

PHẦN I (8,0 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20

Câu 1. Cho hai tập hợp $A = (-3; 4]$ và $B = [2; 6]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $A \cap B = [2; 4]$. B. $A \cup B = (-3; 6]$. C. $A \setminus B = (-3; 2]$. D. $B \setminus A = (4; 6]$.

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 3. Biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Hỏi giá trị $\tan \alpha$ là bao nhiêu?

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. 2. D. -2.

Câu 4. Cho tam giác ABC có các góc $\hat{B} = 30^\circ$, $\hat{C} = 45^\circ$ và cạnh $AB = 3$. Khi đó cạnh AC bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 5. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 3a$, $BD = 2a$. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$.

- A. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 2a$. B. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 13a$. C. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{13}$. D. $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Câu 6. Điểm (thang điểm 10) của 11 học sinh cao điểm nhất trong một bài kiểm tra như sau:

10 9 10 8 9 10 9 7 8 9 10

Hãy tìm các tứ phân vị.

- A. $Q_1 = 7, Q_2 = 8, Q_3 = 10$ B. $Q_1 = 8, Q_2 = 10, Q_3 = 10$.
C. $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 10$. D. $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 9$.

Câu 7. Tam giác ABC có $a = 6, b = 7, c = 12$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. ΔABC có 3 góc nhọn. B. ΔABC có 1 góc tù.
C. ΔABC là tam giác vuông. D. ΔABC là tam giác đều.

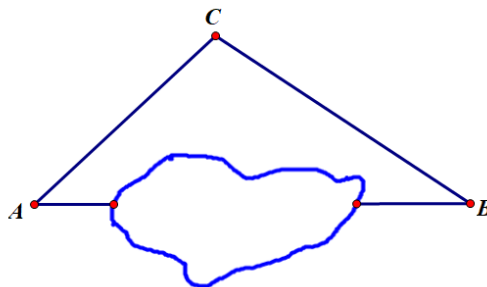
Câu 8. Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x - 2y - 1 < 0$?

- A. $Q(1; 1)$. B. $P(2; -2)$. C. $N(1; 0)$. D. $M(1; -2)$.

Câu 9. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M sao cho $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là:

- A. Đường tròn đường kính AB .
B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .
C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .
D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .

- Câu 10.** Người ta muốn đo khoảng cách từ A đến B nhưng không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Do đó họ thực hiện đo khoảng cách giữa A và B như sau: Họ xác định được một vị trí C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° và đo được $AC = 360m$, $CB = 300m$.



Tính khoảng cách giữa A và B (Kết quả lấy giá trị gần đúng).

- A.** 335 m. **B.** 406 m. **C.** 407 m. **D.** 334 m.
- Câu 11.** Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210.

Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = m\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm giá trị của m

để $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

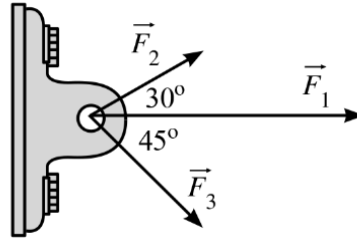
- A.** $m = \frac{5}{2}$. **B.** $m = -\frac{2}{5}$. **C.** $m = \frac{2}{5}$. **D.** $m = \frac{4}{5}$.
- Câu 13.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2)$, $B(3;1)$ và $C(5;4)$. Độ dài đường phân giác trong AD với $D \in BC$ là :
- A.** $AD = \frac{3}{17}$. **B.** $AD = \frac{17}{3}$. **C.** $AD = \frac{3}{8}$. **D.** $AD = \frac{8}{3}$.

- Câu 14.** Cho hai tập hợp $A = [-5; 2]$ và $B = (m-2; m+3]$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$ là:
- A.** 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 10.

- Câu 15.** Cho tam giác ABC , M là một điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó vector $\overrightarrow{AM}$ được biểu diễn theo hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ là
- A.** $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
- C.** $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

- Câu 16.** Một vật đồng thời bị ba lực tác động: lực tác động thứ nhất $\vec{F}_1$ có độ lớn $1500N$ lực tác động

thứ hai $\vec{F}_2$ có độ lớn $600N$ lực tác động thứ ba $\vec{F}_3$ có độ lớn $800N$. Các lực này được biểu diễn bằng các vectơ như Hình 5, với $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 30^\circ$, $(\vec{F}_1, \vec{F}_3) = 45^\circ$.



Hình 5

Tính độ lớn lực tổng hợp tác động lên vật (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 3599(N). B. 2500(N). C. 2099(N). D. 2599(N).

Câu 17. Biết miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ chứa điểm $M(2; m)$. Giá trị lớn nhất của m bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 18. Cho góc $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi M và N là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $MN = 3$. Độ dài lớn nhất của đoạn ON là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 19. Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Qua trung điểm M của AB dựng đường thẳng MO cắt CD tại N . Biết $OA = 1, OB = 2, OC = 3, OD = 4$. Tính $\frac{CN}{ND}$.

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 20: Cho tập hợp $M = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 0\}$. Khi đó tập hợp M có bao nhiêu tập con?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số

PHẦN II (7,2 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại một cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40 000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại hai cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ đem lại mức lợi nhuận là 30 000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Để sản xuất 15 kg sản phẩm loại 1 và 30 kg sản phẩm loại 2 xưởng cần dùng hết 120 kg nguyên liệu.
b) Xưởng có thể sản xuất nhiều nhất 40 kg sản phẩm loại 2.
c) Lợi nhuận thu được khi xưởng sản xuất 20kg sản phẩm loại 1 và 30 kg sản phẩm loại 2 là 1700 000 đồng.
d) Xưởng có thể thu được lợi nhuận nhiều nhất là 2500000 đồng.

