|  |  |
| --- | --- |
| UBND QUẢNG XƯƠNG  **TRƯỜNG THCS QUẢNG THẠCH** | **GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN**  **Năm học 2023 - 2024**  **Môn: Toán 8**  Thời gian: **150** phút (*không kể thời gian giao đề*)  Ngày ... tháng 01 năm 2024  *(Đề có 01 trang, gồm 05 câu)* |

**Câu I:** *(4 điểm).*

**1.** Cho biểu thức: P =  (với x1).

a) Rút gọn P;

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

**2.** Cho với  đôi một khác nhau và khác không. Tính giá trị của biểu thức .

**Câu II:** *(4 điểm).*

**1.** Giải phương trình : 2(6x +7)2 (3x+ 4)(x + 1) – 12= 0

**2**. Để lập đội tuyển năng khiếu bóng rổ của trường, thầy giáo thể dục đưa ra quy định tuyển chọn như sau: Mỗi bạn dự tuyển được sẽ được ném 10 quả bóng vào rổ, quả bóng nào vào rổ được cộng 4 điểm; quả bóng nào ném ra ngoài bị trừ 2 điểm . Nếu bạn nào có số điểm từ 22 điểm trở lên thì sẽ được vào đội tuyển . Hỏi mỗi học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ ?

**Câu III:** *(4 điểm).*

**1.** Tìm x, y nguyên thỏa mãn: x2 + 2y2 + 3xy – x – y + 3 = 0.

**2.** Cho số tự nhiên  và số nguyên tố thỏa mãn chia hết cho  đồng thời chia hết cho . Chứng minh rằng  là một số chính phương.

**Câu IV:** *(6 điểm).*

Cho tam giác ACB vuông tại C, đường cao CH. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của ba đường phân giác trong các tam giác ACH, BCH. Gọi M là giao điểm của BF và CE, N là giao điểm của AE và CF. Đường thẳng EF lần lượt cắt AC, BC tại P, K.

**1.** Chứng minh MCF vuông cân và 

**2.** Gọi I là giao điểm của AE và BF. Gọi T, Q lần lượt là hình chiếu của I trên AC, BC. Chứng minh tứ giác ETQF là hình bình hành.

**3.** Chứng minh  (Ký hiệu là diện tích của các tam giác ACB và CPK)

**Câu V:** *(2 điểm).*

Cho các số dương a, b , c thỏa mãn a2 + b2 + c2 = 3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: 

