

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán 6

Ngày thi: 10/04/2024

Thời gian làm bài: 120 phút, Không kể thời gian phát đề

(Đề gồm 01 trang)

**Câu 1. (5,0 điểm)**

1) Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \frac{-3}{4} + \frac{2}{7} + \frac{-9}{4} + \frac{3}{5} + \frac{19}{7}; \quad B = \frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090}$$

2) So sánh  $3^{400}$  và  $4^{300}$ .

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1) Tìm  $x$  biết: a)  $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} + 0,75 = -3\frac{3}{4}$ ; b)  $(2x - 15)^3 = (2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2) : (-36)$ .

2) Tìm các số nguyên tố  $p$  để  $p^2 + 2$  và  $p^3 + 2$  đều là số nguyên tố.

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1) Tìm phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  lớn nhất ( $a, b \in \mathbb{N}^*$ ) sao cho khi chia mỗi phân số  $\frac{4}{75}$ ;  $\frac{6}{165}$  cho  $\frac{a}{b}$

được kết quả là số tự nhiên.

2) Gia đình bạn Bình mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp 2 lần chiều rộng. Sau khi mở rộng diện tích ao tăng thêm  $600\text{m}^2$  và diện tích ao mới gấp 4 lần ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới. Biết rằng cọc nọ cách cọc kia 1m.

**Câu 4. (5,0 điểm)**

1) Cho điểm  $O$  nằm trên đường thẳng  $xy$ . Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $A$ , trên tia  $Oy$  lấy điểm  $B$  sao cho  $OA = 8\text{cm}$ ,  $OB = 6\text{cm}$ .

a) Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

b) Trên tia đối của tia  $OB$  lấy điểm  $C$  sao cho  $OB = 6 \cdot OC$ . Chứng tỏ rằng điểm  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

2) Cho 6 đường thẳng đôi một cắt nhau. Hỏi 6 đường thẳng đó có thể cắt nhau ít nhất tại bao nhiêu điểm, nhiều nhất tại bao nhiêu điểm.

**Câu 5. (3,0 điểm)**

1) Cho 2023 số nguyên dương phân biệt  $a_1; a_2; \dots; a_{2023}$  lớn hơn 1. Chứng tỏ rằng

$$A = \left(1 + \frac{1}{a_1^2}\right) \left(1 + \frac{1}{a_2^2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{a_{2023}^2}\right) \text{ không là số tự nhiên.}$$

2) Tìm các chữ số  $a, b, c$  khác 0 thỏa mãn  $\overline{abbc} = 7 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ac}$ .

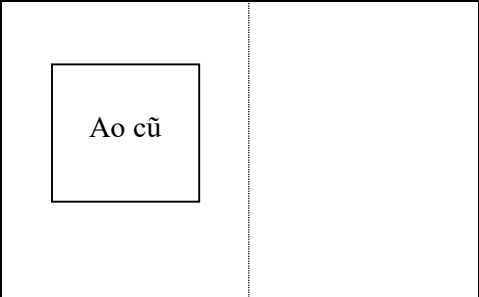
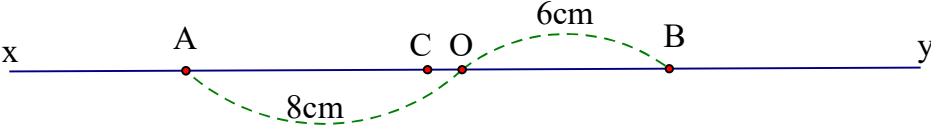
Hết

Họ và tên thí sinh.....SBD.....

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1 (5,0điểm)</b>	$A = \frac{-3}{4} + \frac{2}{7} + \frac{-9}{4} + \frac{3}{5} + \frac{19}{7}$ $= \left(\frac{-3}{4} + \frac{-9}{4}\right) + \left(\frac{2}{7} + \frac{19}{7}\right) + \frac{3}{5}$ $= \frac{-12}{4} + \frac{21}{7} + \frac{3}{5}$	1,0
	$= -3 + 3 + \frac{3}{5}$ $= 0 + \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ <p>Vậy <math>A = \frac{3}{5}</math></p>	1,0
	$B = \frac{131313}{565656} + \frac{131313}{727272} + \frac{131313}{909090}$ $= \frac{13}{56} + \frac{13}{72} + \frac{13}{90}$ $= \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10}$	1,0
	$= \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$ $= \frac{1}{7} - \frac{1}{10} = \frac{3}{70}$ <p>Vậy <math>B = \frac{3}{70}</math></p>	1,0
	<p>Ta có :</p> $3^{400} = 3^{4.100} = 81^{100}$ $4^{300} = 4^{3.100} = 64^{100}$	0.5
	<p>Vì <math>81 &gt; 64 \Rightarrow 81^{100} &gt; 64^{100}</math></p> <p>Vậy <math>3^{400} &gt; 4^{300}</math>.</p>	0.5
1	<p>a) Ta có:</p> $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} + 0,75 = -3\frac{3}{4}$	