Câu 2: Cho tam giác ABC với $BC = \sqrt{6}, CA = 2, AB = 1 + \sqrt{3}$.

- a) $\widehat{CAB} = 45^\circ$.
- b) $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $\sqrt{3}$.
- d) $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\vec{IA} + 3\vec{IC} = \vec{0}$ và $2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = \vec{0}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{BA} - \vec{BC})$.
- b) $\vec{AI} = \frac{2}{5}\vec{AC}$.
- c) J là trung điểm của BI .
- d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\vec{AE} = \frac{p}{q}\vec{AB}$ (với hai số $p, q \in \mathbb{Z}^*, q > 0, (p, q) = 1$).

Đề ba điểm C, E, J thẳng hàng thì biểu thức $T = 3p + 2q = 28$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(1;6), B(11;2)$.

- a) Độ dài $AB = 2\sqrt{29}$.
- b) Tọa độ trung điểm của đoạn AB là $I(6;4)$.
- c) Tọa độ trọng tâm tam giác OAB là $G\left(2; \frac{4}{3}\right)$.
- d) Tọa độ điểm $F(0;c)$ thuộc trục tung để vector $\vec{FA} + \vec{FB}$ có độ dài ngắn nhất, khi đó $c = 4$.

Câu 5: Cho hai mệnh đề P : “Nếu $a^2 = b^2$ thì $a = b$ ” và Q : “Một tam giác đều khi và chỉ khi nó là tam giác cân có một góc bằng 60° .”

- a) Mệnh đề Q là một mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề P là một mệnh đề sai.
- c) Mệnh đề đảo của mệnh đề P là một mệnh đề sai.
- d) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là một mệnh đề đúng.

Câu 6: Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình.

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
113	112	113	114	115	114	116	117	113	115

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Kích thước mẫu là 20.

- b) Một của mẫu số liệu là 116.
 c) Số trung vị của mẫu số liệu trên là 114.
 d) Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 116$.

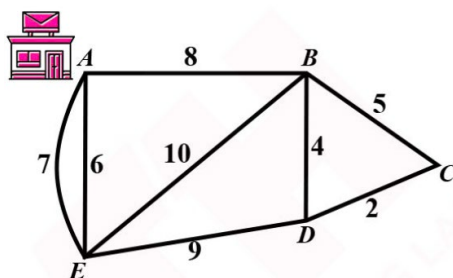
PHẦN III (3,0 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà phân phối bánh gạo có hai nhà kho, một kho ở phía Đông và kho còn lại ở phía Tây của thành phố. Kho ở phía Đông có 80 thùng bánh gạo, kho ở phía Tây có 45 thùng bánh gạo. Sáng thứ Hai đầu tuần, đại lí A cần 50 thùng bánh gạo, đại lí B cần 70 thùng bánh gạo. Chi phí giao hàng cho mỗi thùng bánh gạo của kho ở phía Đông là 10 nghìn đồng cho đại lí A và 12 nghìn đồng cho đại lí B. Chi phí giao hàng cho mỗi thùng bánh gạo của kho ở phía Tây là 9 nghìn đồng cho đại lí A và 11 nghìn đồng cho đại lí B. Hỏi để chi phí vận chuyển là nhỏ nhất nhà phân phối cần vận chuyển bao nhiêu thùng bánh gạo từ kho phía Tây cho đại lí A?

Câu 2. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 3(cm)$ và điểm M thỏa mãn $MO = 3R$. Xét đường kính AB với A; B thay đổi trên đường tròn. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + MB$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Trung tuyến CM vuông góc với phân giác trong AD và $\frac{CM}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $\cos A$ là $\frac{m}{n}$ với $m; n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $n^2 - 2m$.

Câu 4. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho tam giác ABC với $A(-1;0); B(0;-1); C(3;1)$ Gọi C' là điểm đối xứng với C qua đường thẳng AB. Tìm tổng hoành độ và tung độ của điểm C' ?

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(1;2), B(2;-4), C(1;1)$. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc cạnh BC sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a - 2b$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. Giám thị không giải thích gì thêm.

I. ĐÁP ÁN:

- Phần 1: 8 điểm- mỗi câu 0,4 điểm
- Phần 2: 7,2 điểm: Đúng 1 ý 0,12 điểm; đúng 2 ý 0,3 điểm; đúng 3 ý được 0,6đ; đúng 4 ý được 1,2 điểm.
- Phần 3: 4,8 điểm: Mỗi ý trả lời đúng được 0,8 điểm.

CÂU	Phần1: TN nhiều lựa chọn			Phần2: Câu hỏi đúng - sai		Phần 3- Câu trả lời ngắn	
1	C	11	C	Câu 1	S-S-Đ-S	Câu 1	45
2	A	12	C	Câu 2	S-Đ-S-Đ	Câu 2	18
3	A	13	D	Câu 3	S-S-Đ-S	Câu 3	2
4	B	14	A	Câu 4	Đ-Đ-S-Đ	Câu 4	63
5	C	15	B	Câu 5	Đ-Đ-S-Đ	Câu 5	-6
6	C	16	D	Câu 6	Đ-S-Đ-S	Câu 6	2,31
7	B	17	B				
8	A	18	D				
9	B	19	C				
10	D	20	C				

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hai tập hợp $A = (-3; 4]$ và $B = [2; 6]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $A \cap B = [2; 4]$. B. $A \cup B = (-3; 6]$. C. $A \setminus B = (-3; 2]$. D. $B \setminus A = (4; 6]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A \cap B = [2; 4]$; $A \cup B = (-3; 6]$; $A \setminus B = (-3; 2]$ và $B \setminus A = (4; 6]$. Vậy C sai.

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 3. Biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Hỏi giá trị $\tan \alpha$ là bao nhiêu?