**----------------- HẾT --------------------**

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **CÂU** | **Ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **I** |  | **Cho biểu thức: P =  (với x1).** |  |
| **4đ** | **1a** | ***a) Rút gọn P***  Với x  1 ta có:  P =   :   :   .  *P =*  Vậy  thì | 0.5  0.5  0.5  0.5 |
| **1b** | ***b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên***  Với  thì  Để P nhận giá trị nguyên khi x nguyên thì:  Suy ra Ư(18).  Vì  nên  = 9 hoặc  = 18.  - Nếu  = 9 thì x = 0 (thỏa mãn ĐKXĐ).  - Nếu  = 18 thì x2 = 9(thỏa mãn ĐKXĐ).  Thử lại thấy x = 0 và x = 3 thì P không có giá trị nguyên (loại).  Khi x = -3 thì P = 0 (thỏa mãn).  Vậy với x = -3 thì P nhận giá trị nguyên. | 0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **2** | **Cho với  đôi một khác nhau và khác không. Tính giá trị của biểu thức .**  Ta có    Mà , suy ra:    Từ  và  ta được  Vậy | 1,0  0.5  0.5 |
| **II** |  | **Giải phươnh trình: 2(6x +7)2 (3x+ 4)(x + 1) – 12= 0** |  |
| **4 đ** | **1** | Ta có: 2(6x +7)2 (3x+ 4)(x + 1) – 12 = 0    Đặt 6x + 7 = t, đẳng thức trên trở thành t2(t + 1)(t- 1) = 72  t2(t2 - 1) = 72  t4 - t2 - 72 = 0  (t2 +8)(t2- 9) = 0  t2 = 9 (Vì t2 + 8 dương)  t = 3 hoặc t = -3  Nếu t = 3 suy ra x = -  Nếu t = -3, suy ra x= -  Vậy x= - hoặc x= - | 0.5  0.5  0.25  0.25 |
| **2** | **2. Để lập đội tuyển năng khiếu bóng rổ của trường, thầy giáo thể dục đưa ra quy định tuyển chọn như sau: Mỗi bạn dự tuyển được sẽ được ném 10 quả bóng vào rổ, quả bóng nào vào rổ được cộng 4 điểm; quả bóng nào ném ra ngoài bị trừ 2 điểm . Nếu bạn nào có số điểm từ 22 điểm trở lên thì sẽ được vào đội tuyển . Hỏi mỗi học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ ?** |  |
| Gọi x là số quả bóng được ném vào rổ. ĐK 1 ≤ x ≤10 ,x thuộc N  Số quả bóng ném ra ngoài: (10 - x)  Theo đề ra ta có:4x – 2(10 – x) suy ra x  Vậy một HS muốn vào đội tuyển thì cần ném ít nhất 7 quả bóng vào rổ | 0,75  0,75  0,5 |
| **III** |  |  |  |
| **4đ** | **1** | ***1.* Tìm x, y nguyên thỏa mãn: x2 + 2y2 + 3xy – x – y + 3 = 0.**  Ta có: x2 + 2y2 + 3xy - x - y + 3 = 0.  ....... (x + y)(x + 2y - 1) = - 3  Vì x,y nguyên nên x + y và x + 2y - 1 là các ước của - 3.  Ta có bảng sau:  x + y 1 -3 -1 3  x + 2y -1 -3 1 3 -1  x 4 -8 -6 6  y -3 5 5 -3  Vậy các cặp số nguyên(x; y) cần tìm là (4; 3), (-8;5), (-6; 5), (4; -3). | 0.5  0.25  0.75  0.25 |
| **2** | **2. Cho số tự nhiên  và số nguyên tố thỏa mãn chia hết cho  đồng thời chia hết cho . Chứng minh rằng  là một số chính phương.** |  |
| Ta có:  Lại có  Do đó  Không chia hết cho (2)  Từ (1) và (2) suy ra: (3)  Vì  nên (4)  Từ (3) và (4)Suy ra: (\*)  Mặt khác:    Vì  Nên (\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) suy ra:  Khi đó:  Suy ra:  Vậy  là số chính phương (đpcm) | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |
| **IV** |  | **Cho tam giác ACB vuông tại C, đường cao CH. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của ba đường phân giác trong các tam giác ACH, BCH. Gọi M là giao điểm của BF và CE, N là giao điểm của AE và CF. Đường thẳng EF lần lượt cắt AC, BC tại P, K.**  **1. Chứng minh MCF vuông cân và**  **2. Gọi I là giao điểm của AE và BF. Gọi T, Q lần lượt là hình chiếu của I trên AC, BC. Chứng minh tứ giác ETQF là hình bình hành.**  **3. Chứng minh  (Ký hiệu là diện tích của các tam giác ACB và CPK)** |  |
| **6đ** |  | Vẽ hình chính xác, ghi GT, KL đúng và đầy đủ. |  |
| **1** | **1) Chứng minh MCF vuông cân tại M và** | 2,0 |
| Vì CE, CF lần lượt là tia phân giác các góc ACH, BCH nên :  Vì BF, CF lần lượt là tia phân giác các góc HBC, BCH nên :    Từ (1) và (2) suy ra: . Suy ra tam giác MCF vuông cân tại M (đpcm).  Chứng minh tương tự ta cũng có tam giác NCE vuông cân tại N. Suy ra hai tam giác MCF và NCE là các tam giác vuông tại M, N.  Hai tam giác vuông MCF và NCE có chung góc nhọn MCF nên đồng dạng với nhau (g.g). Suy ra: | 0,5  0.5  0.25  0.25  0,5 |
| **2** | **2) Gọi I là giao điểm của AE và BF. Gọi T, Q lần lượt là hình chiếu của I trên AC, BC. Chứng minh tứ giác ETQF là hình bình hành.** Ta có ΔOAC = ΔOMC  OA = OM và AC = CM  Vì nên I là trực tâm của tam giác CEF. Suy ra:  Vì AE và BF là các tia phân giác các góc ABC, ACB nên I cũng là giao điểm ba đường phân giác trong tam giác ACB. Suy ra IT = IQ.  Tứ giác CTIQ có ba góc vuông nên là hình chữ nhật. Hình chữ nhật CTIQ có hai cạnh bên bằng nhau IT = IQ nên là hình vuông. Suy ra  Xét hai tam giác CMI và FME có CM = FM ( vì tam giác MCF cân tại M), , MI = ME (vì tam giác MIE vuông cân tại M). .Suy ra EF = CI (2)  Từ (1), (2) suy ra EF = TQ. Mặt khác EF // TQ ( do cùng vuông góc với CI). Do đó tứ giác ETQF có hai cạnh đối song song và bằng nhau. Vậy tứ giác ETQF là hình bình hành. | 0.5  0,5  0,5  0,5 |
| **3** | **3) Chứng minh  ( kí hiệu là diện tích của các tam giác ACB và CPK)**  Tam giác vuông CPK có tia phân giác góc PCK vuông góc với cạnh PK nên là tam giác vuông cân tại P. Do đó:  Xét tam giác CEP và tam giác CEH có: , CE là cạnh chung, . Do đó:  Từ (3) và (4) suy ra:  Xét hai tam giác ACH và CBH có  ( do cùng phụ với góc ACH). Do đó:  Ta luôn có Do đó:    Từ (5), (6), (7) | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **V** |  | ***Cho các số dương a, b , c thỏa mãn a2 + b2 + c2 = 3.***  ***Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:*** |  |
| **2đ** |  | +) Chứng minh được BĐT phụ  (*\*)* (a, b, x, y > 0), đẳng thức xảy ra khi ay = bx.  Ta có: . Đẳng thức xảy ra khi b = c (1)  Áp dụng bất đẳng thức (\*) ta có:    Đẳng thức xảy ra khi: b(a2 + c2) = c(a2 + b2)  a2(b – c) – bc(b – c) = 0(b – c)(a2 – bc) = 0  (2)  Từ (1) và (2) suy ra:  Đẳng thức xảy ra khi b = c.  Tương tự ta có: . Đẳng thức xảy ra khi a = c; . Đẳng thức xảy ra khi a = b;  Cộng vế với vế của 3 bất đẳng thức ta được:  Suy ra  Đẳng thức xảy ra khi:  Vậy MaxA = | 0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25  0.25 |

