

**Câu 1.** Cho hai số phức  $z_1 = 3 - 4i$  và  $z_2 = 5 + 6i$ . Số phức  $|z_1| + \overline{z_2}$  bằng

- A.  $8 + 2i$ .                      B.  $8 - 10i$ .                      C.  $6i$ .                      D.  $10 - 6i$ .

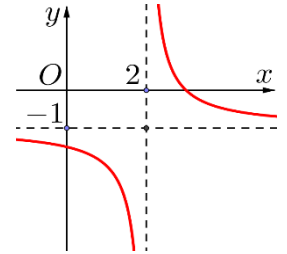
**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -3)$  và  $B(5; -6; 7)$ . Tọa độ của vector  $\frac{1}{2}\overline{AB}$  là

- A.  $(2; -4; 5)$ .                      B.  $(6; -4; 4)$ .                      C.  $(4; -8; 10)$ .                      D.  $(3; -2; 2)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình

bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt có phương trình là

- A.  $x = 2, y = -1$ .                      B.  $y = -1, x = 2$ .  
C.  $x = 0, y = 0$ .                      D.  $x = -1, y = 2$ .



**Câu 4.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .                      B.  $y = \log x$ .                      C.  $y = e^x$ .                      D.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ .

**Câu 5.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Số hạng  $u_5$  bằng

- A. 17.                      B. 14.                      C. 486.                      D. 162.

**Câu 6.** Nếu  $\int_1^2 f(u) du = 3$  và  $\int_1^2 g(v) dv = 4$  thì  $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx$  bằng

- A. 10.                      B. 2.                      C. -2.                      D. -10.

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; 1; 0)$ ,  $B(0; 0; 2)$ ,  $C(3; 0; 0)$ . Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .                      B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ .                      C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .                      D.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

**Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 3$  là

- A.  $\left(\log_{\frac{1}{2}} 3; +\infty\right)$ .                      B.  $\left(-\infty; \log_3\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ .                      C.  $\left(\log_3\left(\frac{1}{2}\right); +\infty\right)$ .                      D.  $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 3\right)$ .

**Câu 9.** Cho  $\int \sin 2x dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $F'(x) = \cos 2x$ .                      B.  $F'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$ .                      C.  $F'(x) = 2 \cos 2x$ .                      D.  $F'(x) = \sin 2x$ .

**Câu 10.** Số  $\alpha$  thỏa mãn  $2^\alpha = 3$  là

- A.  $\log_2 3$ .                      B.  $3^2$ .                      C.  $2^3$ .                      D.  $\log_3 2$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = 2$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .                      B.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$ .  
C.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .                      D.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.  $(-2; 2)$ .                      B. -2.  
C. 2.                      D. 3.

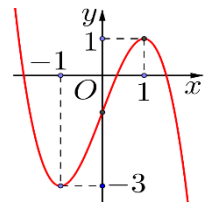
$x$	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	2	↘	-2	↗	3

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-6}$ . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$ .      B.  $\vec{u}_4 = (2; -4; 6)$ .      C.  $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$ .      D.  $\vec{u}_3 = (2; 4; 6)$ .

**Câu 14.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

- A. 1.      B. 4.      C. 3.      D. 2.



**Câu 15.** Tích phân  $\int_a^b x dx$  bằng

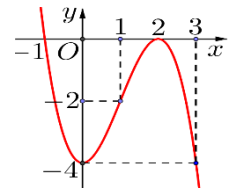
- A.  $b - a$ .      B.  $\frac{a+b}{2}$ .      C.  $\frac{b^2 - a^2}{2}$ .      D.  $\frac{a^2 - b^2}{2}$ .

**Câu 16.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 6x + 9)^{\sqrt{3}}$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .      B.  $\mathbb{R}$ .      C.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .      D.  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 17.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 2)$ .      B.  $(-1; 2)$ .      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; -1)$ .



**Câu 18.** Thể tích  $V$  của khối chóp có diện tích đáy bằng  $B$  và chiều cao bằng  $h$  bằng

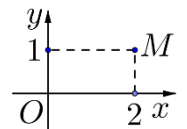
- A.  $V = \frac{1}{3} Bh$ .      B.  $V = \pi B^2 h$ .      C.  $V = Bh$ .      D.  $V = \frac{1}{3} \pi B^2 h$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Ozx)$

- A.  $\vec{n} = (1; 0; 1)$ .      B.  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .      C.  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .      D.  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .

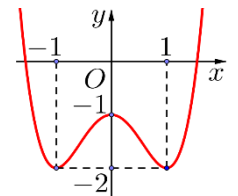
**Câu 20.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A.  $2 + i$ .      B.  $2 - i$ .  
C.  $1 - 2i$ .      D.  $1 + 2i$ .