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. 2. D. -2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 4. Cho tam giác ABC có các góc $\hat{B} = 30^\circ$, $\hat{C} = 45^\circ$ và cạnh $AB = 3$. Khi đó cạnh AC bằng

A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

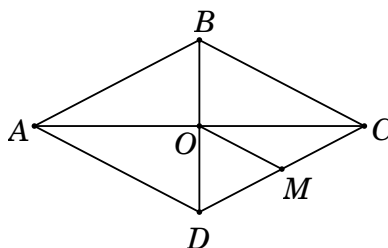
$$\text{Theo định lý hàm sin ta có: } \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{3 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 5. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 3a$, $BD = 2a$. Tính $|\vec{AC} + \vec{BD}|$.

A. $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 2a$. **B.** $|\vec{AC} + \vec{BD}| = 13a$. **C.** $|\vec{AC} + \vec{BD}| = a\sqrt{13}$. **D.** $|\vec{AC} + \vec{BD}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$. Gọi M là trung điểm của CD .

Ta có:

$$\begin{aligned} |\vec{AC} + \vec{BD}| &= 2|\vec{OC} + \vec{OD}| = 2|2\vec{OM}| = 4OM = 4 \cdot \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{OD^2 + OC^2} \\ &= 2\sqrt{a^2 + \frac{9a^2}{4}} = a\sqrt{13}. \end{aligned}$$

Câu 6: Điểm (thang điểm 10) của 11 học sinh cao điểm nhất trong một bài kiểm tra như sau:

10 9 10 8 9 10 9 7 8 9 10

Hãy tìm các tứ phân vị.

A. $Q_1 = 7, Q_2 = 8, Q_3 = 10$

B. $Q_1 = 8, Q_2 = 10, Q_3 = 10$.

C. $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 10$.

D. $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 9$.

Lời giải

Chọn C

Sắp xếp các giá trị theo thứ tự không giảm:

7 8 8 9 9 9 10 10 10 10

Trung vị của mẫu số liệu là: $Q_2 = 9$.

Tứ vị phân thứ nhất là $Q_1 = 8$.

Tứ vị phân thứ ba là $Q_3 = 10$.

Vậy $Q_1 = 8, Q_2 = 9, Q_3 = 10$ là các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Câu 7: Tam giác ABC có $a = 6, b = 7, c = 12$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn.

B. $\triangle ABC$ có 1 góc tù.

C. $\triangle ABC$ là tam giác vuông.

D. $\triangle ABC$ là tam giác đều.

Lời giải

Chọn B

Xét $\triangle ABC$, ta có

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{6^2 + 7^2 - 12^2}{2 \cdot 6 \cdot 7} = -\frac{59}{84} \Rightarrow C > 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC \text{ có 1 góc tù.}$$

Câu 8. Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x - 2y - 1 < 0$?

A. $Q(1; 1)$.

B. $P(2; -2)$.

C. $N(1; 0)$.

D. $M(1; -2)$.

Lời giải

Ta có:

$Q(1; 1): 2 - 2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < 0$ nên điểm $Q(1; 1)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$P(2; -2): 4 + 4 - 1 < 0 \Leftrightarrow 7 < 0$ nên điểm $P(2; -2)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$N(1; 0): 2 - 0 - 1 < 0 \Leftrightarrow 1 < 0$ nên điểm $N(1; 0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

$M(1; -2): 2 + 4 - 1 < 0 \Leftrightarrow 5 < 0$ nên điểm $M(1; -2)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Câu 9: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M sao cho $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là :

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

C. Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .

D. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .

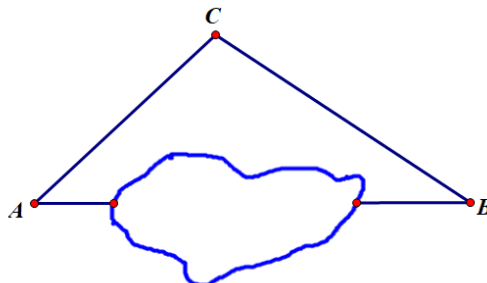
Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CB} = 0.$$

Tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

Câu 10. Người ta muốn đo khoảng cách từ A đến B nhưng không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Do đó họ thực hiện đo khoảng cách giữa A và B như sau: họ xác định được một vị trí C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° và đo được $AC = 360m$, $CB = 300m$.



Tính khoảng cách giữa A và B (Kết quả lấy giá trị gần đúng).

- A. 335 m. B. 406 m. C. 407 m. D. 334 m.

Lời giải

Chọn D

♦ Áp dụng định lí Cô sin vào $\triangle ABC$ ta được $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2.AC.BC.\cos C$

$$\text{Hay } AB^2 = 360^2 + 300^2 - 2.360.300.\cos 60^\circ = 111600.$$

$$\text{Suy ra } AB = 60\sqrt{31} \approx 334m.$$

Câu 11. Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130
140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

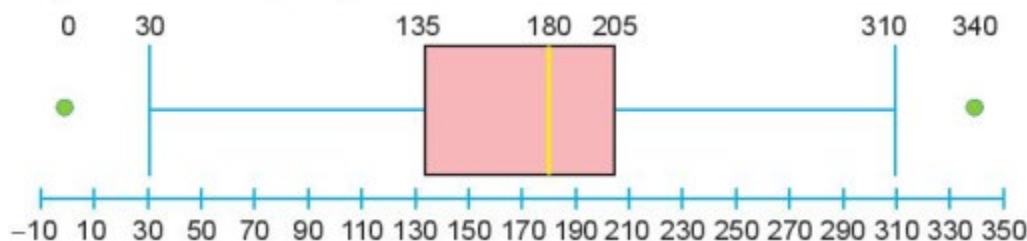
Lời giải

Chọn C

Từ mẫu số liệu ta tính được $Q_1 = 135$ và $Q_3 = 205$. Do đó, khoảng tứ phân vị là:

$$\Delta_Q = 205 - 135 = 70.$$

Biểu đồ hộp cho mẫu số liệu này là:



Ta có $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = 30$ và $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 310$ nên trong mẫu số liệu có hai giá trị được xem là bất thường là $340mg$ (lớn hơn $310mg$) và $0mg$ (bé hơn 30)

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = m\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm giá trị của m

để $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = -\frac{2}{5}$.