***Chú ý:***

1. *Thí sinh có thể làm bài bằng cách khác, nếu đúng vẫn được điểm tối đa.*
2. *Nếu thí sinh chứng minh bài hình mà không vẽ hình thì không chấm điểm bài hình.*

|  |  |
| --- | --- |
| TRƯỜNG THCS QUẢNG THÁI | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **NĂM HỌC 2023-2024**  **MÔN: TOÁN LỚP 8**  *(Thời gian làm bài: 150 phút)* |
|  |  |

**Đề bài**

**Bài 2: (2 điểm):** Phân tích thành nhân tử

a.  b. (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1

**Bài 2: (2 điểm):** Cho biểu thức

A = 

a, Tìm điều kiện của x để A xác định.

b, Rút gọn biểu thức A.

c, Tìm giá trị của x để A > 0

**Bài 3: (5 điểm).**

1. Giải phương trình:  .
2. Tìm x biết: 
3. Tìm các số nguyên *x*, *y* thoả mãn .

**Bài 4: (3 điểm).**

a) Cho abc ≠  và . Chứng minh rằng a = b = c.

b) Đa thức f(x) = 4x3 +ax +b chia hết cho các đa thức x-2; x+1. Tính 2a-3b.

**Bài 5: (6,0 điểm)**

Cho hình thang ABCD (AB // CD, AB < CD). Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt BD ở E và cắt CD ở K. Qua B kẻ đường thẳng song song với AD cắt AC ở F và cắt CD ở I. Chứng minh rằng:

a) DK = CI

b) EF // CD

c) AB2 = CD.EF

**Bài 6: ( 2®iÓm )** Cho các số thực dương  thỏa mãn . Chứng minh rằng: .

……………………….HẾT………………………

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Bài | ĐÁP ÁN | ®iÓm |
| **Bài 1**  **2đ** | a)= x3(x+1) -4(x+1)  = (x+1)(x3- 4)  b) (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1  = ( x2+5x+4)(x2 +5x +6) +1  =[(x2+5x+5) -1][(x2+5x +5) +1] +1 = (x2+5x+5)2 | 1,0  1,0 |
| **Bài 2**  **2đ** | a) x 2 , x -2 , x 0  b) A =  =  =   1. Để A>0 thì | 0,25  1,0  0,75 |
| **Bài 3**  **5đ** | a) ĐK:    Vậy phương trình có một nghiệm x = 0  b) Ta có:        Vậy tập nghiệm của phương trình là S = .  c)Ta có:      Vì x,y ,  là số nguyên lẻ và  nên  Từ đó suy ra các cặp  cần tìm là . | 2,0    1,0    0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **Bài 4**  **3đ** | a) Từ  .  Do đó:  ; ;  Suy ra: (a – b)(b – c)(c – a) =  ⇔(a – b)(b – c)(c – a)(a2b2c2  - 1) = 0  ⇒ (a - b)(b – c)(c – a) = 0 (do abc ≠ 1)  Suy ra a = b = c  b) Đa thức f(x) = 4x3 +ax +b chia hết cho các đa thức x-2; x+1 nên:  f(2) = 0 => 32+2a+b =0(1)  f(-1) = 0 => -4 –a +b = 0 (2)  Từ (1) và (2) ta tìm được a = -12; b = -8  Vậy 2a-3b = 0 | 1,5  1,5 |
| **Bài 5**  **6đ** | a)  Tứ giác ABCK có:  AB // CK (AB // CD, K CD)  AK // BC (gt)  ABCK là hình bình hành  CK = AB  DK = CD – CK = CD – AB (1)  Chứng minh tương tự, ta có DI = AB  IC = CD – DI = CD – AB (2)  Từ (1) và (2) suy ra: DK = IC  b)  DEK có AB // DK, theo hệ quả định lý Ta-let ta có:  (3)  FIC có AB // IC, theo hệ quả định lý Ta-let ta có:  (4)  Mà: DK = IC (câu a) (5)  Từ (3), (4), (5) suy ra:  AKC có   EF // KC (định lý Ta-lét đảo)  EF // CD  c)  Ta có:  (vì AB = CK) (6)  BCD có EK // BC, theo định lý Ta-lét ta có:  (7)  BDI có EF // DI, theo định lý Ta-let ta có:    Mà DI = AB  Suy ra:  (8)  Từ (6), (7), (8) suy ra:  AB2 = CD. EE | 2,0      2,0  2,0 |
| **Bài 6**  **2đ** | Đặt    Áp dụng BĐT  và  với  dương, dấu bằng xảy ra  Ta có  Bởi vậy  =(ĐPCM) | 2,0 |