**Câu 21.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?

- A.  $y = \frac{-3x-1}{x+1}$ .      B.  $y = x^3 - x^2 - x - 1$ .  
C.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .      D.  $y = -6x^4 + 5x^2 - 1$



**Câu 22.** Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh ngồi vào một dãy gồm 6 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có nhiều nhất một học sinh ngồi?

- A. 6.      B. 720.      C. 360.      D. 24.

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = 4x^3 + \frac{2}{x}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = 12x^2 - \frac{2}{x^2} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = 12x^2 + 2 \ln|x| + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = x^4 + 2 \ln|x| + C$ .      D.  $\int f(x) dx = x^4 + 2 \ln x + C$ .

**Câu 24.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z = 3 - 4i$  lần lượt là

- A.  $-4; 3$ .      B.  $3; -4i$ .      C.  $3; 4i$ .      D.  $3; -4$ .

**Câu 25.** Cho khối lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$  và cạnh bên bằng  $3a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $12a^3$ .      B.  $6a^2$ .      C.  $4a^3$ .      D.  $6a^3$ .

**Câu 26.** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 2$  và diện tích xung quanh  $S_{xq} = 12\pi$ . Thể tích của khối trụ đó bằng

- A.  $4\pi$ .      B.  $12\pi$ .      C.  $24\pi$ .      D.  $8\pi$ .

**Câu 27.** Tính khoảng cách giữa đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z-3}{3}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ .

- A.  $d(M, (P)) = 3$ .      B.  $d(M, (P)) = 2$ .      C.  $d(M, (P)) = \frac{1}{3}$ .      D.  $d(M, (P)) = \frac{8}{3}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x^2+x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3.                                      B. 1.                                      C. 4.                                      D. 2.

**Câu 29.** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$ , chiều cao  $h = 4$ . Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A.  $36\pi$ .                                      B.  $15\pi$ .                                      C.  $12\pi$ .                                      D.  $30\pi$ .

**Câu 30.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2 x^{2024} = 2024 \cdot \log_2 3$  là

- A.  $\{-3; 3\}$ .                                      B.  $\{\sqrt{3}\}$ .                                      C.  $\{3\}$ .                                      D.  $\{9\}$ .

**Câu 31.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1$  trên khoảng  $(0; 3)$  là

- A.  $-1$ .                                      B.  $8$ .                                      C.  $0$ .                                      D. không tồn tại.

**Câu 32.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng

- A.  $60^\circ$ .                                      B.  $45^\circ$ .                                      C.  $90^\circ$ .                                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 33.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2(4a^3)$  bằng

- A.  $3(2 + \log_2 a)$ .                                      B.  $2 + \frac{1}{3}\log_2 a$ .                                      C.  $4 + 3\log_2 a$ .                                      D.  $2 + 3\log_2 a$ .

**Câu 34.** Cho  $\int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1$ . Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- A.  $-\frac{5}{3}$ .                                      B.  $-\frac{1}{3}$ .                                      C.  $-\frac{5}{9}$ .                                      D.  $-\frac{1}{9}$ .

**Câu 35.** Số cực trị của hàm số  $y = \sqrt[5]{x^2} - x$  là:

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. 1.

**Câu 36.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số  $m$  sao cho hàm số

$y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 5)$ ?

- A. 2021.                                      B. 2018.                                      C. 2019.                                      D. 2020.

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 0; 1), B(-3; 2; 0), C(2; -2; 3)$ . Đường cao kẻ từ  $B$  của tam giác  $ABC$  đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A.  $M(-1; 3; -1)$ .                                      B.  $Q(-5; 3; 3)$ .                                      C.  $P(-1; 2; -2)$ .                                      D.  $N(0; 3; -2)$ .

**Câu 38.** Các số thực dương  $x, y \neq 1$  thỏa mãn  $\log_2 x = \log_y 16$  và  $xy = 64$ . Giá trị của  $\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2$  bằng

- A.  $\frac{25}{2}$ .                                      B. 20.                                      C. 25.                                      D.  $\frac{45}{2}$ .

**Câu 39.** Bạn An có 6 viên bi gồm 2 viên bi màu đỏ, 2 viên bi màu xanh và 2 viên bi màu vàng, các viên bi là đôi một khác nhau. An bỏ ngẫu nhiên 6 viên bi vào 3 cái hộp khác nhau, mỗi hộp 2 viên bi. Xác suất để không có hai viên bi cùng màu nào được bỏ vào cùng một cái hộp bằng

- A.  $\frac{2}{5}$ .                                      B.  $\frac{4}{5}$ .                                      C.  $\frac{2}{3}$ .                                      D.  $\frac{8}{15}$ .