C. $m = \frac{2}{5}$.

D. $m = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$, $\vec{v} = (m; -4)$.

Hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương khi và chỉ khi $\frac{m}{\frac{1}{2}} = \frac{-4}{-5} \Leftrightarrow 2m = \frac{4}{5} \Leftrightarrow m = \frac{2}{5}$.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2)$, $B(3;1)$ và $C(5;4)$. Độ dài đường phân giác trong AD với $D \in BC$ là

A. $AD = \frac{3}{17}$.

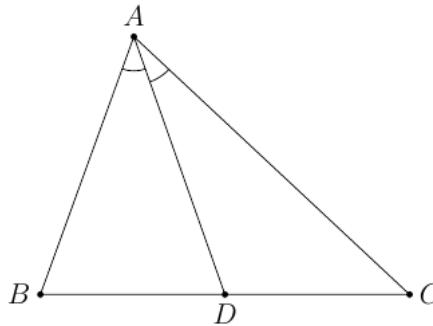
B. $AD = \frac{17}{3}$.

C. $AD = \frac{3}{8}$.

D. $AD = \frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$; $\overrightarrow{AC} = (4; 2) \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

Gọi tọa độ $D(a; b)$. Suy ra $\overrightarrow{DB} = (3-a; 1-b)$; $\overrightarrow{DC} = (5-a; 4-b)$.

Theo định lý đường phân giác trong tam giác ABC ta có

$$\overrightarrow{DB} = -\frac{AB}{AC}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a = -\frac{1}{2}(5-a) \\ 1-b = -\frac{1}{2}(4-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-2a = -5+a \\ 2-2b = -4+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{3} \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $D\left(\frac{11}{3}; 2\right)$. Suy ra $\overrightarrow{AD} = \left(\frac{8}{3}; 0\right) \Rightarrow AD = \frac{8}{3}$.

Câu 14. Cho hai tập hợp $A = [-5; 2]$ và $B = (m-2; m+3]$. Số giá trị nguyên của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$ là

A. 12.

B. 11.

C. 13.

D. 10.

Lời giải

$$\text{Ta có } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \geq 2 \\ m+3 < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 4 \\ m < -8 \end{cases}.$$

$A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow -8 \leq m < 4$. Suy ra số giá trị nguyên của m để $A \cap B \neq \emptyset$ là 12.

Câu 15. Cho tam giác ABC , M là một điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC}$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AM}$ được biểu diễn theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ là

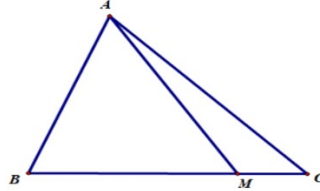
A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

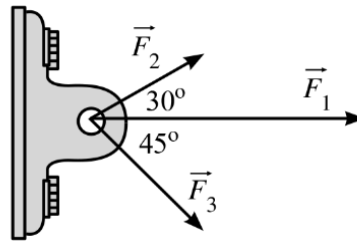
Lời giải



Ta có

$$\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 16. Một vật đồng thời bị ba lực tác động: lực tác động thứ nhất $\vec{F}_1$ có độ lớn $1500N$ lực tác động thứ hai $\vec{F}_2$ có độ lớn $600N$ lực tác động thứ ba $\vec{F}_3$ có độ lớn $800N$. Các lực này được biểu diễn bằng các vectơ như Hình 5, với $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 30^\circ$, $(\vec{F}_1, \vec{F}_3) = 45^\circ$.



Hình 5

Tính độ lớn lực tổng hợp tác động lên vật.

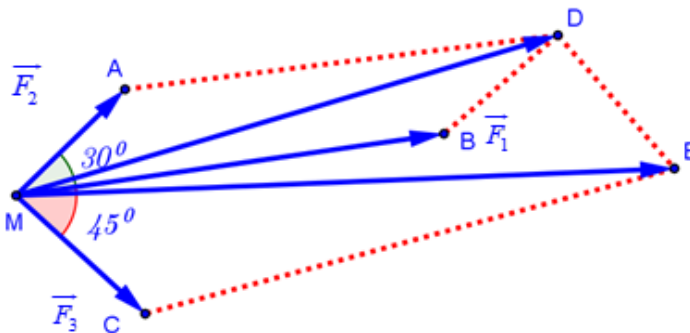
A. 3599(N).

B. 2500(N).

C. 2099(N).

D. 2599(N).

Lời giải



Đặt $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$

Dựng các hình bình hành $MADB, MDEC$.

Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{MB} + \vec{MA} + \vec{MC} = \vec{MD} + \vec{MC} = \vec{ME}$.

Độ lớn lực tổng hợp tác động lên vật là độ dài đoạn ME .

Xét $\triangle MAD$ có $MD = \sqrt{MA^2 + MB^2 - 2MA \cdot MB \cdot \cos 150^\circ} \approx 2041,775$.

Xét $\triangle MBD$ có $\cos \widehat{DMB} = \frac{MB^2 + MD^2 - BD^2}{2MB \cdot MD} \approx 0.989 \Rightarrow \widehat{DMB} \approx 8,45^\circ$

Ta có $\widehat{CMD} = \widehat{CMB} + \widehat{BMD} = 45^\circ + 8,45^\circ = 53,45^\circ \Rightarrow \widehat{DMB} = 126,55^\circ$.