<b>Câu 2 (4,0 điểm)</b>		$\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = -\frac{15}{4}$ $\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} = -\frac{9}{2}$	0,75
		$x - \frac{1}{2} = -\frac{9}{2} \cdot \frac{2}{3}$ $x - \frac{1}{2} = -3$ $x = -\frac{5}{2}$ <p>Vậy <math>x = -\frac{5}{2}</math>.</p>	0,75
		<p>b) Ta có:</p> $(2x - 15)^3 = (2^2 \cdot 3^3 - 2^3 \cdot 3^2) : (-36)$ $(2x - 15)^3 = 36 : (-36)$	0,75
		$\Rightarrow (2x - 15)^3 = -1$ $\Rightarrow 2x - 15 = -1$ $\Rightarrow 2x = 14$ $\Rightarrow x = 7$ <p>Vậy <math>x = 7</math></p>	0,75
		<p>Với <math>p = 2 \Rightarrow p^3 + 2 = 10(km)</math></p>	0,25
		<p>Với <math>p = 3 \Rightarrow \begin{cases} p^3 + 2 = 29 \\ p^2 + 2 = 11 \end{cases} (tm)</math></p>	0,25
	<p>2</p> <p>Với</p> $p > 3 \Rightarrow p = 3k \pm 1 (k \in \mathbb{N}^*)$ $\Rightarrow p \equiv \pm 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 + 2 \equiv 0 \pmod{3}$ $\Rightarrow p^2 + 2 : 3 \text{ mà } \Rightarrow p^2 + 2 > 3 \Rightarrow p^2 + 2 \text{ là hợp số (Loại)}$ <p>Vậy <math>p=3</math> thỏa mãn đề bài</p>	0,25	
<b>Câu 3 (3,0 điểm)</b>		<p>Có phân số <math>\frac{a}{b}</math> tối giản <math>\Rightarrow \text{ƯCLN}(a, b) = 1</math></p> <p>Ta có: <math>\frac{14}{75} : \frac{a}{b} = \frac{14b}{75a} \in \mathbb{N} \Rightarrow 14 : a, b : 75</math> vì <math>\text{ƯCLN}(a, b) = 1</math></p>	0,5
		<p>Tương tự: <math>\frac{16}{165} : \frac{a}{b} = \frac{16b}{165a} \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} 16 : a \\ b : 175 \end{cases}</math></p> <p>Đề <math>\frac{a}{b}</math> là số lớn nhất thì <math>a = \text{UCLN}(14, 16); b = \text{BCNN}(75, 165)</math></p>	0,5
		<p>Tìm được <math>\text{ƯCLN}(14, 16) = 2;</math></p>	0,5
		<p>Tìm được <math>\text{BCNN}(75, 165) = 825</math></p>	0,5
		<p>Vậy <math>\frac{a}{b} = \frac{2}{825}</math></p>	

	<p>Vẽ hình đúng</p> 	0,25
2	<p>Khi mở rộng ao mới có diện tích gấp 4 lần ao cũ.          Vậy phần diện tích tăng thêm <math>600(m^2)</math> chiếm <math>\frac{3}{4}</math> diện tích ao mới nên diện tích ao mới <math>600 : \frac{3}{4} = 800(m^2)</math>.</p>	0,5
	<p>Ta chia hình chữ nhật thành hai hình vuông có diện tích bằng nhau. Diện tích một hình vuông là <math>800 : 2 = 400 (m^2)</math>. Hay <math>400 = 20.20</math>          Chiều rộng của ao mới là: 20 (m)</p>	0,5
	<p>Chiều dài của ao mới là: <math>20+20 = 40 (m)</math>.          Chu vi của ao mới là: <math>C = (40+20).2 = 120 (m)</math>          Số cọc để rào quanh ao mới là <math>120 : 1 = 120</math> chiếc.</p>	0,75
<p><b>Câu 4 (5,0 điểm)</b></p>	<p><b>a.</b></p> 	0,5
	<p>Vì O nằm giữa hai điểm A và B <math>\Rightarrow AB = OA + OB</math>          Mà <math>OA = 8cm, OB = 6cm</math>  <math>\Rightarrow AB = 8 + 6 = 14cm</math>          Vậy <math>AB = 14 cm</math></p>	0,5
	<p><b>b.</b> Vì <math>OB = 6.OC \Rightarrow OC = OB : 6 = 6 : 6 = 1cm</math>          1 Mà O nằm giữa C và B  <math>\Rightarrow CB = OC + OB = 1 + 6 = 7cm</math></p>	1,0
	<p>Vì C nằm giữa hai điểm A và O  <math>\Rightarrow AC = AO - OC = 8 - 1 = 7 cm</math>  <math>\Rightarrow CA = CB</math>          Ta có C nằm giữa hai điểm A và B và <math>CA = CB \Rightarrow C</math> là trung điểm của đoạn thẳng AB</p>	1,0
	<p>* 6 đường thẳng đề cho có thể cắt nhau ít nhất tại 1 điểm (nếu 6 đường thẳng đó đồng quy)</p>	0,5