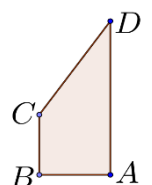
**Câu 40.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ điểm  $C'$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                                      B.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .                                      C.  $a\sqrt{2}$ .                                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 41.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AB = 2, AD = 8$  và  $BC = x$  với  $0 < x < 8$ . Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang

$ABCD$  (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng  $BC$  và  $AD$ . Tìm  $x$  để  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$ .

- A.  $x = 3$ .                                      B.  $x = 1$ .                                      C.  $x = 4$ .                                      D.  $x = 2$ .



**Câu 42.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + bx^2 + c (b, c \in \mathbb{R})$  có đồ thị là đường cong  $(C)$  và đường thẳng  $(d): y = g(x)$  tiếp xúc với  $(C)$  tại điểm  $x_0 = 1$ . Biết  $(d)$  và  $(C)$  còn hai điểm chung khác có hoành độ là  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$

và  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{g(x) - f(x)}{(x-1)^2} dx = \frac{4}{3}$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $(C)$  và đường thẳng  $(d)$ .

- A.  $\frac{143}{5}$ .                      B.  $\frac{28}{5}$ .                      C.  $\frac{43}{5}$ .                      D.  $\frac{29}{5}$ .

**Câu 43.** Xét các số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z| = 2$  và  $(w - 3 + 4i)(\bar{w} + 3 + 4i)$  là số thuần ảo. Khi  $|z - w| = 3\sqrt{2}$ , giá trị của  $|2z + w|$  bằng

- A.  $\sqrt{41}$ .                      B.  $\sqrt{47}$ .                      C.  $\sqrt{63}$ .                      D.  $4\sqrt{3}$ .

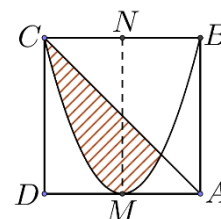
**Câu 44.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều,  $A'A = A'B = A'C = a$ . Biết góc giữa  $(BCC'B')$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{3a^3}{8}$ .                      B.  $\frac{7a^3}{24}$ .                      C.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{32}$ .                      D.  $\frac{9a^3}{32}$ .

**Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$  và điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ . Ba điểm  $A, B, C$  phân biệt cùng thuộc mặt cầu  $(S)$  sao cho  $MA, MB, MC$  là các tiếp tuyến của  $(S)$ . Biết rằng mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $D(1; 1; 0)$ . Tổng  $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$  bằng

- A.  $\frac{27}{4}$ .                      B.  $\frac{25}{3}$ .                      C.  $\frac{23}{5}$ .                      D.  $\frac{1}{27}$ .

**Câu 46.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 4, hai điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AD$  và  $BC$ . Gọi  $(P)$  là parabol có đỉnh  $M$ , trục đối xứng  $MN$  và đi qua hai đỉnh  $B, C$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi parabol  $(P)$  và đường chéo  $AC$  (phần gạch sọc trong hình vẽ bên). Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay  $(H)$  quanh trục  $MN$  bằng



- A.  $\frac{8\pi}{3}$                       B.  $\frac{16}{3}$                       C.  $\frac{72\pi}{5}$                       D.  $\frac{16\pi}{3}$

**Câu 47.** Xét số phức  $z$  và  $w$  thay đổi thỏa mãn  $|z| = |w| = 3$  và  $|z - w| = 3\sqrt{2}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = |z - 1 - i| + |w + 2 - 5i|$  bằng

- A. 5.                      B.  $5 - 3\sqrt{2}$ .                      C.  $\sqrt{29} - \sqrt{2}$ .                      D.  $\sqrt{17}$ .

**Câu 48.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0; 0; 15), B(4; 3; 2)$ . Xét các điểm  $M$  thay đổi sao cho tam giác  $OAM$  không phải là tam giác nhọn và có diện tích bằng 45. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $MB$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 1)$ .                      B.  $(2; 3)$ .                      C.  $(3; 4)$ .                      D.  $(1; 2)$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$ . Hỏi phương trình  $f(4\cos^2 x - 5) \cdot f(4 - 2\cos x) = 4$  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ ?

- A. 9.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 8.

**Câu 50.** Cho các số thực  $a > 3, b > 1, c > 1$  thỏa mãn  $\log_{a(b+2c)} \frac{bc(a-3)}{ab+2ca} + \log_{bc(a-3)} (ab+2ac) = 1$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $T = a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(18; 19)$ .                      B.  $(17; 18)$ .                      C.  $(16; 17)$ .                      D.  $(19; 20)$ .