Xét $\triangle MDE$ có $ME = \sqrt{MD^2 + MC^2 - 2MC \cdot MD \cdot \cos 126,55^\circ} \approx 2598,9$.

Câu 17. Biết miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ chứa điểm $M(2; m)$. Giá trị lớn nhất của m bằng bao nhiêu?

A. 3 .

B. 4 .

C. 5 .

D. 6

Thay $x = 2; y = m$ vào BPT : $-3.2 + m + 2 \leq 0$ do đó $m \leq 4$. Vậy giá trị lớn nhất của m bằng 4.

Câu 18. Cho góc $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi M và N là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $MN = 3$. Độ dài lớn nhất của đoạn ON là

A. 3 .

B. 4 .

C. 5 .

D. 6 .

Lời giải

Đặt $OM = x$, $ON = y$ ($x, y > 0$).

Áp dụng công thức định lý hàm số cosin cho tam giác OMN ta có:

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2OM \cdot ON \cos \widehat{MON} \Leftrightarrow 9 = x^2 + y^2 - 2xy \cos 30^\circ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \sqrt{3}xy - 9 = 0 \quad (*)$$

Để phương trình (*) có nghiệm x, y khi và chỉ khi $\Delta_x \geq 0 \Leftrightarrow 3y^2 - 4(y^2 - 9) \geq 0 \Leftrightarrow -6 \leq y \leq 6$

.Do đó $\max y = 6$.

Câu 19: Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Qua trung điểm M của AB dựng đường thẳng MO cắt CD tại N . Biết $OA = 1, OB = 2, OC = 3, OD = 4$. Tính $\frac{CN}{ND}$.

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{OC} = -\vec{OA}; \vec{OD} = -2\vec{OA}$ Vì $\vec{OM}, \vec{ON}$ cùng phương $\Rightarrow \exists k$ sao cho

$$\vec{ON} = k\vec{OM} \Rightarrow \vec{ON} = \frac{k}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) \text{ Đặt } \frac{CN}{ND} = k, k > 0$$

$$\text{Ta có: } \vec{ON} = \frac{-3}{1+k} \cdot \vec{OA} - \frac{2k}{k+1} \vec{OB} \Rightarrow \frac{-6}{k(k+1)} = \frac{-4k}{k(k+1)} \Leftrightarrow k = \frac{3}{2}$$

Câu 20: Cho tập hợp $M = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 0\}$. Khi đó tập hợp M có bao nhiêu tập con?

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

Lời giải

Chọn C

$M = \{(0;0)\}$ chỉ có một phần tử nên M có hai tập con là $\emptyset$ và chính nó.

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.

Câu 1: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại một cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40 000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại hai cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ đem lại mức lợi nhuận là 30 000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Hỏi các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Để sản xuất 15 kg sản phẩm loại 1 và 30 kg sản phẩm loại 2 xưởng cần dùng hết 120 kg nguyên liệu.
- b) Xưởng có thể sản xuất nhiều nhất 40 kg sản phẩm loại 2.
- c) Lợi nhuận thu được khi xưởng sản xuất 20kg sản phẩm loại 1 và 30 kg sản phẩm loại 2 là 1700 000 đồng.
- d) Xưởng có thể thu được lợi nhuận nhiều nhất là 2500000 đồng .

Lời giải

Chọn a) sai | b)sai | c) đúng | d) sai.

a) Số nguyên liệu cần dùng để sản xuất 15 kg sản phẩm loại 1 và 30 kg sản phẩm loại 2 là $15 \times 2 + 30 \times 4 = 150$ (kg).

Vậy mệnh đề a) sai.

b) Gọi $x, y (x \geq 0; y \geq 0)$ lần lượt là số kg loại một và loại 2 mà xưởng sản xuất. Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$ có mức lợi nhuận là $40000x + 30000y$.

Theo giả thiết ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Số sản phẩm loại 2 đạt nhiều nhất khi không sản xuất loại 1, tức là $x = 0$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 0 + 2y - 100 \leq 0 \\ 2 \times 0 + y - 80 \leq 0 \\ x = 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 50.$$

Vậy xưởng có thể sản xuất nhiều nhất 50 kg sản phẩm loại 2, suy ra mệnh đề b) sai.

c) Khi $x = 20, y = 30$, ta có hệ
$$\begin{cases} 20 + 2 \times 30 - 100 \leq 0 \\ 2 \times 20 + 30 - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy lợi nhuận thu được là $20 \times 400 + 30 \times 300 = 1700000$ (đồng)

Suy ra mệnh đề c) **đúng**.

$$\text{d) Ta tìm } x; y \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*) \text{ sao cho}$$

$L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ với

$O(0;0), A(40;0), B(0;50), C(20;40)$.

Ta có $L(0;0) = 0, L(40;0) = 1600000, L(0;50) = 1500000, L(20;40) = 2000000$.

Do đó giá trị lớn nhất của $L(x; y)$ là 2 000 000 khi $(x; y) = (20; 40)$.

Vậy nên sản xuất 20kg sản phẩm loại I và 40kg sản phẩm loại hai để có mức lợi nhuận cao nhất

là 2000000 đồng, suy ra mệnh đề d) **sai**.

