|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THCS NGA YÊN**  *(Đề thi gồm có 01 trang)* | **ĐỀ THI THỬ HỌC SINH GIỎI**  **Năm học: 2024 - 2025**  **Môn: Toán 8**  Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)  *Ngày thi: tháng năm 2024* |

**Câu I.** (4 điểm)

1) Cho các số nguyên a,b,c thỏa mãn: ab + bc + ca = 1

Chứng minh rằng  là số chính phương

2) Các số  khác 0 thỏa mãn  và .

Tính giá trị của biểu thức: .

**Câu II**. (4 điểm)

1) Tìm , biết:  (với )

2) Cho đa thức . Tìm a, b, c, d biết rằng khi chia đa thức  lần lượt cho các đa thức  đều có số dư là 6 và tại x = -1 thì đa thức  đó nhận giá trị bằng .

**Câu III**. (4 điểm)

1) Tìm các số tự nhiên n để  là số nguyên tố.

2) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn .

Chứng minh rằng: chia hết 6

**Câu IV**. (6 điểm)

Cho hình vuông ABCD. Gọi E, K lần lượt là trung điểm của AB và CD; O là giao điểm của AK và DE. Kẻ DM vuông góc với CE tại M.

1) Chứng minh rằng tam giác AKM vuông.

2) Gọi N là giao điểm của AK và BM. Chứng minh  cân và tính .

3) Tia phân giác của  cắt AD tại F. Chứng minh rằng: .

**Câu V.** (2 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: .

*.................................. Hết .....................................*

*Họ tên học sinh: .................................................; Số báo danh: ....................................*

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

**Môn thi: TOÁN 8**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung cần đạt** | **Điểm** |
| **Câu I**  **4 điểm** | 1. Ta có: ab + bc + ca = 1   ;  ;      Vì a, b, c là các số nguyên nên  Suy ra  là số chính phương. | 0,5  0,5  0,5  0,25  0,25 |
| 2)                            - Nếu  thay vào  ta được  và  Khi đó:  Tương tự  và  ta có .  Vậy . | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |
| **Câu II**  **4 điểm** | 1) Với . Ta có:                    hoặc  Vậy  hoặc . | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |
| 2)  Từ đề bài ta suy ra được  chia hết cho .  Vì f(x) là đa thức bậc 3 nên ta có:  , trong đó m là hằng số khác 0.  Lại có  nên    Vậy  Suy ra  Vậy . | 0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm |
| **Câu III**  **4 điểm** | 1)    Để  là số nguyên tố thì:  hoặc  - Nếu  thì . Suy ra  Khi đó là số nguyên tố (thoả mãn)  - Nếu  thì . Suy ra  (loại do n là số tự nhiên)  Vậy n = 3 thoả mãn bài toán. | 0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm |
| 2) Ta có:    Do  chia hết cho 6 nên  chia hết cho 6  Xét hiệu    mà  là tích của ba số thự nhiên liên tiếp nên    Tương tự: ; ;  Mà  chia hết cho 6 nên chia hết cho 6. | 0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm |
| **Câu IV**  **6 điểm** | 1) Chứng minh được tứ giác  là hình chữ nhật.  Khi đó O là trung điểm của DE.  vuông tại M có MO là đường trung tuyến ứng với cạnh DE  nên  mà DE = AK (tứ giác  là hình chữ nhật)  nên  có MO là đường trung tuyến ứng với cạnh AK và  Suy ra  vuông tại M. | 0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm |
| 2) Gọi H là giao điểm của AK và DM.  Chứng minh được tứ giác AECK là hình bình hành  nên  mà . Suy ra  tại H.  Xét  vuông tại M có MK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền DC nên  Khi đó  cân tại K có  nên AK là đường trung trực của DM.  Do AK là đường trung trực của DM nên AD = AM.  Khi đó  cân tại A.  mà AD = AM và AM = AB nên  cân tại A.  Do  cân tại A nên  Do  cân tại A nên  Suy ra    Khi đó  nên  vuông cân tại M  Vậy . | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |
| 3) Qua E kẻ đường vuông góc với CF cắt CD tại Q.  Do tứ giác  là hình chữ nhật nên  nên  vuông cân tại K.  Xét  và  có:  ; ;  (cùng phụ )  Suy ra  (cạnh góc vuông - góc nhọn kề)  nên  có CF vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên cân tại C. Suy ra:  Xét  và  có:  ; ; FC chung  Nên  (c-g-c)  Khi đó:  nên  Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có:  mà  nên . | 0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |
| **Câu V**  **2 điểm** | Do nên  Chứng minh được  với mọi m, n dương.  Dấu "=" xảy ra khi m = n.  Vận dung ta có:  ;  dấu " = " xảy ra khi b = c  Tương tự:  dấu "=" xảy ra khi c = a  dấu "=" xảy ra khi a = b  Suy ra            Vậy GTLN của biểu thức bằng  khi a = b = c = 3 | 0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm  0,5 điểm |

**Lưu ý:** - Điểm toàn bài làm tròn đến 0,25 đ;

- HS làm cách khác, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.