

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Phần I. Trắc nghiệm: (2,0 điểm)** Em hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

**Câu 1:** Biểu thức  $\sqrt{\frac{2024}{x^2 - 2x + 1}}$  xác định khi và chỉ khi

- A.  $x \geq 1$ .                      B.  $x > 1$ .                      C.  $x > 0$ .                      D.  $x \neq 1$ .

**Câu 2:** Hàm số nào sau đây nghịch biến với  $x > 0$ .

- A.  $y = 3 - x$ .                      B.  $y = 2x^2$ .                      C.  $y = (1 - \sqrt{2})x^2$ .                      D.  $y = 2x - 1$ .

**Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , đường thẳng  $y = (m - 1)x - 1$  đi qua điểm  $A(1;3)$ . Hệ số góc của đường thẳng là:

- A. 5.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 4:** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$  có số nghiệm là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. vô số nghiệm.

**Câu 5:** Phương trình nào sau đây có hai nghiệm trái dấu?

- A.  $x^2 - 3x + 1 = 0$ .                      B.  $3x^2 - 5x + 7 = 0$ .                      C.  $-x^2 + x + 2024 = 0$ .                      D.  $x^2 - 2x + 1 = 0$ .

**Câu 6:** Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Khi đó số tiếp tuyến chung của hai đường tròn là

- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 1.

**Câu 7:** Diện tích hình quạt tròn có bán kính  $5cm$ , số đo cung  $72^\circ$  bằng

- A.  $5\pi cm^2$ .                      B.  $10\pi cm^2$ .                      C.  $2\pi cm^2$ .                      D.  $5cm^2$ .

**Câu 8:** Trên đường tròn tâm  $O$  đường kính  $8cm$  lấy hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 4cm$ . Số đo cung lớn  $AB$  bằng

- A.  $120^\circ$ .                      B.  $240^\circ$ .                      C.  $180^\circ$ .                      D.  $300^\circ$ .

**Phần II. Tự luận: (8,0 điểm)**

**Bài 1. (1,5 điểm)**

1) Chứng minh đẳng thức:  $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} - \frac{2\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} - 1} = 0$ .

2) Rút gọn biểu thức  $A = \left(\frac{x+2}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{4-x}\right)$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

**Bài 2. (1,5 điểm)**

1) Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho đường thẳng  $(d) y = 4x + 3$  và parabol  $(P) y = -x^2$ .

Tìm hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ .

2) Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m-2)x + 2m - 5 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$

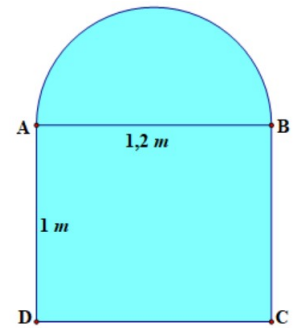
thỏa mãn  $2x_1 + x_2 + x_1x_2 = -6$ .

**Bài 3. (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ x + 3y - 5 = xy. \end{cases}$$

**Bài 4. (3,0 điểm)**

1) Một cửa sổ dạng vòm gồm phần hình chữ nhật phía dưới và nửa hình tròn phía trên (trong hình vẽ bên).

Phần hình chữ nhật có chiều dài của cạnh đứng là  $1m$ , chiều dài cạnh ngang là  $1,2m$  (hình vẽ bên). Em hãy tính diện tích kính để dùng làm cửa sổ vòm nói trên.



(Lấy  $\pi \approx 3,14$ , kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Cho đường tròn  $(O; R)$  và dây cung  $AB$  không đi qua tâm. Lấy điểm  $M$  bất kì trên tia đối của tia  $AB$  ( $M$  khác  $A$ ). Từ  $M$  vẽ hai tiếp tuyến  $MC, MD$  với đường tròn  $(O)$  sao cho  $C$  thuộc cung nhỏ  $AB$  ( $C, D$  là các tiếp điểm). Gọi  $F$  là giao điểm của  $MO$  và  $CD$ ,  $H$  là trung điểm của dây  $AB$ .

a) Chứng minh  $\widehat{MCF} = \widehat{FOD}$  và xác định đường tròn đi qua 5 điểm  $M, C, H, O, D$ .

b) Đường thẳng đi qua điểm  $A$  và song song với  $MC$  cắt  $CD$  tại  $K$ . Chứng minh tứ giác  $ADHK$  nội tiếp và đường thẳng  $BK$  đi qua trung điểm của  $MC$ .