Câu 2: Cho tam giác ABC với $BC = \sqrt{6}, CA = 2, AB = 1 + \sqrt{3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $A = 45^\circ$.

b) $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $\sqrt{3}$.

d) $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng.

a) Ta có: $\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC \cdot AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$; suy ra mệnh đề **sai**

b) Ta có: $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra mệnh đề **đúng**

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $2R = \frac{AC}{\sin B} = 2\sqrt{2} \Rightarrow R = \sqrt{2}$ suy ra mệnh đề **sai**

d) $\sin B = \frac{b}{2R}; \sin C = \frac{c}{2R}$, với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$VP = \sin B \cos C + \sin C \cos B = \frac{b}{2R} \cdot \cos C + \frac{c}{2R} \cdot \cos B = \frac{1}{2R} (b \cos C + c \cos B)$$

$$\frac{1}{2R} \left(b \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + c \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \right) = \frac{a}{2R} = \sin A \text{ suy ra mệnh đề đúng}$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $2\overrightarrow{JA} + 5\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC})$.

b) $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.

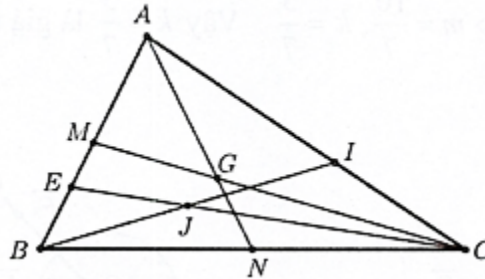
c) J là trung điểm của BI .

d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{p}{q}\overrightarrow{AB}$ (với hai số $p, q \in \mathbb{Z}^*, q > 0, (p, q) = 1$).

Để ba điểm C, E, J thẳng hàng thì biểu thức $T = 3p + 2q = 28$.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Sai.



a) Từ gt, $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) \neq \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC})$.

Vậy mệnh đề a) là mệnh đề **sai**.

b) Giả thiết $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA} + 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$$

Vậy mệnh đề b) là mệnh đề **sai**.

c) Ta có: $2\overrightarrow{JA} + 5\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = 2(\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}) + 3(\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC}) = 4\overrightarrow{JM} + 6\overrightarrow{JN} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$

Từ đẳng thức $\overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{JN} \Leftrightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}(\overrightarrow{JM} + \overrightarrow{MN})$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2}\overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{MN}$$

$$\text{Từ giả thiết } 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{JM} + \overrightarrow{MB} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BI} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BC} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \\ &= \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -2\left(-\frac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) = -2\overrightarrow{JB} \text{ (do (1)).}\end{aligned}$$

Do đó J là trung điểm của BI .

Vậy mệnh đề c) là mệnh đề **Đúng**

$$\begin{aligned}\text{d) } \overrightarrow{CJ} &= \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}\overrightarrow{CA} \\ &= -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} = -\frac{7}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác: } \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AC} + k\overrightarrow{AB}.$$

$$\text{Để } C, E, J \text{ thẳng hàng thì: } \exists m \in \mathbb{R}, \overrightarrow{CE} = m \cdot \overrightarrow{CJ} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AC} + k\overrightarrow{AB} = -\frac{7m}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -\frac{7m}{10} \\ k = \frac{m}{2} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{10}{7}, k = \frac{5}{7} \Rightarrow k = \frac{5}{7} = \frac{p}{q}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } p = 5; q = 7 \text{ Do đó } T = 3p + 2q = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 29$$

Vậy mệnh đề d) là mệnh đề Sai.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(1;6), B(11;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Độ dài $AB = 2\sqrt{29}$.

b) Tọa độ trung điểm của đoạn AB là $I(6;4)$.

c) Tọa độ trọng tâm tam giác OAB là $G\left(2; \frac{4}{3}\right)$.

d) Tọa độ điểm $F(0;c)$ thuộc trục tung để vector $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}$ có độ dài ngắn nhất, khi đó $c = 4$

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng.

a) Ta có $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{10^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{29}$. Mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $I\left(\frac{1+11}{2}; \frac{6+2}{2}\right) \Rightarrow I(6;4)$. Mệnh đề **đúng**.

c) Ta có tọa độ trọng tâm $G\left(\frac{1+11+0}{3}; \frac{6+2+0}{3}\right) \Rightarrow G\left(4; \frac{8}{3}\right)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là $I(6;4)$.

Theo quy tắc trung điểm $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = 2\overrightarrow{FI}$.

Do đó $|\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}| = 2|\overrightarrow{FI}| = 2\sqrt{6^2 + (4-c)^2} \geq 2\sqrt{6^2} = 12$.

Vector $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}$ có độ dài ngắn nhất khi $4-c=0 \Leftrightarrow c=4$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 5. Cho hai mệnh đề P : “Nếu $a^2 = b^2$ thì $a = b$ ” và Q : “Một tam giác đều khi và chỉ khi nó là tam giác cân có một góc bằng 60° .” Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Mệnh đề Q là một mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề P là một mệnh đề sai.
- c) Mệnh đề đảo của mệnh đề P là một mệnh đề sai.
- d) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là một mệnh đề đúng.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng.

a) Dựa vào tính chất và dấu hiệu nhận biết tam giác đều.

b) Phản ví dụ: $(-3)^2 = 3^2$

c) Mệnh đề đảo của mệnh đề P là mệnh đề “Nếu $a = b$ thì $a^2 = b^2$ ”. Khi $a = b$, bình phương hai vế ta suy ra được $a^2 = b^2$. Vậy mệnh đề đảo đúng

d) Vì P sai và Q đúng nên $P \Rightarrow Q$ đúng.

Câu 6: Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình.

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
113	112	113	114	115	114	116	117	113	115

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cỡ mẫu là 20.
- b) Một của mẫu số liệu là 116.
- c) Số trung vị của mẫu số liệu trên là 114.
- d) Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 116$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai.

a) Mệnh đề **đúng**

b) Ta có giá trị 114 có tần số là 5 lớn nhất trong các tần số nên một là 114.