	2	<p>* 6 đường thẳng đề cho có thể cắt nhau nhiều nhất khi không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Khi đó mỗi đường thẳng sẽ cắt 5 đường thẳng còn lại tại thành 5 giao điểm.</p> <p>Có 6 đường thẳng nên có <math>6.5 = 30</math> giao điểm</p> <p>Nhưng mỗi giao điểm lại được tính 2 lần, nên chỉ có <math>\frac{6.5}{2} = 15</math> giao điểm.</p>	0,5 0,5
<b>Câu 5 (3,0 điểm)</b>		<p>Do 2023 số nguyên dương phân biệt <math>a_1; a_2; \dots; a_{2023}</math> lớn hơn 1 nên ta giả sử <math>2 \leq a_1 &lt; a_2 &lt; \dots &lt; a_{2023}</math>.</p> <p>Do đó <math>2 \leq a_1; 3 \leq a_2; 4 \leq a_3; \dots; 2024 \leq a_{2023}</math></p> <p>Ta có <math>1 + \frac{1}{a_1^2} &lt; 1 + \frac{1}{a_1^2 - 1} \leq \frac{2^2}{2^2 - 1} = \frac{2^2}{1.3}</math></p>	0,5
		<p>Tương tự <math>1 + \frac{1}{a_2^2} &lt; 1 + \frac{1}{a_2^2 - 1} \leq \frac{3^2}{3^2 - 1} = \frac{3^2}{2.4} \dots</math></p> <p>Do đó <math>A = \left(1 + \frac{1}{a_1^2}\right) \left(1 + \frac{1}{a_2^2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{a_{2023}^2}\right) &lt; \frac{2^2.3^2 \dots 2023^2}{1.3.2.4 \dots 2022.2024} = \frac{2023.2}{2024} &lt; 2</math></p>	0,5
	1	<p>Lại có <math>1 + \frac{1}{a_1^2} &gt; 1; 1 + \frac{1}{a_2^2} &gt; 1; \dots; 1 + \frac{1}{a_{2023}^2} &gt; 1</math></p> <p><math>\Rightarrow A = \left(1 + \frac{1}{a_1^2}\right) \left(1 + \frac{1}{a_2^2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{a_{2023}^2}\right) &gt; 1</math></p>	0,75
		<p>Do đó: <math>1 &lt; A &lt; 2</math></p> <p>Vậy A không là số tự nhiên.</p>	0,25
	2	<p>Ta có: <math>\overline{abbc} = 7 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ac} \quad (1)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 100\overline{ab} + \overline{bc} = 7 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ac} \Leftrightarrow \overline{ab} \cdot (7\overline{ac} - 100) = \overline{bc}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 7\overline{ac} - 100 = \frac{\overline{bc}}{\overline{ab}}</math>. Do <math>0 &lt; \frac{\overline{bc}}{\overline{ab}} &lt; 10 \Rightarrow 0 &lt; 7\overline{ac} - 100 &lt; 10</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 100 &lt; 7\overline{ac} &lt; 110 \Leftrightarrow 14 &lt; \frac{100}{7} &lt; \overline{ac} &lt; \frac{110}{7} &lt; 16 \Rightarrow \overline{ac} = 15</math></p> <p>Thay vào (1) được: <math>\overline{1bb5} = \overline{1b} \cdot 15 \cdot 7 \Leftrightarrow 1005 + 110b = 1050 + 105b \Rightarrow b = 9</math></p> <p>Vậy <math>a = 1, b = 9, c = 5</math></p>	0,5 0,5

Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.