**Bài 5. (1,0 điểm)**

1) Giải phương trình:  $x^2 - 6x + 10 = 2\sqrt{5-2x} - 2\sqrt{x^2-4}$ .

2) Cho các số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $xy + yz + zx = 2025$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 2025)} + \sqrt{6(y^2 + 2025)} + \sqrt{z^2 + 2025}}$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

**Lưu ý:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh cần trình bày được, nếu học sinh làm cách khác đúng thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Hình vẽ sai phần nào không cho điểm phần đó. Tổng điểm bài thi giữ nguyên, không làm tròn.

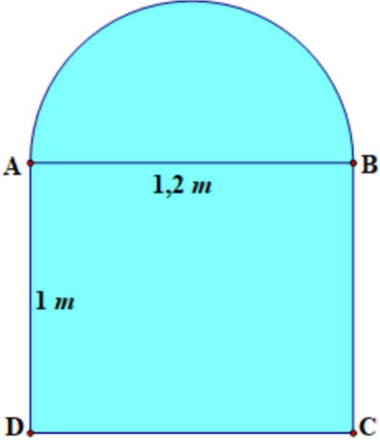
**Phần I. Trắc nghiệm** (2,0 điểm): Mỗi câu đúng cho 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	C	B	B	C	A	A	D

**Phần II. Tự luận:**

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
1. (1,5 điểm)	1.1 (0,5)	Chứng minh đẳng thức $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} - \frac{2\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-1} = 0$ .	
		Biến đổi về trái ta có: $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} - \frac{2\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} +  \sqrt{2}-3  - \frac{2(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1}$	0,25
		$= \sqrt{2}-1+3-\sqrt{2}-2=0$ VT = VP. Vậy đẳng thức được chứng minh.	0,25
1.2 (1,0)	1.2	Rút gọn biểu thức	
		$A = \left(\frac{x+2}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{4-x}\right)$ với $x \geq 0; x \neq 4$ .	
		Với $x \geq 0; x \neq 4$ . ta có $A = \left(\frac{x+2}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{4-x}\right)$	
		$= \left[\frac{x+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}\right] \cdot \left[\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{-1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}\right]$	0,5
		$= \frac{x+2-x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+2-1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
	$= \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = -\frac{1}{\sqrt{x}+2}$ Vậy với $x \geq 0; x \neq 4$ thì $A = -\frac{1}{\sqrt{x}+2}$ .	0,25	

2 (1,5 điểm)	2.1 (0,5)	Trên mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho đường thẳng $(d) y = 4x + 3$ và parabol $(P) y = -x^2$ . Tìm hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$ ?	
		Hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$ là nghiệm của phương trình: $-x^2 = 4x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$	0,25
		Giải phương trình tìm được $x_1 = -1; x_2 = -3$ Vậy hoành độ giao điểm cần tìm là $-1; -3$ .	0,25
	2.2 (1,0)	Tìm $m$ để phương trình $x^2 - 2(m-2)x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $2x_1 + x_2 + x_1x_2 = -6$	
		Ta có : $\Delta' = (b')^2 - ac = [-(m-2)]^2 - 1.(2m-5)$ $= m^2 - 4m + 4 - 2m + 5 = m^2 - 6m + 9 = (m-3)^2$	0,25
		Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$ $\Leftrightarrow (m-3)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 3$ Với $m \neq 3$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ nên theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 4 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 5 & (2) \end{cases}$	0,25
		Theo đề bài $2x_1 + x_2 + x_1x_2 = -6$ $\Leftrightarrow 2x_1 + x_2 + 2m - 5 = -6 \Leftrightarrow 2x_1 + x_2 = -2m - 1$ (3) Từ (1) và (3) ta có hệ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 4 \\ 2x_1 + x_2 = -2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -4m + 3 \\ x_2 = 6m - 7 \end{cases}$ thay vào (2)	0,25
		$(-4m + 3)(6m - 7) = 2m - 5 \Leftrightarrow 6m^2 - 11m + 4 = 0$ Giải phương trình tìm được $m = \frac{4}{3}(TM); m = \frac{1}{2}(TM)$ Vậy $m = \frac{4}{3}; m = \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.	0,25
		Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ x + 3y - 5 = xy. \end{cases}$	
		ĐKXĐ: $x \neq 1, y \neq 2$	0,25