----- HẾT -----

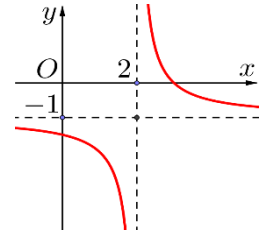
**Câu 1.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = e^x$ .                      B.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ .                      C.  $y = \log x$ .                      D.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

**Câu 2.** Thể tích  $V$  của khối chóp có diện tích đáy bằng  $B$  và chiều cao bằng  $h$  bằng

- A.  $V = Bh$ .                      B.  $V = \frac{1}{3}\pi B^2 h$ .                      C.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .                      D.  $V = \pi B^2 h$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt có phương trình là

- A.  $x = 0, y = 0$ .                      B.  $x = 2, y = -1$ .  
C.  $y = -1, x = 2$ .                      D.  $x = -1, y = 2$ .

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 6x + 9)^{\sqrt{3}}$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .                      B.  $(-\infty; 3)$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .                      D.  $(3; +\infty)$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = 2$ . Phương trình của  $(S)$  là

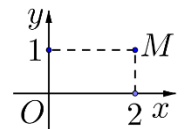
- A.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$ .                      B.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .  
C.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .                      D.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-6}$ . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$ .                      B.  $\vec{u}_3 = (2; 4; 6)$ .                      C.  $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$ .                      D.  $\vec{u}_4 = (2; -4; 6)$ .

**Câu 7.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A.  $2 + i$ .                      B.  $1 + 2i$ .                      C.  $2 - i$ .                      D.  $1 - 2i$ .



**Câu 8.** Phần thực và phần ảo của số phức  $z = 3 - 4i$  lần lượt là

- A.  $3; 4i$ .                      B.  $3; -4$ .                      C.  $-4; 3$ .                      D.  $3; -4i$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Ozx)$

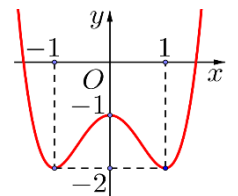
- A.  $\vec{n} = (1; 0; 1)$ .                      B.  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .                      C.  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .                      D.  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .

**Câu 10.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 3$  là

- A.  $\left(\log_{\frac{1}{2}} 3; +\infty\right)$ .                      B.  $\left(\log_3 \left(\frac{1}{2}\right); +\infty\right)$ .                      C.  $\left(-\infty; \log_3 \left(\frac{1}{2}\right)\right)$ .                      D.  $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 3\right)$ .

**Câu 11.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?

- A.  $y = \frac{-3x-1}{x+1}$ .                      B.  $y = -6x^4 + 5x^2 - 1$   
C.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$                       D.  $y = x^3 - x^2 - x - 1$ .



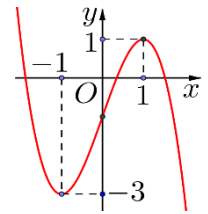
**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x) = 4x^3 + \frac{2}{x}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = 12x^2 + 2 \ln|x| + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = x^4 + 2 \ln|x| + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = 12x^2 - \frac{2}{x^2} + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = x^4 + 2 \ln x + C$ .

**Câu 13.** Nếu  $\int_1^2 f(u)du = 3$  và  $\int_1^2 g(v)dv = 4$  thì  $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx$  bằng

- A. 2.                                      B. -2.                                      C. 10.                                      D. -10.

**Câu 14.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 15.** Cho hai số phức  $z_1 = 3 - 4i$  và  $z_2 = 5 + 6i$ . Số phức  $|z_1| + \overline{z_2}$  bằng

- A.  $10 - 6i$ .                              B.  $6i$ .                                      C.  $8 + 2i$ .                              D.  $8 - 10i$ .

**Câu 16.** Số  $\alpha$  thỏa mãn  $2^\alpha = 3$  là

- A.  $\log_2 3$ .                              B.  $3^2$ .                                      C.  $2^3$ .                                      D.  $\log_3 2$ .

**Câu 17.** Tích phân  $\int_a^b x dx$  bằng

- A.  $\frac{b^2 - a^2}{2}$ .                              B.  $\frac{a^2 - b^2}{2}$ .                              C.  $b - a$ .                              D.  $\frac{a + b}{2}$ .

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -3)$  và  $B(5; -6; 7)$ . Tọa độ của vectơ  $\frac{1}{2}\overline{AB}$  là

- A.  $(3; -2; 2)$ .                              B.  $(6; -4; 4)$ .                              C.  $(2; -4; 5)$ .                              D.  $(4; -8; 10)$ .

