(x) = \cos x - x$ .

C.  $f(x) = \cos x - \frac{x^2}{2}$ . D.  $f(x) = -\cos x - \frac{x^3}{6}$ .

**Câu 32:** Cho hình nón có chiều cao  $h = 3$  và bán kính  $r = 4$ . Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A.  $16\pi$ . B.  $20\pi$ . C.  $28\pi$ . D.  $36\pi$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$5$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$

Số điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

**Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(3; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$  có phương trình là

- A.  $2x - 3y + 6z - 6 = 0$ . B.  $2x - 3y + 6z + 6 = 0$ .  
C.  $3x - 2y + z + 1 = 0$ . D.  $3x - 2y + z - 1 = 0$ .

**Câu 35:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội là 2 và  $u_3 = 2$ . Số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

- A.  $u_1 = \frac{1}{4}$ . B.  $u_1 = \frac{1}{2}$ . C.  $u_1 = 1$ . D.  $u_1 = 4$ .

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(C)$  là đường tròn giao tuyến của mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z + 1 = 0$ . Mặt cầu đi qua điểm  $A(-1; 2; 1)$  và chứa đường tròn  $(C)$  có bán kính là

- A.  $R = \sqrt{3}$ . B.  $R = 2$ . C.  $R = \frac{\sqrt{21}}{3}$ . D.  $R = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $\widehat{CBA} = \widehat{BAD} = 90^\circ$ ,  $AB = BC = 2a$ ,  $AD = a$ . Biết rằng  $SA = SB$  và  $\widehat{SCD} = 90^\circ$ . Cạnh bên  $SA$  hợp với đáy một góc  $45^\circ$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{33}}$ . B.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{43}}$ . C.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{31}}$ . D.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{41}}$ .

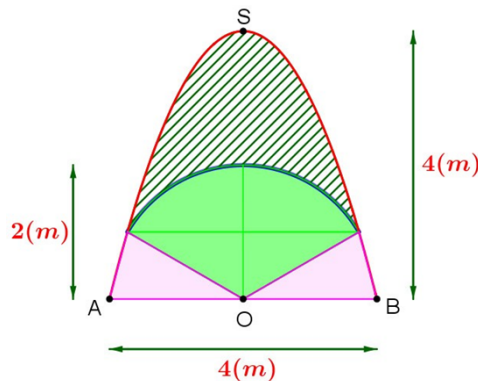
**Câu 38:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $y$  để tập nghiệm của bất phương trình  $(\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0$  có ít nhất một số nguyên và không quá 7 số nguyên?

- A. 2024. B. 4096. C. 4032. D. 4071.

**Câu 39:** Các số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $(x^2 + y^2) \log_2 \frac{x^2 + y^2 + 1}{x + 2y} = 2x + 4y - 1$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{x - y - 1}{y + 4}$ . Biểu thức  $M - m$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 40:** Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh  $S$  như hình vẽ



Biết  $OS = AB = 4m$ ,  $O$  là trung điểm  $AB$ . Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 160 000 đồng/m<sup>2</sup>, phần giữa là hình quạt tâm  $O$ , bán kính 2m được tô đậm có giá 200 000 đồng/m<sup>2</sup>, phần còn lại có giá 250 000 đồng/m<sup>2</sup>. Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất số nào sau đây?

- A. 2 550 000 đồng.            B. 1 650 000 đồng.            C. 2 055 000 đồng.            D. 1 955 000 đồng.

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $3f(3x) - 2xf(x^2) = 24x - 4x^3 - 9$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = -1$ . Giá trị  $\int_1^3 xf'(x) dx$  bằng

- A. 8.                      B. 6.                      C. -3.                      D. 3.

**Câu 42:** Đặt  $a = \log_2 3, b = \log_5 3$ . Biết rằng  $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$  với  $m, n, p \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $m - n + p = 4$ .            B.  $2m + n + p = 4$ .            C.  $m + n + p = 4$ .            D.  $2m + n - p = 4$ .

**Câu 43:** Cho mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R = 3$ . Gọi  $(T)$  là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu  $(S)$  và có thiết diện qua trục của  $(T)$  lớn nhất. Diện tích toàn phần của hình trụ  $(T)$  bằng

- A.  $S_p = 18\pi$ .                      B.  $S_p = 27\pi$ .                      C.  $S_p = 27\sqrt{3}\pi$ .                      D.  $S_p = 18\sqrt{3}\pi$ .

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$ . Biết rằng  $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SC = SD = \frac{4a\sqrt{3}}{3}, SH = SO$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

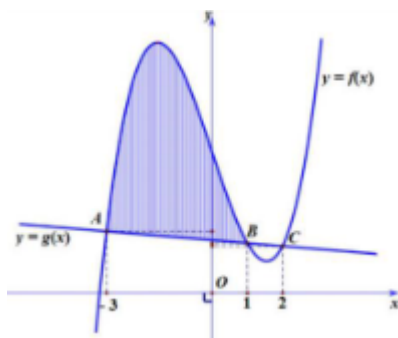
A.  $V = \frac{1}{3}a^3$ .

B.  $V = \sqrt{3}a^3$ .

C.  $V = 3a^3$ .

D.  $V = a^3$ .

**Câu 45:** Cho  $y = f(x), y = g(x)$  lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ.



Biết tung độ của điểm  $A$  và  $C$  lần lượt là  $\frac{7}{4}$  và  $\frac{4}{3}$ . Hình phẳng được đánh dấu có diện tích bằng  $\frac{40}{3}$ . Giá trị của tích phân  $\int_1^2 [f(x) - x] dx$  bằng

A.  $-\frac{7}{16}$ .

B.  $-\frac{9}{32}$ .

C.  $-\frac{9}{16}$ .

D.  $-\frac{7}{32}$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $(x^2 + x)(f'(x) - 1) = x + 1 - f(x)$  với mọi  $x \in (0; +\infty)$  và  $f(1) = 4$ . Biểu thức  $I = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) f(x) dx$  có giá trị bằng

A.  $\frac{15}{8}$ .

B.  $3 - 2 \ln 2$ .

C.  $\frac{17}{8}$ .

D.  $1 + 2 \ln 2$ .

**Câu 47:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - \frac{4(m+1)}{3}x^3 + 2mx^2$  có hai điểm cực trị cùng nằm trên trục hoành?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$ . Biết rằng  $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SC = SD = \frac{4a\sqrt{3}}{3}, SH = SO$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $V = \frac{1}{3}a^3$ .