<p><b>3.</b> <b>(1,0 điểm)</b></p>	$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2(1) \\ x+3y-5 = xy(2) \end{cases}$ <p>Ta có :</p> $(1) \Rightarrow y-2+x-1 = 2(x-1)(y-2)$ $\Leftrightarrow y-2+x-1 = 2xy-4x-2y+4$ $\Leftrightarrow 5x+3y-7 = 2xy(3)$ <p>Từ (2) vào (3) ta có hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x+3y-5 = xy \\ 5x+3y-7 = 2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+6y-10 = 2xy \\ 5x+3y-7 = 2xy \end{cases}$ $\begin{cases} 3x-3y = -3 \\ x+3y-5 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+1 \\ x+3y-5 = xy \end{cases}$	<p>0,25</p>
	<p>Thay <math>y = x+1</math> vào <math>x+3y-5 = xy</math> ta được</p> $x+3(x+1)-5 = x(x+1)$ $\Leftrightarrow x^2-3x+2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$	<p>0,25</p>
	<p><math>x = 1</math> không thỏa mãn ĐKXD, <math>x = 2</math> thỏa mãn ĐKXD  <math>x = 2 \Rightarrow y = 3</math> thỏa mãn ĐKXD          Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là <math>(x; y) = (2; 3)</math></p>	<p>0,25</p>
<p><b>4.</b> <b>(3,0đ)</b></p>	<p><b>4.1</b> <b>(0,75)</b></p> <p>Một cửa sổ dạng vòm trong hình vẽ bên gồm phần hình chữ nhật phía dưới và nửa hình tròn phía trên. Phần hình chữ nhật có chiều dài của cạnh đứng là <math>1m</math>, chiều dài cạnh ngang là <math>1.2m</math>. Em hãy tính diện tích kính để dùng làm cửa sổ vòm nói trên. (Lấy <math>\pi \approx 3,14</math>, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Diện tích phần cửa là hình chữ nhật ABCD : <math>S_1 = AD.AB = 1.1,2 = 1,2 \text{ (m}^2\text{)}</math></p> <p>Bán kính của phần cửa là nửa hình tròn: <math>R = \frac{1,2}{2} = 0,6 \text{ (m)}</math></p> <p>Diện tích phần cửa là nửa hình tròn: <math>S_2 = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi.(0,6)^2}{2} = 0,18\pi \approx 0,6 \text{ (m}^2\text{)}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	Diện tích kính dùng làm cửa sổ là $S = S_1 + S_2 \approx 1,2 + 0,6 \approx 1,8 \text{ (m}^2\text{)}$	0,25
4.2 (2,25)	<p>Cho đường tròn <math>(O; R)</math> và dây cung <math>AB</math> không đi qua tâm. Lấy điểm <math>M</math> bất kì trên tia đối của tia <math>AB</math> (<math>M</math> khác <math>A</math>). Từ <math>M</math> vẽ hai tiếp tuyến <math>MC, MD</math> với đường tròn <math>(O)</math> sao cho <math>C</math> thuộc cung nhỏ <math>AB</math> (<math>C, D</math> là các tiếp điểm). Gọi <math>F</math> là giao điểm của <math>MO</math> và <math>CD</math>, <math>H</math> là trung điểm của dây <math>AB</math>.</p> <p>a) Chứng minh <math>\widehat{MCF} = \widehat{FOD}</math> và xác định đường tròn đi qua 5 điểm <math>D, H, M, O, C</math>.</p> <p>b) Đường thẳng đi qua điểm <math>A</math> và song song với <math>MC</math> cắt <math>CD</math> tại <math>K</math>. Chứng minh tứ giác <math>ADHK</math> nội tiếp và đường thẳng <math>BK</math> đi qua trung điểm của <math>MC</math>.</p>	
a (1,25)	<p><b>a) Chứng minh <math>\widehat{MCF} = \widehat{FOD}</math> và xác định đường tròn đi qua 5 điểm <math>D, H, M, O, C</math>.</b></p> <p>Ta có <math>MD</math> là tiếp tuyến của đường tròn <math>(O; R)</math> (gt)</p> <p><math>\Rightarrow MD \perp DO</math> (t/c tiếp tuyến) <math>\Rightarrow \widehat{MDO} = 90^\circ</math></p> <p>Ta lại có <math>MC</math> là tiếp tuyến của đường tròn <math>(O; R)</math> (gt)</p> <p><math>\Rightarrow MC \perp CO</math> (t/c tiếp tuyến) <math>\Rightarrow \widehat{MCO} = 90^\circ</math></p> <p><math>\Rightarrow C</math> thuộc đường tròn đường kính <math>MO</math></p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow D, M, O, C</math> thuộc đường tròn đường kính <math>MO</math></p> <p>Xét đường tròn đường kính <math>MO</math></p> <p><math>\widehat{MCF} = \widehat{FOD}</math> (hai góc nội tiếp cùng chắn cung <math>MD</math>)</p>	0,25
	<p>Đường tròn <math>(O; R)</math> có: <math>H</math> là trung điểm của dây <math>AB \Rightarrow OH \perp AB</math> (quan hệ</p>	