**Câu 19.** Cho khối lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$  và cạnh bên bằng  $3a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $12a^3$ .                              B.  $6a^3$ .                                      C.  $6a^2$ .                                      D.  $4a^3$ .

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; 1; 0)$ ,  $B(0; 0; 2)$ ,  $C(3; 0; 0)$ . Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .                              B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .                              C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ .                              D.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .

**Câu 21.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Số hạng  $u_5$  bằng

- A. 14.                                      B. 17.                                      C. 162.                                      D. 486.

**Câu 22.** Cho  $\int \sin 2x dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $F'(x) = \cos 2x$ .                              B.  $F'(x) = 2 \cos 2x$ .                              C.  $F'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$ .                              D.  $F'(x) = \sin 2x$ .

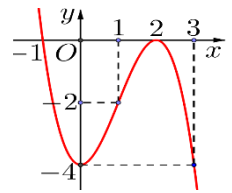
**Câu 23.** Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh ngồi vào một dãy gồm 6 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có nhiều nhất một học sinh ngồi?

- A. 6.                                      B. 720.                                      C. 24.                                      D. 360.

**Câu 24.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                              B.  $(-1; 2)$ .                              C.  $(1; +\infty)$ .                              D.  $(0; 2)$ .



**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.  $(-2; 2)$ .                              B. -2.                                      C. 3.                                      D. 2.

$x$	$-\infty$	-2	2	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+		
$f(x)$		0	↗	2	↘	-2	↗	3

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm

$f'(x) = x(x-1)(x^2+x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 27.** Tính khoảng cách giữa đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z-3}{3}$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ .

- A.  $d(M, (P)) = \frac{8}{3}$ .                              B.  $d(M, (P)) = \frac{1}{3}$ .                              C.  $d(M, (P)) = 3$ .                              D.  $d(M, (P)) = 2$ .

**Câu 28.** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$ , chiều cao  $h = 4$ . Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A.  $15\pi$ .                                      B.  $12\pi$ .                                      C.  $30\pi$ .                                      D.  $36\pi$ .

**Câu 29.** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 2$  và diện tích xung quanh  $S_{xq} = 12\pi$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $8\pi$ .                                      B.  $4\pi$ .                                      C.  $12\pi$ .                                      D.  $24\pi$ .

**Câu 30.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2 x^{2024} = 2024 \cdot \log_2 3$  là

- A.  $\{3\}$ .                                      B.  $\{\sqrt{3}\}$ .                                      C.  $\{-3; 3\}$ .                                      D.  $\{9\}$ .

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng

- A.  $90^\circ$ .                                      B.  $60^\circ$ .                                      C.  $45^\circ$ .                                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 32.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2(4a^3)$  bằng

- A.  $2 + \frac{1}{3}\log_2 a$ .                                      B.  $2 + 3\log_2 a$ .                                      C.  $3(2 + \log_2 a)$ .                                      D.  $4 + 3\log_2 a$ .

**Câu 33.** Cho  $\int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1$ . Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- A.  $-\frac{5}{9}$ .                                      B.  $-\frac{1}{3}$ .                                      C.  $-\frac{5}{3}$ .                                      D.  $-\frac{1}{9}$ .

**Câu 34.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1$  trên khoảng  $(0; 3)$  là

- A.  $-1$ .                                      B.  $0$ .                                      C. không tồn tại.                                      D.  $8$ .

**Câu 35.** Số cực trị của hàm số  $y = \sqrt[5]{x^2} - x$  là:

- A.  $0$ .                                      B.  $3$ .                                      C.  $2$ .                                      D.  $1$ .

**Câu 36.** Bạn An có 6 viên bi gồm 2 viên bi màu đỏ, 2 viên bi màu xanh và 2 viên bi màu vàng, các viên bi là đôi một khác nhau. An bỏ ngẫu nhiên 6 viên bi vào 3 cái hộp khác nhau, mỗi hộp 2 viên bi. Xác suất để không có hai viên bi cùng màu nào được bỏ vào cùng một cái hộp bằng

- A.  $\frac{8}{15}$ .                                      B.  $\frac{2}{3}$ .                                      C.  $\frac{4}{5}$ .                                      D.  $\frac{2}{5}$ .

**Câu 37.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$$

ngịch biến trên khoảng  $(1; 5)$ ?

- A. 2020.                                      B. 2021.                                      C. 2018.                                      D. 2019.

**Câu 38.** Các số thực dương  $x, y \neq 1$  thỏa mãn  $\log_2 x = \log_y 16$  và  $xy = 64$ . Giá trị của  $\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2$  bằng

- A. 25.                                      B.  $\frac{45}{2}$ .                                      C. 20.                                      D.  $\frac{25}{2}$ .