B.  $V = \sqrt{3}a^3$ .

C.  $V = 3a^3$ .

D.  $V = a^3$ .

**Câu 49:** Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_3(x+3y) + x^2 + 3y^2 + 4xy - x - y = 0$  và  $x + y > 0, x \in [-2024; 2024]$ ?

A. 1350.

B. 1518.

C. 1012.

D. 675.

**Câu 50:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$+$	$-$
$y$	$-\infty$	$3$	$-1$	$3$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) - e^{f(x)+3} = m$  có 4 nghiệm phân biệt?

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

----- HẾT -----



## BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.C	5.B	6.B	7.A	8.A	9.B	10.D
11.C	12.D	13.A	14.B	15.D	16.A	17.A	18.C	19.C	20.A
21.B	22.C	23.C	24.D	25.A	26.B	27.B	28.D	29.C	30.D
31.B	32.D	33.C	34.A	35.B	36.C	37.A	38.A	39.A	40.C
41.A	42.C	43.B	44.D	45.B	46.B	47.D	48.D	49.D	50.B

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1:** Cho biết  $\log_a 3 = 5$ , khi đó  $P = \log_a (3a^5)$  bằng

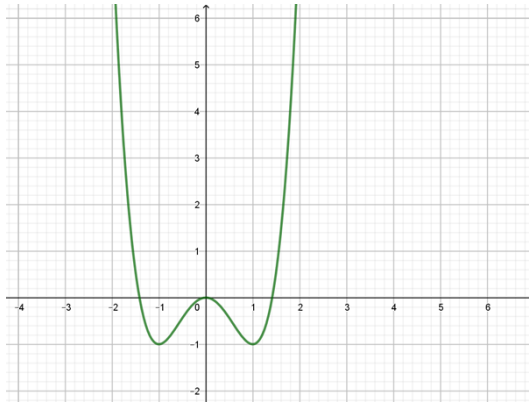
- A.  $P = 12$ .                      B.  $P = 25$ .                      C.  $P = 125$ .                      **D.  $P = 10$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$P = \log_a (3a^5) = \log_a 3 + \log_a a^5 = \log_a 3 + 5 = 5 + 5 = 10.$$

**Câu 2:** Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A.  $y = x^4 - 2x^2$ .**                      B.  $y = x^4 + 2x^2$ .                      C.  $y = -x^4 - 2x^2$ .                      D.  $y = -x^4 + 2x^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y = x^4 - 2x^2; \quad y' = 4x^3 - 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}.$$

**Câu 3:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

- A.  $y = 2$ .                      B.  $y = -\frac{1}{2}$ .                      C.  $x = 2$ .                      **D.  $y = 3$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y = \frac{3x-1}{x-2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2} = 3; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x-2} = 3.$$

$\Rightarrow y = 3$  là tiệm cận ngang.

**Câu 4:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , biết thể tích của khối chóp  $A'.ABC$  bằng 24. Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A. 48.                      B. 8.                      **C. 72.**                      D. 12.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = 3.V_{A'.ABC} = 3.24 = 72.$$

**Câu 5:** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2024$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .                      **B.  $(-1; 0)$ .**                      C.  $(-\infty; -1)$ .                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Hàm số } y = x^4 - 2x^2 + 2024; \quad y' = 4x^3 - 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y = x^4 - 2x^2 + 2024$	-	0	+	0	+

Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2024$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ ;  $(0; 1)$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{a} = (2; 4; -2)$  và  $\vec{b} = (1; -2; 3)$ . Tích vô hướng của hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A. 30.                      **B. -12.**                      C. -22.                      D. 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2.1 + 4.(-2) + (-2).3 = -12.$$

**Câu 7:** Có bao nhiêu đoạn thẳng mà hai đầu mút của đoạn thẳng đó được lấy từ các đỉnh của một bát giác đều?

- A. 28.**                      B. 56.                      C. 20.                      D. 16.

### Lời giải

#### Chọn A

Số đoạn thẳng được tạo thành là:  $C_8^2 = 28$ .

**Câu 8:** Cho khối cầu có thể tích bằng  $36\pi$ . Diện tích của mặt cầu là

**A.**  $36\pi$ .

**B.**  $24\pi$ .

**C.**  $12\pi$ .

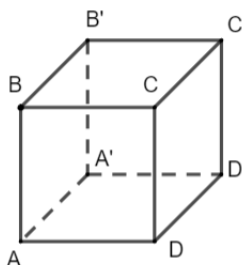
**D.**  $48\pi$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có  $r^3 = \frac{3V}{4\pi} = \frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi} = 27 \Leftrightarrow r = 3 \Rightarrow S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ .

**Câu 9:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 3 (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $CB'$  bằng

**A.**  $\sqrt{6}$ .

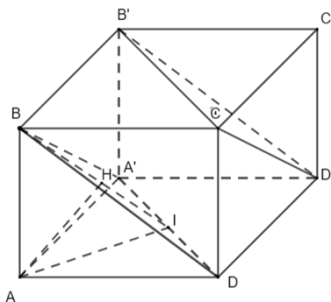
**B.**  $\sqrt{3}$ .

**C.**  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $2\sqrt{3}$ .

### Lời giải

#### Chọn B



Ta có  $(BDA') // (CB'D')$  nên

$$d(BD; CB') = d((BDA'); (CB'D')) = d(D'; (BDA')) = d(A; (BDA')).$$

Dựng

$$\begin{cases} AI \perp A'D \\ AH \perp BI \end{cases} \Rightarrow AH \perp (BDA') \Rightarrow d(A; (BDA')) = AH = \frac{AB \cdot AI}{\sqrt{AB^2 + AI^2}} = \frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \sqrt{3}.$$

Vậy  $d(BD; CB') = \sqrt{3}$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$		4	5	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(5; +\infty)$ .      B.  $(-1; 2)$ .      C.  $(-\infty; 0)$ .      **D.  $(0; 5)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 11:** Cho biết  $\int_{-1}^1 (1+f(x)) dx = 3$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 3$ . Biểu thức  $\int_{-1}^3 f(x) dx$  bằng

- A. 2.      B. 6.      **C. 4.**      D. -2.

