|  |  |
| --- | --- |
|   **TRƯỜNG THCS NGA YÊN***(Đề thi gồm có 01 trang)* | **ĐỀ THI THỬ HỌC SINH GIỎI** **Năm học: 2024 - 2025****Môn: Toán 8**Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*Ngày thi: tháng năm 2024* |

**Câu I.** (4 điểm)

1) Cho các số nguyên a,b,c thỏa mãn: ab + bc + ca = 1

Chứng minh rằng  là số chính phương

2) Các số  khác 0 thỏa mãn  và .

Tính giá trị của biểu thức: .

**Câu II**. (4 điểm)

1) Tìm , biết:  (với )

2) Cho đa thức . Tìm a, b, c, d biết rằng khi chia đa thức  lần lượt cho các đa thức  đều có số dư là 6 và tại x = -1 thì đa thức  đó nhận giá trị bằng .

**Câu III**. (4 điểm)

1) Tìm các số tự nhiên n để  là số nguyên tố.

2) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn .

Chứng minh rằng: chia hết 6

**Câu IV**. (6 điểm)

 Cho hình vuông ABCD. Gọi E, K lần lượt là trung điểm của AB và CD; O là giao điểm của AK và DE. Kẻ DM vuông góc với CE tại M.

 1) Chứng minh rằng tam giác AKM vuông.

 2) Gọi N là giao điểm của AK và BM. Chứng minh  cân và tính .

 3) Tia phân giác của  cắt AD tại F. Chứng minh rằng: .

**Câu V.** (2 điểm)

 Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: .

 Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: .

*.................................. Hết .....................................*

*Họ tên học sinh: .................................................; Số báo danh: ....................................*

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

**Môn thi: TOÁN 8**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung cần đạt** | **Điểm** |
| **Câu I****4 điểm** | 1. Ta có: ab + bc + ca = 1

;;Vì a, b, c là các số nguyên nên Suy ra  là số chính phương. | 0,50,50,50,250,25 |
| 2) - Nếu  thay vào  ta được  và Khi đó: Tương tự  và  ta có .Vậy . | 0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm |
| **Câu II****4 điểm** | 1) Với . Ta có: hoặc Vậy  hoặc . | 0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm |
| 2) Từ đề bài ta suy ra được  chia hết cho .Vì f(x) là đa thức bậc 3 nên ta có: , trong đó m là hằng số khác 0.Lại có  nên Vậy  Suy ra Vậy . | 0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm |
| **Câu III****4 điểm** | 1) Để  là số nguyên tố thì:  hoặc - Nếu  thì . Suy ra Khi đó là số nguyên tố (thoả mãn)- Nếu  thì . Suy ra  (loại do n là số tự nhiên)Vậy n = 3 thoả mãn bài toán. | 0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm |
| 2) Ta có: Do  chia hết cho 6 nên  chia hết cho 6Xét hiệu  mà  là tích của ba số thự nhiên liên tiếp nênTương tự: ; ; Mà  chia hết cho 6 nên chia hết cho 6. | 0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm |
| **Câu IV****6 điểm** | 1) Chứng minh được tứ giác  là hình chữ nhật.Khi đó O là trung điểm của DE. vuông tại M có MO là đường trung tuyến ứng với cạnh DE nên mà DE = AK (tứ giác  là hình chữ nhật)nên có MO là đường trung tuyến ứng với cạnh AK và Suy ra  vuông tại M. | 0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm |
| 2) Gọi H là giao điểm của AK và DM.Chứng minh được tứ giác AECK là hình bình hànhnên  mà . Suy ra  tại H.Xét  vuông tại M có MK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền DC nên Khi đó  cân tại K có  nên AK là đường trung trực của DM.Do AK là đường trung trực của DM nên AD = AM.Khi đó  cân tại A.mà AD = AM và AM = AB nên  cân tại A.Do  cân tại A nên Do  cân tại A nên Suy ra Khi đó  nên  vuông cân tại MVậy . | 0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm0,25 điểm |
| 3) Qua E kẻ đường vuông góc với CF cắt CD tại Q.Do tứ giác  là hình chữ nhật nên nên  vuông cân tại K.Xét  và  có:; ;  (cùng phụ )Suy ra  (cạnh góc vuông - góc nhọn kề)nên  có CF vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên cân tại C. Suy ra: Xét  và  có:; ; FC chungNên  (c-g-c)Khi đó:  nên Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có: mà  nên . | 0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm0,25 điểm0,25 điểm |
| **Câu V****2 điểm** | Do nên Chứng minh được  với mọi m, n dương. Dấu "=" xảy ra khi m = n. Vận dung ta có: ;dấu " = " xảy ra khi b = cTương tự:  dấu "=" xảy ra khi c = a dấu "=" xảy ra khi a = bSuy raVậy GTLN của biểu thức bằng  khi a = b = c = 3 | 0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm0,5 điểm |

**Lưu ý:** - Điểm toàn bài làm tròn đến 0,25 đ;

- HS làm cách khác, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.