**Câu 39.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ điểm  $C'$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng

- A.  $a\sqrt{2}$ .                                      B.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .                                      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 40.** Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 0; 1)$ ,  $B(-3; 2; 0)$ ,  $C(2; -2; 3)$ . Đường cao kẻ từ  $B$  của tam giác  $ABC$  đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A.  $Q(-5; 3; 3)$ .                                      B.  $N(0; 3; -2)$ .                                      C.  $M(-1; 3; -1)$ .                                      D.  $P(-1; 2; -2)$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + bx^2 + c$  ( $b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong  $(C)$  và đường thẳng

$(d): y = g(x)$  tiếp xúc với  $(C)$  tại điểm  $x_0 = 1$ . Biết  $(d)$  và  $(C)$  còn hai điểm chung khác có hoành độ là

$$x_1, x_2 (x_1 < x_2) \text{ và } \int_{x_1}^{x_2} \frac{g(x) - f(x)}{(x-1)^2} dx = \frac{4}{3}.$$

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $(C)$  và đường

thẳng  $(d)$ .

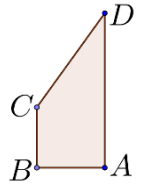
- A.  $\frac{28}{5}$ .                                      B.  $\frac{29}{5}$ .                                      C.  $\frac{143}{5}$ .                                      D.  $\frac{43}{5}$ .



**Câu 42.** Xét các số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z|=2$  và  $(w-3+4i)(\bar{w}+3+4i)$  là số thuần ảo. Khi  $|z-w|=3\sqrt{2}$ , giá trị của  $|2z+w|$  bằng

- A.  $\sqrt{41}$ .                      B.  $\sqrt{47}$ .                      C.  $\sqrt{63}$ .                      D.  $4\sqrt{3}$ .

**Câu 43.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AB=2$ ,  $AD=8$  và  $BC=x$  với  $0 < x < 8$ . Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang



$ABCD$  (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng  $BC$  và  $AD$ . Tìm  $x$  để  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$ .

- A.  $x=3$ .                      B.  $x=4$ .                      C.  $x=2$ .                      D.  $x=1$ .

**Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$  và điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ . Ba điểm  $A, B, C$  phân biệt cùng thuộc mặt cầu  $(S)$  sao cho  $MA, MB, MC$  là các tiếp tuyến của  $(S)$ . Biết rằng mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $D(1;1;0)$ . Tổng  $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$  bằng

- A.  $\frac{25}{3}$ .                      B.  $\frac{27}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{27}$ .                      D.  $\frac{23}{5}$ .

**Câu 45.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều,  $A'A = A'B = A'C = a$ . Biết góc giữa  $(BCC'B')$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{9a^3}{32}$ .                      B.  $\frac{7a^3}{24}$ .                      C.  $\frac{3a^3}{8}$ .                      D.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{32}$ .

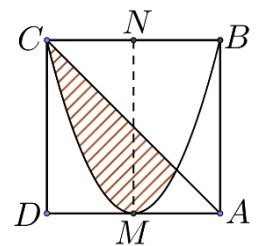
**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0;0;15), B(4;3;2)$ . Xét các điểm  $M$  thay đổi sao cho tam giác  $OAM$  không phải là tam giác nhọn và có diện tích bằng 45. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $MB$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3;4)$ .                      B.  $(1;2)$ .                      C.  $(2;3)$ .                      D.  $(0;1)$ .

**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$ . Hỏi phương trình  $f(4\cos^2 x - 5) \cdot f(4 - 2\cos x) = 4$  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ ?

- A. 6.                      B. 7.                      C. 9.                      D. 8.

**Câu 48.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 4, hai điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AD$  và  $BC$ . Gọi  $(P)$  là parabol có đỉnh  $M$ , trục đối xứng  $MN$  và đi qua hai đỉnh  $B, C$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi parabol  $(P)$  và đường chéo  $AC$  (phần gạch sọc trong hình vẽ bên). Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay  $(H)$  quanh trục  $MN$  bằng



- A.  $\frac{72\pi}{5}$                       B.  $\frac{16\pi}{3}$                       C.  $\frac{8\pi}{3}$                       D.  $\frac{16}{3}$

**Câu 49.** Xét số phức  $z$  và  $w$  thay đổi thỏa mãn  $|z|=|w|=3$  và  $|z-w|=3\sqrt{2}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = |z-1-i| + |w+2-5i|$  bằng

- A.  $\sqrt{29} - \sqrt{2}$ .                      B. 5.                      C.  $\sqrt{17}$ .                      D.  $5 - 3\sqrt{2}$ .