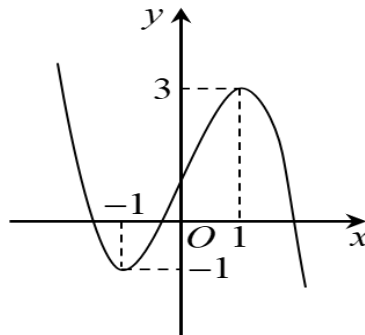
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\int_{-1}^1 (1+f(x)) dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 dx + \int_{-1}^1 f(x) dx = 3 \Leftrightarrow 2 + \int_{-1}^1 f(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = 1$ .

Khi đó:  $\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 1 + 3 = 4$ .

**Câu 12:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = 2f(x)$  là

- A. 0.      B. 3.      C. 1.      **D. 2.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $g'(x) = 2f'(x)$

Khi đó:  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$  nên số cực trị của hàm số  $g(x) = 2f(x)$  cũng bằng với số cực trị của hàm số  $y = f(x)$ .

Vậy hàm số  $g(x) = 2f(x)$  có 2 điểm cực trị.

**Câu 13:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

**A.**  $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

**B.**  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

**C.**  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$  **D.**  $2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $F(x) = \int f(x) dx = \int \left( x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

**Câu 14:** Biết đường thẳng  $y = 3x - 5$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

**A.**  $\sqrt{5}.$

**B.**  $2\sqrt{10}.$

**C.**  $\sqrt{10}.$

**D.**  $2\sqrt{5}.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $3x - 5 = \frac{x+1}{x-2}$  (điều kiện:  $x \neq 2$ )

$$\Leftrightarrow (x-2)(3x-5) = x+1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 6x + 10 - x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Tọa độ của hai giao điểm là  $A(1; -2), B(3; 4).$

Khi đó, độ dài đoạn thẳng  $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$

**Câu 15:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $a, b$  khác 1, giá trị biểu thức  $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$  bằng

**A.** 6.

**B.** 12.

**C.** 18.

**D.** 24.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4 = (2 \cdot 3 \cdot \log_a b) \cdot (4 \log_b a) = 24 (\log_a b \cdot \log_b a) = 24 \cdot 1 = 24.$$

**Câu 16:** Khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng 3 thì có thể tích là

**A.**  $V = 3\sqrt{3}.$

**B.**  $V = \sqrt{3}.$

**C.**  $V = \sqrt{2}.$

**D.**  $V = 3\sqrt{2}.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Thể tích của khối lăng trụ là  $V = S.h$ , với  $S = \frac{4.\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}, h = 3$  suy ra  $V = 3\sqrt{3}$ .

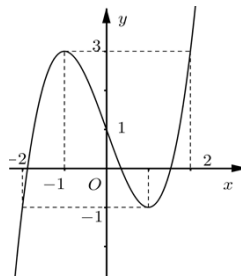
**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  với  $A(-1;2;0), B(3;1;2), C(-2;0;1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- A.**  $(0;1;1)$ .                      **B.**  $(1;0;-1)$ .                      **C.**  $(0;1;-1)$ .                      **D.**  $(0;-1;1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 18:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 2.                      **B.** 1.                      **C.** 3.                      **D.** -1.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu có tâm  $A(2;1;1)$  và đi qua điểm  $B(5;1;-3)$  có phương trình là

- A.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 25$ .                      **B.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ .  
**C.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ .                      **D.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Bán kính mặt cầu là  $R = AB = \sqrt{9+16} = 5$ , vậy phương trình mặt cầu là

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$$

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên

$\mathbb{R}$  và  $F(-2) = -12, F(4) = -6$ . Tính  $\int_{-2}^4 f(x) dx$ .

- A.** 6.                      **B.** 2.                      **C.** -6.                      **D.** 18.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Có } \int_{-2}^4 f(x) dx = F(4) - F(-2) = -6 + 12 = 6.$$

**Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(5-x) > 0$  là

- A.**  $(-1;5)$ .                      **B.**  $(2;5)$ .                      **C.**  $(-1;2)$ .                      **D.**  $(-1;3)$ .

### Lời giải

#### Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 5.$$

$$\text{Ta có: } \log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(5-x) > 0 \Leftrightarrow \log_2(x+1) - \log_2(5-x) > 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{x+1}{5-x} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{5-x} > 1 \Leftrightarrow x+1 > 5-x \Leftrightarrow x > 2.$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là:  $(2; 5)$ .

**Câu 22:** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 1)$  là

A.  $y' = \frac{2x}{x^2-1}$ .      B.  $y' = \frac{x^2-1}{\ln 2}$ .      **C.  $y' = \frac{2x}{(x^2-1)\ln 2}$ .**      D.  $y' = \frac{x}{x^2-1}$ .

### Lời giải

#### Chọn C

$$\text{Ta có } y' = [\log_2(x^2 - 1)]' = \frac{(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)\ln 2} = \frac{2x}{(x^2 - 1)\ln 2}.$$

**Câu 23:** Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$  là

A. 0.      B. 2.      **C. 3.**      D. 1.

### Lời giải

#### Chọn C

Tập xác định:  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$-\infty$		$\nearrow 3$		$\searrow 2$		$\nearrow 3$		$\searrow -\infty$

Vậy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 24:** Hàm số  $y = x^3(4-x)$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $(-\infty; 3)$ .

B.  $(0; 4)$ .

C.  $(-\infty; +\infty)$ .

D.  $(3; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn D

Tập xác định:  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = [x^3(4-x)]' = (-x^4 + 4x^3)' = -4x^3 + 12x^2$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số:

$x$	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$y'$		+	0	+	0	-	
$y$							

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$  và tiếp xúc với trục hoành. Phương trình của mặt cầu  $(S)$  là

A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 13$ .

B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ .

C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$ .

D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$ .

Lời giải

Chọn A

Gọi  $M$  là hình chiếu của  $I$  trên trục hoành. Suy ra  $M(1; 0; 0)$ .Ta có mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với trục hoành, suy ra bán kính mặt cầu  $(S)$  là

$$R = IM = \sqrt{(1-1)^2 + (0-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{13}$$

Vậy phương trình mặt cầu  $(S)$  là  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 13$ .

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(3; 1; -2)$ . Số đo góc  $OAB$  là

A.  $135^\circ$ .

B.  $150^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $120^\circ$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $\overrightarrow{AO} = (-2; -1; 1)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -1)$ 

$$\cos \widehat{OAB} = \cos(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AB}) = \frac{\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AO}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{(-2) \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + 1 \cdot (-1)}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

Số đo góc  $OAB$  là  $150^\circ$ .