Suy ra mệnh đề **sai**

c) Sắp xếp lại mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm.

Giá trị	111	112	113	114	115	116	117
Tần số	1	3	4	5	4	2	1

Do kích thước mẫu $n = 20$ là một số chẵn nên số trung vị là trung bình cộng của hai giá trị

đứng thứ $\frac{n}{2} = 10$ và $\frac{n}{2} + 1 = 11$.

Suy ra số trung vị là $M_e = \frac{114 + 114}{2} = 114$.

Suy ra mệnh đề **đúng**

d) Ta có nửa trên của mẫu số liệu là

Giá trị	114	115	116	117
Tần số	3	4	2	1

Nửa trên của mẫu số liệu có 10 giá trị nên số trung vị là trung bình cộng của số thứ 5 và số thứ 6.

Suy ra trung vị của dãy ở nửa trên là $\frac{115 + 115}{2} = 115 \Rightarrow Q_3 = 115$.

Suy ra mệnh đề **sai**

Phần 2: Trả lời ngắn.

Câu 1. Một nhà phân phối bánh gạo có hai nhà kho ở phía Đông và phía Tây của thành phố. Kho ở phía Đông có 80 thùng bánh gạo, kho ở phía Tây có 45 thùng bánh gạo. Sáng thứ Hai đầu tuần, đại lí A cần 50 thùng bánh gạo, đại lí B cần 70 thùng bánh gạo. Chi phí giao hàng cho mỗi thùng bánh gạo của kho ở phía Đông là 10 nghìn đồng cho đại lí A và 12 nghìn đồng cho đại lí B . Chi phí giao hàng cho mỗi thùng bánh gạo của kho ở phía Tây là 9 nghìn đồng cho đại lí A và 11 nghìn đồng cho đại lí B . Hỏi để chi phí vận chuyển là nhỏ nhất nhà phân phối cần vận chuyển bao nhiêu thùng bánh gạo từ kho phía Tây cho đại lí A ?

Lời giải

Đáp án: 45.

Gọi x, y ($x \geq 0; y \geq 0$) lần lượt là số thùng bánh gạo được nhà phân phối chuyển từ kho phía Đông tới hai đại lí A và B .

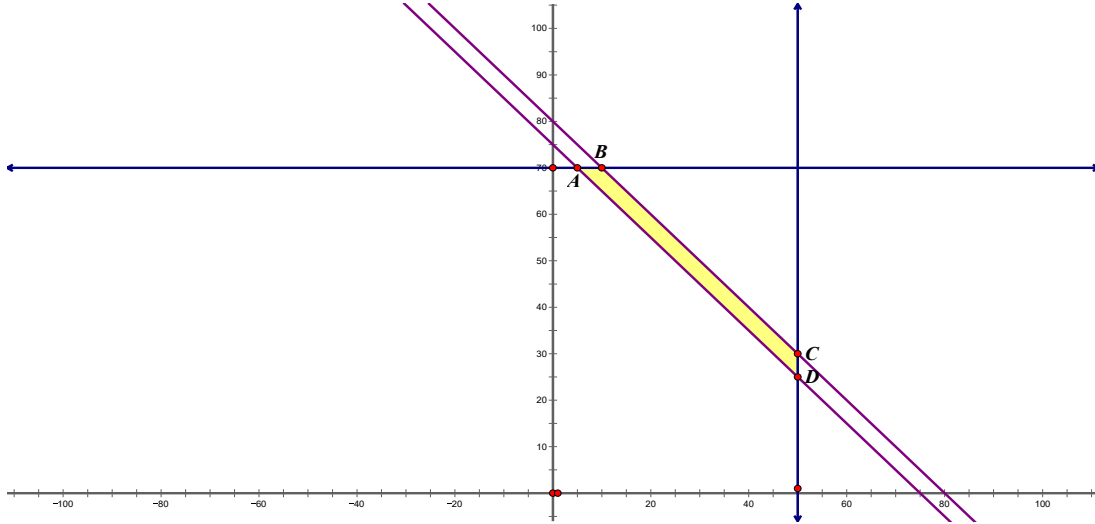
Khi đó $50 - x; 70 - y$ lần lượt là số thùng bánh gạo được nhà phân phối chuyển từ kho phía Tây tới hai đại lí A và B .

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x+y \leq 80 \\ 50-x+70-y \leq 45 \\ 0 \leq x \leq 50 \\ 0 \leq y \leq 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \leq 80 \\ x+y \geq 75 \\ 0 \leq x \leq 50 \\ 0 \leq y \leq 70 \end{cases}$$

Tổng chi phí giao hàng $F(x; y) = 10x + 12y + (50 - x) \cdot 9 + (70 - y) \cdot 11 = 1220 + x + y$

Miền nghiệm biểu diễn là miền tứ giác $ABCD$ có $A(5; 70); B(10; 70); C(50; 30); D(50; 25)$



Tính giá trị của $F(x; y)$ tại các đỉnh A, B, C, D ta tìm được GTNN là

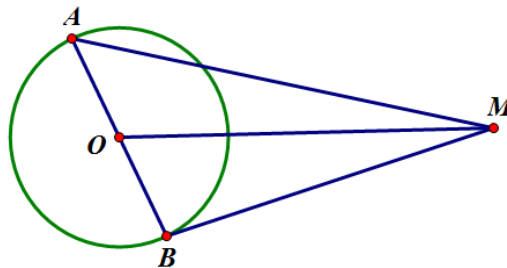
$$F(5; 70) = 1295$$

Nhà phân phối cần chuyển 5 thùng bánh gạo từ kho phía Đông và 45 thùng bánh gạo ở kho phía Tây cho đại lý A ; 70 thùng bánh gạo từ kho phía đông cho đại lý B .