**Câu 50.** Cho các số thực  $a > 3, b > 1, c > 1$  thỏa mãn  $\log_{a(b+2c)} \frac{bc(a-3)}{ab+2ca} + \log_{bc(a-3)} (ab+2ac) = 1$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $T = a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(18;19)$ .                      B.  $(16;17)$ .                      C.  $(17;18)$ .                      D.  $(19;20)$ .

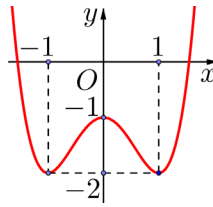
----- HẾT -----



Đề/câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
000	C	B	D	A	D	C	D	B	B	A	C	D	B	B	B	A	B	C	D	C	B	A	D	D	B	B	C
121	D	A	A	A	D	B	C	D	D	A	A	C	C	C	C	D	A	D	A	C	C	C	C	D	A	B	A
122	D	C	B	C	C	A	A	B	B	D	C	B	A	C	A	A	A	C	A	D	C	D	D	A	D	B	C
123	B	B	B	C	B	B	B	C	C	D	B	B	B	A	B	A	D	A	B	A	D	A	A	D	A	B	D
124	B	D	B	D	D	C	C	B	B	B	B	B	D	C	A	A	D	A	B	A	D	C	C	C	A	B	A
125	B	A	B	C	C	A	C	C	D	C	C	A	D	C	B	B	D	A	B	C	D	D	A	A	A	C	A
126	A	A	B	D	A	D	A	B	A	B	D	D	C	B	A	D	C	A	C	A	B	D	B	C	D	D	A
127	B	B	B	A	A	A	C	A	A	B	A	C	C	D	A	B	C	C	D	B	C	D	A	A	B	A	B
128	B	C	D	D	D	A	A	B	C	D	B	B	D	D	C	D	A	D	A	C	D	A	C	A	A	B	D

28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	A	B	B	D	C	A	A	A	D	A	B	A	C	C	B	B	D	C	B	D	B
D	B	A	D	A	D	C	B	C	C	B	D	B	D	D	C	D	A	D	D	D	C	B
A	C	C	B	B	A	C	C	A	D	C	B	D	B	C	C	B	A	B	B	B	C	C
A	B	A	A	D	B	D	C	D	D	B	B	B	C	A	A	B	C	A	D	C	C	B
C	D	D	C	B	D	C	A	D	B	B	D	C	D	D	C	D	B	A	D	D	C	C
B	A	D	B	B	B	C	B	A	B	C	B	B	D	C	D	C	C	A	B	D	D	A
D	B	A	B	B	D	A	A	A	C	A	A	C	D	D	A	D	C	B	A	A	A	B
A	A	C	B	D	D	C	B	D	A	D	B	B	C	C	B	C	A	B	B	B	C	D
C	A	A	D	D	C	A	B	C	D	B	D	D	C	A	A	B	D	A	C	A	A	B





- A.  $y = -6x^4 + 5x^2 - 1$     B.  $y = x^3 - x^2 - x - 1$ .    C.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$     D.  $y = \frac{-3x-1}{x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho là hàm số trùng phương dạng  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ), loại B, D

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  nên  $a > 0$ , loại A.

Vậy hàm số đã cho là  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 6x + 9)^{\sqrt{3}}$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .    B.  $(3; +\infty)$ .    C.  $(-\infty; 3)$ .    D.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số lũy thừa  $y = (x^2 - 6x + 9)^{\sqrt{3}}$  có số mũ  $\alpha = \sqrt{3}$  là số không nguyên nên hàm số xác định khi  $x^2 - 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$ .

Vậy hàm số có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .

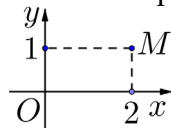
**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-6}$ . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$ .    B.  $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$ .    C.  $\vec{u}_3 = (2; 4; 6)$ .    D.  $\vec{u}_4 = (2; -4; 6)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 9.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



- A.  $1 + 2i$ .    B.  $2 + i$ .    C.  $2 - i$ .    D.  $1 - 2i$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

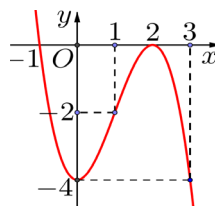
**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = 2$ . Phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .    B.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .  
C.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$ .    D.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 11.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 2)$ .    B.  $(1; +\infty)$ .    C.  $(-\infty; -1)$ .    D.  $(0; 2)$ .

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Thể tích  $V$  của khối chóp có diện tích đáy bằng  $B$  và chiều cao bằng  $h$  bằng

- A.  $V = Bh$ .                      B.  $V = \frac{1}{3}\pi B^2 h$ .                      C.  $V = \pi B^2 h$ .                      D.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có:  $V = \frac{1}{3}Bh$ .