**Câu 27:** Từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 7 nữ, chọn ngẫu nhiên 5 học sinh. Xác suất để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ mà nam nhiều hơn nữ bằng

- A.  $\frac{82}{143}$ .                      B.  $\frac{238}{429}$ .                      C.  $\frac{210}{429}$ .                      D.  $\frac{60}{143}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách lấy ngẫu nhiên 5 học sinh là:  $C_{15}^5 = 3003$  (cách).

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh có cả nam và nữ mà nam nhiều hơn nữ. Xây ra các trường hợp:

**TH1:** 5 học sinh được chọn có 4 nam, 1 nữ. Số cách chọn là:  $C_8^4 \cdot C_7^1 = 490$  (cách).

**TH2:** 5 học sinh được chọn có 3 nam, 2 nữ. Số cách chọn là:  $C_8^3 \cdot C_7^2 = 1176$  (cách).

Số cách chọn 5 học sinh có cả nam và nữ mà nam nhiều hơn nữ là:  $490 + 1176 = 1666$  (cách).

Xác suất cần tìm là:  $P = \frac{1666}{3003} = \frac{238}{429}$ .

**Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-1) < 3$  là:

- A.  $(-\infty; 10)$ .                      B.  $(-\infty; 9)$ .                      C.  $(1; 10)$ .                      D.  $(1; 9)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9$ .

**Câu 29:** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1 thỏa mãn  $\log_a b = 2$ . Giá trị  $P = \log_{a^2} b + \log_{ab^2} b^5$  bằng

- A.  $P = 2$ .                      B.  $P = 4$ .                      C.  $P = 3$ .                      D.  $P = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$$P = \log_{a^2} b + \log_{ab^2} b^5 = \frac{1}{2} \log_a b + \frac{\log_a b^5}{\log_a (ab^2)} = \frac{1}{2} \log_a b + \frac{5 \log_a b}{\log_a a + 2 \log_a b} = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{5 \cdot 2}{1 + 2 \cdot 2} = 3.$$

**Câu 30:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2^x}$  là

- A.  $y' = 2^x \cdot \ln \sqrt{2}$ .                      B.  $y' = \sqrt{2^x} \cdot \ln 2$ .                      C.  $y' = \frac{\sqrt{2^x}}{\ln 2}$ .                      D.  $y' = \sqrt{2^{x-2}} \cdot \ln 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $y = \sqrt{2^x} \Rightarrow y' = \frac{(2^x)'}{2\sqrt{2^x}} = \frac{2^x \cdot \ln 2}{2\sqrt{2^x}} = \frac{\sqrt{2^x} \cdot \ln 2}{2} = \sqrt{2^{x-2}} \cdot \ln 2$ .

**Câu 31:** Biết rằng  $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $f(x) = -\cos x + x$ .                      B.  $f(x) = \cos x - x$ .

C.  $f(x) = \cos x - \frac{x^2}{2}$ .    D.  $f(x) = -\cos x - \frac{x^3}{6}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có :  $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$  nên  $f(x) = F'(x) = \left( \sin x - \frac{x^2}{2} \right)' \Rightarrow f(x) = \cos x - x$ .

**Câu 32:** Cho hình nón có chiều cao  $h = 3$  và bán kính  $r = 4$ . Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A.  $16\pi$ .                      B.  $20\pi$ .                      C.  $28\pi$ .                      **D.  $36\pi$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$$h = 3, r = 4 \Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = 5.$$

$$\text{Ta có } S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = \pi rl + \pi r^2 \Rightarrow S_{tp} = (\pi \cdot 4 \cdot 5) + (\pi \cdot 4^2) = 36\pi.$$

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$5$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Số điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 0.                      B. 3.                      **C. 1.**                      D. 2.

Lời giải

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$ .

**Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(3;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;1)$  có phương trình là

- A.  $2x - 3y + 6z - 6 = 0$ .**    B.  $2x - 3y + 6z + 6 = 0$ .  
C.  $3x - 2y + z + 1 = 0$ .    D.  $3x - 2y + z - 1 = 0$ .

Lời giải

**Chọn A**

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(3;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;1)$  là

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 2x - 3y + 6z - 6 = 0.$$

**Câu 35:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội là 2 và  $u_3 = 2$ . Số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

- A.  $u_1 = \frac{1}{4}$ .                      **B.  $u_1 = \frac{1}{2}$ .**                      C.  $u_1 = 1$ .                      D.  $u_1 = 4$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} q=2 \\ u_3=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q=2 \\ 2=u_1 \cdot 2^2 \end{cases} \Rightarrow u_1 = \frac{1}{2}.$$

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(C)$  là đường tròn giao tuyến của mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z + 1 = 0$ . Mặt cầu đi qua điểm  $A(-1; 2; 1)$  và chứa đường tròn  $(C)$  có bán kính là

- A.  $R = \sqrt{3}$ .      B.  $R = 2$ .      C.  $R = \frac{\sqrt{21}}{3}$ .      D.  $R = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

Lời giải

Chọn C

Vì  $(C)$  là đường tròn giao tuyến của mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(P)$  nên mặt cầu  $(S')$  chứa đường tròn  $(C)$  có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 2 + m(x + y + z + 1) = 0$$

$$\text{Mà } A \in (S') \text{ nên } (-1)^2 + 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 2 + m(-1 + 2 + 1 + 1) = 0 \Leftrightarrow 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$$

$$\text{Khi đó phương trình mặt cầu } (S') \text{ là } x^2 + y^2 + z^2 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}y - \frac{4}{3}z - \frac{4}{3} = 0$$

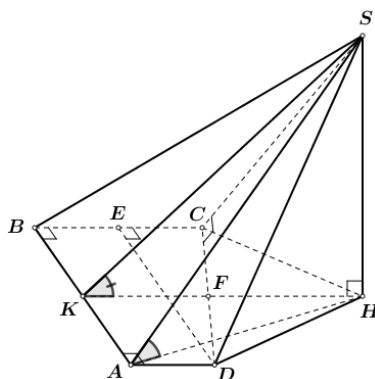
$$\text{hay } \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{7}{3} \text{ suy ra bán kính mặt cầu } (S') \text{ là } R = \sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $\widehat{CBA} = \widehat{BAD} = 90^\circ$ ,  $AB = BC = 2a$ ,  $AD = a$ . Biết rằng  $SA = SB$  và  $\widehat{SCD} = 90^\circ$ . Cạnh bên  $SA$  hợp với đáy một góc  $45^\circ$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{33}}$ .      B.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{43}}$ .      C.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{31}}$ .      D.  $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{41}}$ .