Câu 2. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 3(cm)$ và điểm M thỏa mãn $MO = 3R$. Một đường kính AB thay đổi trên đường tròn. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + MB$.

Lời giải

Đáp án: 18.



Gọi $\widehat{MOA} = \alpha \Rightarrow \widehat{MOB} = 180^\circ - \alpha$.

Trong tam giác MOA theo định lý cosin ta có :

$$MA = \sqrt{MO^2 + AO^2 - 2MO \cdot AO \cdot \cos \alpha} = \sqrt{9R^2 + R^2 - 6R^2 \cos \alpha} = 3\sqrt{10 - 6\cos \alpha}.$$

Trong tam giác MOB theo định lý cosin ta có :

$$MB = \sqrt{MO^2 + BO^2 - 2MO \cdot BO \cdot \cos(180^\circ - \alpha)} = \sqrt{9R^2 + R^2 + 6R^2 \cos \alpha} = 3\sqrt{10 + 6\cos \alpha}.$$

$$\text{Xét } P = \sqrt{10-6\cos\alpha} + \sqrt{10+6\cos\alpha} \Rightarrow P^2 = 20 + 2\sqrt{100-36\cos^2\alpha} \geq 20 + 2\sqrt{100-36} = 36$$

$$\text{Suy ra } P \geq 6. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\alpha = 1 \\ \cos\alpha = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 0^\circ \\ \alpha = 180^\circ \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } MA + MB = 3(\sqrt{10-6\cos\alpha} + \sqrt{10+6\cos\alpha}) \geq 18.$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + MB$ bằng 18 khi và chỉ khi A, O, B, M thẳng hàng.

Câu 3. Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Trung tuyến CM vuông góc với phân giác trong AD và $\frac{CM}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $\cos A$ là $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $n^2 - 2m$.

Lời giải

Đáp án: 2.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AD} = \frac{b}{b+c} \overrightarrow{AB} + \frac{c}{b+c} \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CM} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{2} = \frac{\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}{2}$$

$$\text{Theo giả thiết: } AD \perp CM \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$$

$$\Leftrightarrow (b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow bc^2 + bc^2 \cos A - 2cb^2 \cos A - 2cb^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (c-2b)(1+\cos A) = 0 \Rightarrow c = 2b \text{ (do } \cos A > -1)$$

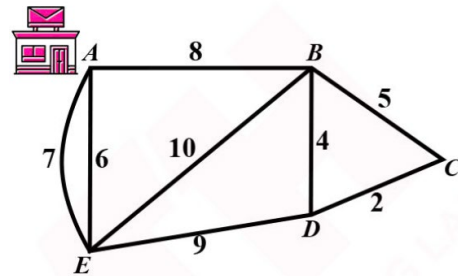
$$\text{Khi đó: } CM^2 = \frac{b^2 + a^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{a^2 - b^2}{2}$$

$$AD^2 = \frac{1}{9}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC})^2 = \frac{1}{9}(AB^2 + 4AC^2 + 4\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{9}(9b^2 - a^2)$$

$$\frac{CM}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{CM^2}{AD^2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{a^2 - b^2}{9b^2 - a^2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a^2 = 3b^2$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5b^2 - a^2}{4b^2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 4. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 63

Trước hết ta tìm một cách đi đường từ A đến D mà mỗi con đường đi đúng một lần, sau đó tìm chu trình đi ngắn nhất từ D về A.

Một đường đi từ A đến D là: AEABEDBCD và độ dài của nó là

$$6+7+8+10+9+4+5+2=51$$

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: $4+8=12$

Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là $51+12=63$

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1;0), B(0;-1), C(3;1)$. Gọi C' là điểm đối xứng với C qua đường thẳng AB . Tổng hoành độ và tung độ của điểm C' bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 6

Giả sử $C'(a;b)$

Gọi I là giao điểm của AB và CC'

$$\text{Suy ra: } I \text{ là trung điểm của } CC' \text{ suy ra: } \begin{cases} x_I = \frac{x_C + x_{C'}}{2} \\ y_I = \frac{y_C + y_{C'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{a+3}{2} \\ y_I = \frac{b+1}{2} \end{cases}.$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1), \overrightarrow{CC'} = (a-3; b-1), \overrightarrow{AI} = \left(\frac{a+5}{2}; \frac{b+1}{2} \right)$$

$$\begin{cases} AB \perp CC' \\ I \in AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương } \overrightarrow{AI} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b-2=0 \\ a+b+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=-4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a+b=-6.$$

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(1;2), B(2;-4), C(1;1)$. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc cạnh BC sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a-2b$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,31

$$\text{Đặt } T = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|.$$

$$\text{Trước hết ta xác định điểm } I \text{ thỏa mãn } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}, \text{ suy ra } I\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Khi đó ta có: } T = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{MI} + 3\overrightarrow{IC}| = |6\overrightarrow{MI}| = 6MI.$$

Như vậy T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất. Do $M \in BC$ nên M là hình chiếu vuông góc của I lên BC .

$$\overrightarrow{IM} = \left(a - \frac{4}{3}; b + \frac{1}{2} \right), \overrightarrow{BM} = (a-2; b+4), \overrightarrow{BC} = (-1; 5).$$

$$\text{Ta có } MI \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -\left(a - \frac{4}{3}\right) + 5\left(b + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow -a + 5b = -\frac{23}{6}.$$

$$\text{Hai vector } \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương nên } \frac{a-2}{-1} = \frac{b+4}{5} \Leftrightarrow 5a+b=6$$

$$\text{Từ đó ta suy ra } a = \frac{203}{156}, b = -\frac{79}{156}, \text{ do đó } a-2b = \frac{361}{156} \approx 2,31$$

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 10
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-10>