		vuông góc giữa đường kính và dây) $\Rightarrow \widehat{MHO} = 90^\circ$	0,25
		Ta có: $\widehat{MDO} = 90^\circ$ (cmt); $\widehat{MCO} = 90^\circ$ (cmt); $\widehat{MHO} = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow D, H, M, O, C$ nhìn $MO$ dưới góc bằng $90^\circ$ $\Rightarrow D, H, M, O, C$ thuộc đường tròn đường kính $MO$ Đường tròn đi qua 5 điểm $D, H, M, O, C$ . là đường tròn đường kính $MO$	0,25
		<b>b) Chứng minh tứ giác <math>ADHK</math> nội tiếp và đường thẳng <math>BK</math> đi qua trung điểm của <math>MC</math>.</b> Ta có $AK // MC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{HMC} = \widehat{HAK}$ (đồng vị) Mà đường tròn đường kính $MO$ : $\widehat{HMC} = \widehat{HDC}$ ( hai góc nội tiếp cùng chắn cung $CH$ ) $\Rightarrow \widehat{HAK} = \widehat{HDK}$	0,25
	<b>b</b>	$\Rightarrow A, D$ thuộc cung chứa góc dựng trên $KH$ Mà $A, D$ cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ $KH$ $\Rightarrow A, D, H, K$ cùng thuộc một đường tròn $\Rightarrow$ Tứ giác $ADHK$ nội tiếp (định nghĩa)	0,25
	<b>(1,0)</b>	$\Rightarrow \widehat{ADK} = \widehat{AHK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $AK$ ) Xét $(O)$ có $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $AC$ ) $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AHK}$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow KH // BC$ Gọi $I$ là giao điểm của $AK$ và $BC$ , $N$ là giao điểm của $BK$ và $MC$ Xét $\triangle BAI$ có $AH = HB$ (gt); $KH // BC$ (cmt) $\Rightarrow AK = KI$	0,25
		Xét $\triangle BMN$ có $AK // MN$ (gt) $\Rightarrow \frac{AK}{MN} = \frac{BK}{BN}$ (hệ quả định lí Thales) CMTT $\frac{KI}{NC} = \frac{BK}{BN} \Rightarrow \frac{AK}{MN} = \frac{KI}{NC}$ ; mà $AK = KI \Rightarrow MN = NC$ $\Rightarrow BK$ đi qua trung điểm của $MC$	0,25
<b>5</b>	<b>5.1</b>	Giải phương trình: $x^2 - 6x + 10 = 2\sqrt{5-2x} - 2\sqrt{x^2-4}$	
<b>(1,0)</b>	<b>(0,5)</b>	a) ĐKXĐ: $x \leq -2$ ; $2 \leq x \leq \frac{5}{2}$ Phương trình $x^2 - 6x + 10 - 2\sqrt{5-2x} + 2\sqrt{x^2-4} = 0$ $\Leftrightarrow 5 - 2x - 2\sqrt{5-2x} + 1 + x^2 - 4x + 4 + 2\sqrt{x^2-4} = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{5-2x} - 1)^2 + (x-2)^2 + 2\sqrt{x^2-4} = 0$	0,25