Lời giải

Chọn A



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  thì

•  $(SA, (ABCD)) = \widehat{SAH} = 45^\circ$ .

•  $\begin{cases} CD \perp SH \\ CD \perp SC \text{ (do } \widehat{SCD} = 90^\circ) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SCH) \Rightarrow CD \perp CH$ .

Gọi  $K$  là trung điểm của  $AB$  thì  $\begin{cases} AB \perp SK \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp HK$ .

Khi đó  $(\widehat{(SAB), (ABCD)}) = \widehat{SKH}$ .

Mặt khác, gọi  $F$  là giao điểm của  $CD$  và  $HK$  thì  $F$  là trung điểm  $CD$  vì  $HK \parallel BC \parallel AD$ .

$\triangle CDE$  vuông tại  $E$  (với  $E$  là trung điểm  $BC$ ) có  $CD = \sqrt{EC^2 + CE^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow FC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

Lại có  $\widehat{CFH} = \widehat{ECD} \Rightarrow \cos \widehat{CFH} = \cos \widehat{ECD} = \frac{EC}{CD} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

$\triangle CFH$  vuông tại  $C$  có  $HF = \frac{FC}{\cos \widehat{CFH}} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5} = \frac{5a}{2} \Rightarrow HK = HF + FK = \frac{3a}{2} + \frac{5a}{2} = 4a$ .

$\triangle AHK$  vuông tại  $K$  có  $AH = \sqrt{HK^2 + AK^2} = a\sqrt{17}$ .

$\triangle SAH$  vuông tại  $H$  có  $\widehat{SAH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAH$  vuông cân tại  $H \Rightarrow SH = AH = a\sqrt{17}$ .

$\triangle SHK$  vuông tại  $H$  có  $SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = a\sqrt{33}$  và  $\cos \widehat{SKH} = \frac{HK}{SK} = \frac{4a}{a\sqrt{33}} = \frac{4}{\sqrt{33}}$ .

**Câu 38:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $y$  để tập nghiệm của bất phương trình  $(\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0$  có ít nhất một số nguyên và không quá 7 số nguyên?

**A.** 2024.

**B.** 4096.

**C.** 4032.

**D.** 4071.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét bất phương trình  $(\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0$  (\*).

• Với  $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$ , bất pt (\*) tương đương  $2^x - y < 0 \Leftrightarrow y > 2^x \Leftrightarrow x < \log_2 y$ .

Do đó, để tập nghiệm của bất phương trình (\*) có ít nhất một số nguyên và không quá 7 số nguyên thì  $5 \leq \log_2 y \leq 11 \Leftrightarrow 32 \leq y \leq 2048$ . Mà  $y$  nguyên dương nên  $y \in \{32; 33; \dots; 2048\}$ .

• Với  $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 4$ , bất pt (\*) tương đương  $2^x - y < 0 \Leftrightarrow y > 2^x \Leftrightarrow x < \log_2 y$ .

Do đó, để tập nghiệm của bất phương trình (\*) có ít nhất một số nguyên và không quá 7 số nguyên thì  $0 < \log_2 y \leq 3 \Leftrightarrow 1 < y \leq 8$ . Mà  $y$  nguyên dương nên  $y \in \{2; 3; 4; \dots; 8\}$ .

Vậy có tất cả 2024 giá trị nguyên dương của  $y$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 39:** Các số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $(x^2 + y^2) \log_2 \frac{x^2 + y^2 + 1}{x + 2y} = 2x + 4y - 1$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{x - y - 1}{y + 4}$ . Biểu thức  $M - m$  có giá trị bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Điều kiện:  $\frac{x^2 + y^2 + 1}{x + 2y} > 0 \Rightarrow x + 2y > 0$ .

Lúc đó;  $(x^2 + y^2) \log_2 \frac{x^2 + y^2 + 1}{x + 2y} = 2x + 4y - 1$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2) [\log_2 (x^2 + y^2 + 1) - \log_2 (x + 2y) - 1 + 1] = 2x + 4y - 1$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2) [\log_2 (x^2 + y^2 + 1) - \log_2 (2x + 4y)] + [(x^2 + y^2 + 1) - (2x + 4y)] = 0 \quad (*)$$

Đặt  $T = (x^2 + y^2) [\log_2 (x^2 + y^2 + 1) - \log_2 (2x + 4y)] + [(x^2 + y^2 + 1) - (2x + 4y)]$

Nếu  $x^2 + y^2 + 1 > 2x + 4y$  thì  $T > 0$  hay phương trình (\*) vô nghiệm.

Nếu  $x^2 + y^2 + 1 < 2x + 4y$  thì  $T < 0$  hay phương trình (\*) vô nghiệm.

Suy ra (\*)  $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 = 2x + 4y \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 \quad (**)$

Khi đó (\*\*) chính là đường tròn (C) có tâm  $I(1; 2)$  và bán kính  $R = 2$ .

Ta lại có  $P = \frac{x - y - 1}{y + 4} \Leftrightarrow Py + 4P = x - y - 1 \Leftrightarrow x - (P + 1)y - 1 - 4P = 0$ .

Đặt đường thẳng  $\Delta: x - (P + 1)y - 1 - 4P = 0$ .

Theo đề biểu thức  $P = \frac{x - y - 1}{y + 4}$  có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất nên

$$d(I, \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{|1 - 2(1 + P) - 1 - 4P|}{\sqrt{1 + (1 + P)^2}} \leq 2 \Leftrightarrow |1 + 3P| \leq \sqrt{1 + (1 + P)^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 6P + 9P^2 \leq 2 + 2P + P^2 \Leftrightarrow 8P^2 + 4P - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{3}}{4} \leq P \leq \frac{-1 + \sqrt{3}}{4}$$

Suy ra  $M = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4}; m = \frac{-1 - \sqrt{3}}{4}$  hay  $M - m = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Cách 2:**

Đặt  $\begin{cases} x = 1 + 2 \cos t \\ y = 2 + 2 \sin t \end{cases}$ ; với  $t \in [0; \pi]$ .

$$\text{Khi đó: } P = \frac{x-y-1}{y+4} = \frac{1+2\cos t-2-2\sin t-1}{2+2\sin t+4} = \frac{\cos t - \sin t - 1}{\sin t + 3}.$$

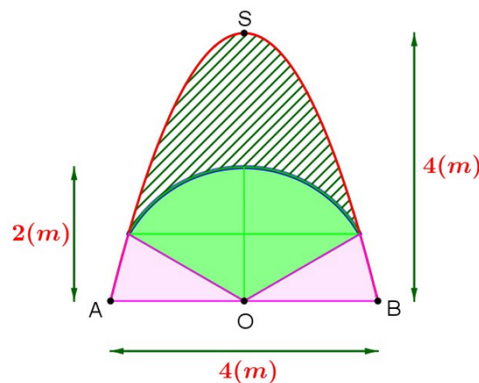
$$\text{Suy ra } P \cdot \sin t + 3P = \cos t - \sin t - 1 \Leftrightarrow (P+1)\sin t - \cos t = -1 - 3P \quad (***)$$

$$\text{Để phương trình (***) có nghiệm thì } (P+1)^2 + 1 \geq (-1-3P)^2 \Leftrightarrow 8P^2 + 4P - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{3}}{4} \leq P \leq \frac{-1+\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Suy ra } M = \frac{-1+\sqrt{3}}{4}; m = \frac{-1-\sqrt{3}}{4} \text{ hay } M - m = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

**Câu 40:** Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh  $S$  như hình vẽ



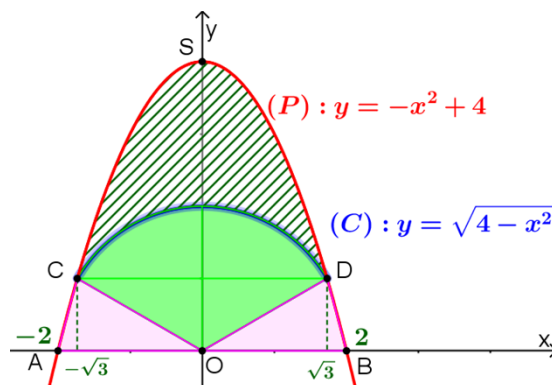
Biết  $OS = AB = 4\text{m}$ ,  $O$  là trung điểm  $AB$ . Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 160 000 đồng/m<sup>2</sup>, phần giữa là hình quạt tâm  $O$ , bán kính 2m được tô đậm có giá 200 000 đồng/m<sup>2</sup>, phần còn lại có giá 250 000 đồng/m<sup>2</sup>. Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất số nào sau đây?

- A. 2 550 000 đồng.    B. 1 650 000 đồng.    C. 2 055 000 đồng.    D. 1 955 000 đồng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên dưới:



Khi đó parabol  $(P)$  có đỉnh  $S(0;4)$  và cắt trục hoành tại các điểm  $A(-2;0)$ ,  $B(2;0)$  nên  $(P)$  có phương trình là  $y = -x^2 + 4$ .

Đường tròn tâm  $O(0;0)$  và bán kính  $R=2$  có phương trình là  $x^2 + y^2 = 4$ . Vì nửa đường tròn  $(C)$  nằm phía trên trục  $Ox$  nên  $(C)$  có phương trình là  $y = \sqrt{4-x^2}$ , với  $-2 \leq x \leq 2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $(C)$  là

$$\sqrt{4-x^2} = 4-x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4-x^2} = 1 \\ \sqrt{4-x^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

Với  $x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow y = 1$ , đặt  $C(-\sqrt{3}; 1); D(\sqrt{3}; 1)$ .

Suy ra phương trình đường thẳng  $OD$  là  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ .

Gọi  $S_0$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$  và trục hoành.

$$S_0 = 2 \int_0^2 (4-x^2) dx = \frac{32}{3}(m^2).$$

Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$  và nửa đường tròn  $(C)$  (phần kẻ sọc).

$$S_1 = 2 \int_0^{\sqrt{3}} (4-x^2 - \sqrt{4-x^2}) dx = -\frac{4}{3}\pi + 5\sqrt{3}(m^2).$$

Gọi  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn  $(C)$  và hai đường thẳng  $OC, OD$  (phần xanh lá ở giữa).

$$S_2 = 2 \int_0^{\sqrt{3}} \left( \sqrt{4-x^2} - \frac{1}{\sqrt{3}}x \right) dx = \frac{4}{3}\pi(m^2).$$

Gọi  $S_3$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P)$ , hai đường thẳng  $OC, OD$  và trục hoành (phần màu hồng bên dưới).

$$S_3 = S_0 - S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - 5\sqrt{3}(m^2).$$

Tổng chi phí để sơn cả 3 phần là  $T = 160\,000 \cdot S_1 + 200\,000 \cdot S_2 + 250\,000 \cdot S_3 \approx 2\,055\,000$  đồng.

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $3f(3x) - 2xf(x^2) = 24x - 4x^3 - 9$  với mọi

$x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = -1$ . Giá trị  $\int_1^3 xf'(x) dx$  bằng

**A. 8.**

**B. 6.**

**C. -3.**

**D. 3.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $3f(3x) - 2xf(x^2) = 24x - 4x^3 - 9 \Rightarrow 3f(3) - 2f(1) = 11 \Rightarrow f(3) = 3$ .

Mặt khác  $\int [3f(3x) - 2xf(x^2)] dx = \int [24x - 4x^3 - 9] dx$

$\Rightarrow F(3x) - F(x^2) = -x^4 + 12x^2 - 9x + C$  (Cho  $x = 0 \Rightarrow C = 0$ )

Vậy  $F(3) - F(1) = 2$ .

Ta có  $\int_1^3 xf'(x) dx = xf(x) \Big|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 3f(3) - f(1) - [F(3) - F(1)] = 8$ .

**Câu 42:** Đặt  $a = \log_2 3, b = \log_5 3$ . Biết rằng  $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$  với  $m, n, p \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $m - n + p = 4$ .      B.  $2m + n + p = 4$ .      **C.  $m + n + p = 4$ .**      D.  $2m + n - p = 4$ .