	$\begin{cases} (\sqrt{5-2x}-1)^2 = 0 \\ (x-2)^2 = 0 \\ 2\sqrt{x^2-4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn ĐKXD)}$ <p>Vậy tập nghiệm của phương trình là <math>S = \{2\}</math>.</p>	0,25
<b>5.2</b> <b>(0,5)</b>	<p>Cho các số dương <math>x, y, z</math> thỏa mãn <math>xy + yz + zx = 2025</math>.</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức</p> $P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 2025)} + \sqrt{6(y^2 + 2025)} + \sqrt{z^2 + 2025}}$	
	<p>Với <math>x, y, z</math> dương và <math>xy + yz + zx = 2025</math> ta có:</p> $\begin{aligned} & \sqrt{6(x^2 + 2025)} + \sqrt{6(y^2 + 2025)} + \sqrt{z^2 + 2025} \\ &= \sqrt{6(x^2 + xy + yz + zx)} + \sqrt{6(y^2 + xy + yz + zx)} + \sqrt{z^2 + xy + yz + zx} \\ &= \sqrt{6(x+y)(x+z)} + \sqrt{6(y+z)(y+x)} + \sqrt{(z+x)(z+y)} \end{aligned}$ <p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương <math>3(x+y); 2(x+z)</math> ta có:</p> $\sqrt{6(x+y)(x+z)} \leq \frac{3(x+y) + 2(x+z)}{2} = \frac{5x + 3y + 2z}{2}$ <p>Tương tự: <math>\sqrt{6(y+x)(y+z)} \leq \frac{3(y+x) + 2(y+z)}{2} = \frac{5y + 3x + 2z}{2}</math></p> <p>Lại có <math>\sqrt{(z+x)(z+y)} \leq \frac{z+x+z+y}{2} = \frac{2z+x+y}{2}</math></p>	0,25
	$\begin{aligned} & \Rightarrow \sqrt{6(x^2 + 2025)} + \sqrt{6(y^2 + 2025)} + \sqrt{z^2 + 2025} \\ & \leq \frac{9x + 9y + 6z}{2} = \frac{3}{2}(3x + 3y + 2z) \end{aligned}$ $\Rightarrow P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 2025)} + \sqrt{6(y^2 + 2025)} + \sqrt{z^2 + 2025}} \geq \frac{2}{3}$ <p>Dấu “=” xảy ra <math>x = y = 9\sqrt{5}; z = 18\sqrt{5}</math>.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của <math>P</math> là <math>\frac{2}{3} \Leftrightarrow x = y = 9\sqrt{5}; z = 18\sqrt{5}</math></p>	0,25