Lời giải

**Chọn C**

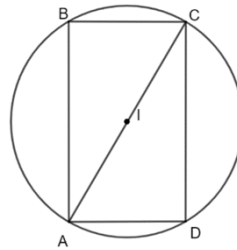
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_6 45 &= \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5 + 2\log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{\log_2 3 \cdot \log_3 5 + 2\log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{\frac{a}{b} + 2a}{1+a} \\ &= \frac{a(1+2b)}{b(a+1)} \Rightarrow m = p = 1; n = 2 \Rightarrow m + n + p = 4. \end{aligned}$$

**Câu 43:** Cho mặt cầu  $(S)$  có bán kính  $R = 3$ . Gọi  $(T)$  là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu  $(S)$  và có thiết diện qua trục của  $(T)$  lớn nhất. Diện tích toàn phần của hình trụ  $(T)$  bằng

- A.  $S_{tp} = 18\pi$ .      **B.  $S_{tp} = 27\pi$ .**      C.  $S_{tp} = 27\sqrt{3}\pi$ .      D.  $S_{tp} = 18\sqrt{3}\pi$ .

Lời giải

**Chọn B**



Thiết diện qua trục của  $(T)$  là hình chữ nhật  $ABCD$

Ta có:  $AC = 2R = 6$ .

Đặt  $AD = x$ , ta có:  $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{36 - x^2}$

Vì thiết diện qua trục là lớn nhất nên  $AD \cdot CD$  lớn nhất.

Xét hàm số:  $f(x) = x \cdot \sqrt{36 - x^2}$ ,  $x \in (0; 6)$ .

$$\text{Ta có: } f'(x) = \sqrt{36 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}} = \frac{36 - 2x^2}{\sqrt{36 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{36 - 2x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$$

BBT:

$x$	0	$3\sqrt{2}$	6	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	0	↗ 18 ↘	0	

Diện tích thiết diện lớn nhất khi  $x = 3\sqrt{2} = AD \Rightarrow CD = 3\sqrt{2}$ .



Vậy hình trụ có: bán kính đáy  $r = \frac{AD}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ; chiều cao  $h = CD = 3\sqrt{2}$

$$S_p = 2\pi r(r+h) = 2\pi \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \left( \frac{3\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} \right) = 27\pi..$$

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$ . Biết rằng  $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SC = SD = \frac{4a\sqrt{3}}{3}, SH = SO$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $V = \frac{1}{3}a^3$ .

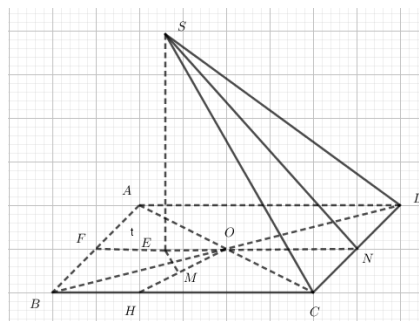
B.  $V = \sqrt{3}a^3$ .

C.  $V = 3a^3$ .

**D.**  $V = a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  $M, N, F$  lần lượt là trung điểm của  $OH, CD, AB$ . Kẻ  $SE \perp NF \Rightarrow SE \perp (ABCD)$

Do  $SH = SO \Rightarrow EM \perp OH$

Ta có  $OF = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HF = \sqrt{BH^2 + BF^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}, \tan \widehat{ACB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ$

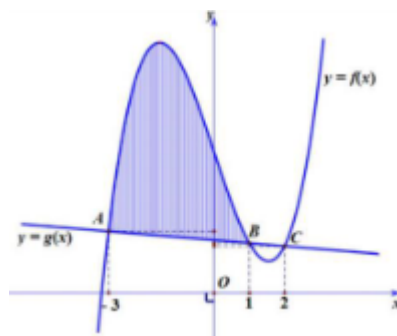
Suy ra  $OH = \sqrt{CH^2 + OC^2 - 2CH \cdot OC \cdot \cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Nên  $\cos \widehat{FOH} = \frac{OF^2 + OH^2 - FH^2}{2 \cdot OF \cdot OH} = \frac{1}{2} = \frac{OM}{OE} \Rightarrow OE = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow NE = ON + OE = \frac{5a\sqrt{3}}{6}$

Có  $SN = \sqrt{SD^2 - ND^2} = \frac{a\sqrt{183}}{6} \Rightarrow SE = \sqrt{SN^2 - NE^2} = a\sqrt{3}$

Vậy  $V = \frac{1}{3} \cdot SE \cdot S_{ABCD} = a^3$ .

**Câu 45:** Cho  $y = f(x), y = g(x)$  lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ.



Biết tung độ của điểm  $A$  và  $C$  lần lượt là  $\frac{7}{4}$  và  $\frac{4}{3}$ . Hình phẳng được đánh dấu có diện tích bằng  $\frac{40}{3}$ . Giá trị của tích phân  $\int_1^2 [f(x) - x] dx$  bằng

- A.  $\frac{7}{16}$ .                      B.  $-\frac{9}{32}$ .                      C.  $-\frac{9}{16}$ .                      D.  $-\frac{7}{32}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $A\left(-3; \frac{7}{4}\right), C\left(2; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow g(x) = -\frac{1}{12}x + \frac{3}{2}$ .

Xét  $f(x) - g(x) = a(x+3)(x-1)(x-2)$ .

Mà  $\int_{-3}^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_{-3}^1 a(x+3)(x-1)(x-2) dx = \frac{40}{3} \Rightarrow a = \frac{5}{12}$ .

Suy ra  $f(x) = \frac{5}{12}(x+3)(x-1)(x-2) + g(x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{12}(x+3)(x-1)(x-2) - \frac{1}{12}x + \frac{3}{2}$ .

Vậy  $\int_1^2 [f(x) - x] dx = \int_1^2 \left[ \frac{5}{12}(x+3)(x-1)(x-2) - \frac{1}{12}x + \frac{3}{2} - x \right] dx = -\frac{7}{16}$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và thoả mãn  $(x^2 + x)(f'(x) - 1) = x + 1 - f(x)$  với mọi  $x \in (0; +\infty)$  và  $f(1) = 4$ . Biểu thức

$I = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) f(x) dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{15}{8}$ .                      B.  $3 - 2 \ln 2$ .                      C.  $\frac{17}{8}$ .                      D.  $1 + 2 \ln 2$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có

$$(x^2 + x)(f'(x) - 1) = x + 1 - f(x)$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + x)f'(x) + f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x+1} f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2} f(x) = 1$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{x}{x+1} f(x) \right)' = 1 \Rightarrow \frac{x}{x+1} f(x) = x + C$$

$$\text{Do } f(1) = 4 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{(x+1)^2}{x}$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) f(x) dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \frac{(x+1)^2}{x} dx = \frac{17}{8}$$

**Câu 47:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - \frac{4(m+1)}{3}x^3 + 2mx^2$  có hai

điểm cực trị cùng nằm trên trục hoành?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

**D. 2.**

Lời giải

**Chọn D**

$$y = x^4 - \frac{4(m+1)}{3}x^3 + 2mx^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4(m+1)x^2 + 4mx = 4x(x^2 - (m+1)x + m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - (m+1)x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - (m+1)x + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, x = 1 \\ x = m \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số  $y = x^4 - \frac{4(m+1)}{3}x^3 + 2mx^2$  có hai điểm cực trị cùng nằm trên trục hoành điều

$$\text{kiện là } \begin{cases} m \neq 1, m \neq 0 \\ y(1) = 0 \\ y(m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1, m \neq 0 \\ 1 - \frac{4(m+1)}{3} + 2m = 0 \\ m^4 - \frac{4}{3}(m+1).m^3 + 2m^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1, m \neq 0 \\ m = \frac{1}{2} \\ m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 2 \end{cases}$$

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BC = 3BH$ . Biết rằng  $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SC = SD = \frac{4a\sqrt{3}}{3}, SH = SO$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $V = \frac{1}{3}a^3$ .

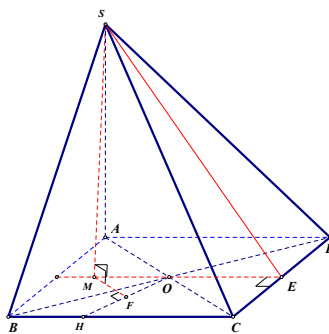
B.  $V = \sqrt{3}a^3$ .

C.  $V = 3a^3$ .

**D.  $V = a^3$ .**

Lời giải

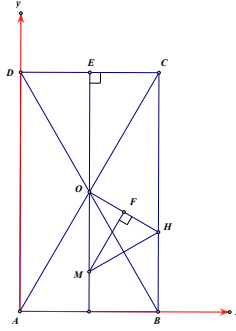
**Chọn D**



Gọi  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $(ABCD)$ .

Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $CD, HO \Rightarrow OE$  là đường trung trực của  $CD$ .

Do  $\begin{cases} SC = SD \\ SH = SO \end{cases} \Rightarrow M = OE \cap Ft$ . Trong đó  $Ft$  là đường trung trực của  $HO$ .



Chọn hệ tọa độ  $Axy$  như hình vẽ.

Ta có  $A(0;0), B(a;0), C(a;a\sqrt{3}), E\left(\frac{a}{2}; a\sqrt{3}\right), H\left(a; \frac{a\sqrt{3}}{3}\right), O\left(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), F\left(\frac{3a}{4}; \frac{5a\sqrt{3}}{12}\right)$ .

Phương trình đường  $OE: x = \frac{a}{2}$ . Phương trình đường  $Ft: \sqrt{3}x - y - \frac{a\sqrt{3}}{3} = 0$ .

Tọa độ điểm  $M\left(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{ME} = \left(0; \frac{5a\sqrt{3}}{6}\right) \Rightarrow MH = |\overrightarrow{MH}| = \frac{5a\sqrt{3}}{6}$ .

Do  $\triangle SCD$  cân tại  $S \Rightarrow SE \perp CD \Rightarrow SE^2 = SC^2 - EC^2 = \frac{16a^2}{3} - \frac{a^2}{4} = \frac{61a^2}{12}$ .

Do  $\triangle SME$  vuông tại  $M \Rightarrow SM^2 = SE^2 - EM^2 = \frac{61a^2}{12} - \frac{75a^2}{36} = 3a^2 \Rightarrow SM = a\sqrt{3}$ .

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng:  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SM \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = a^3$ .

**Câu 49:** Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_3(x+3y) + x^2 + 3y^2 + 4xy - x - y = 0$  và  $x + y > 0, x \in [-2024; 2024]$ ?

A. 1350.

B. 1518.

C. 1012.

D. 675.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3(x+3y) + x^2 + 3y^2 + 4xy - x - y = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3[(x+3y)(x+y)] + (x+3y)(x+y) = \log_3(x+y) + (x+y) \\ \Leftrightarrow & (x+3y)(x+y) = x+y \\ \Leftrightarrow & x+3y=1. \end{aligned}$$

(vì hàm số  $f(x) = \log_3 x + x$  đồng biến và  $x + y > 0$ ).

Suy ra  $1 = x + 3y = x + y + 2y > 2y \Leftrightarrow y < \frac{1}{2}$ .

Hơn nữa  $x = 1 - 3y \in [-2024; 2024] \Rightarrow y \in \left[-\frac{2023}{3}; 675\right]$ .

Vì  $y$  nguyên nên  $y \in \{-674; -673; \dots; 0\}$ , ứng với mỗi  $y$  ta xác định được duy nhất một giá trị  $x$ . Vậy có tất cả 675 cặp  $(x; y)$ .

**Câu 50:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$-\infty$		$3$		$-1$		$3$		$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) - e^{f(x)+3} = m$  có 4 nghiệm phân biệt?

A. 6.

**B. 4.**

C. 5.

D. 7.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số  $h(x) = x - e^{x+3}$ , ta có  $h'(x) = 1 - e^{x+3}$ ;  $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$ .

Lập bảng ghép trục

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$0$	$1$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$-3$	$3$	$-1$	$3$	$-3$	$-\infty$
$h(x)$	$-\infty$	$-4$	$3 - e^6$	$-1 - e^2$	$3 - e^6$	$-4$	$-\infty$

Dựa vào bảng ghép trục, ta có phương trình  $f(x) - e^{f(x)+3} = m$  có 4 nghiệm phân biệt khi và

chỉ khi  $\begin{cases} m = 3 - e^6 \\ -1 - e^2 < m < -4 \end{cases}$ . Vì  $m \in \mathbb{Z}$  nên có 4 giá trị  $m$ .

**☞ HẾT ☞**