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 3$  là

- A.  $\left(\log_{\frac{1}{2}} 3; +\infty\right)$ .                      B.  $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 3\right)$ .                      C.  $\left(-\infty; \log_3\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ .                      D.  $\left(\log_3\left(\frac{1}{2}\right); +\infty\right)$ .

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

- A.  $y = \log x$ .                      B.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .                      C.  $y = e^x$ .                      D.  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ .

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Trong không gian  $Oxyz$ , vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxz)$

- A.  $\vec{n} = (1; 0; 1)$ .                      B.  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .                      C.  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .                      D.  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Nếu  $\int_1^2 f(u) du = 3$  và  $\int_1^2 g(v) dv = 4$  thì  $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx$  bằng

- A. 2.                      B. -2.                      C. 10.                      D. -10.

Lời giải

Chọn A

Ta có  $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = 2\int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = 2\int_1^2 f(u) du - \int_1^2 g(v) dv = 2.3 - 4 = 2$ .

Câu 17. Tích phân  $\int_a^b x dx$  bằng

- A.  $\frac{a^2 - b^2}{2}$ .                      B.  $\frac{b^2 - a^2}{2}$ .                      C.  $\frac{a + b}{2}$ .                      D.  $b - a$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $\int_a^b x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_a^b = \frac{b^2 - a^2}{2}$ .

Câu 18. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; 1; 0)$ ,  $B(0; 0; 2)$ ,  $C(3; 0; 0)$ . Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là

- A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .                      B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .                      C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .                      D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  dạng đoạn chắn là  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .



Ta có  $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ . Suy ra  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$

**Câu 27.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2(4a^3)$  bằng

- A.**  $4 + 3\log_2 a$ .      **B.**  $3(2 + \log_2 a)$ .      **C.**  $2 + 3\log_2 a$ .      **D.**  $2 + \frac{1}{3}\log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x^2+x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 1.      **B.** 4.      **C.** 3.      **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$x = 0$  là nghiệm kép còn  $x = 1; x = -1$  đều là các nghiệm đơn.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

**Câu 29.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2 x^{2024} = 2024 \cdot \log_2 3$  là

- A.**  $\{-3; 3\}$ .      **B.**  $\{3\}$ .      **C.**  $\{\sqrt{3}\}$ .      **D.**  $\{9\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \log_2 x^{2024} = 2024 \cdot \log_2 3 \Leftrightarrow 2024 \log_2 |x| = 2024 \log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 |x| = \log_2 3 \Leftrightarrow |x| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

Tập nghiệm của phương trình là  $S = \{-3; 3\}$ .

**Câu 30.** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 2$  và diện tích xung quanh  $S_{xq} = 12\pi$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.**  $12\pi$ .      **B.**  $24\pi$ .      **C.**  $4\pi$ .      **D.**  $8\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

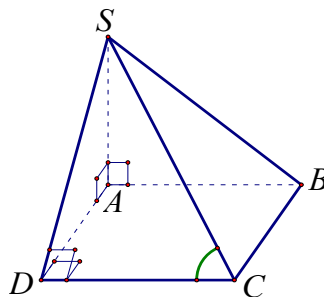
$$12\pi = S_{xq} = 2\pi r l = 4\pi l \Rightarrow l = 3 \Rightarrow h = 3 \Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi$$

**Câu 31.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  bằng

- A.**  $90^\circ$ .      **B.**  $60^\circ$ .      **C.**  $30^\circ$ .      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Từ giả thiết suy ra  $CD \perp SD$  tại  $D$ . Ta có  $AB \parallel CD$  nên  $(AB, SC) = (CD, SC) = \widehat{SCD}$

$$\tan \widehat{SCD} = \frac{SD}{CD} = \frac{\sqrt{AD^2 + SA^2}}{CD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCD} = 60^\circ. \text{ Vậy } (AB, SC) = 60^\circ.$$

**Câu 32.** Số cực trị của hàm số  $y = \sqrt[5]{x^2} - x$  là:

- A.** 1.      **B.** 2.      **C.** 3.      **D.** 0.



**Lời giải****Chọn B**TXĐ  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có } y' = \frac{2}{5\sqrt{x^3}} - 1 = \frac{2 - 5\sqrt{x^3}}{5\sqrt{x^3}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{32}{3125}}.$$

 $y'$  không xác định tại  $x = 0$ .Bảng xét dấu  $y'$ 

$x$	$-\infty$	$0$	$\sqrt[3]{\frac{32}{3125}}$	$+\infty$
$y'$		-		+ 0 -

Dựa vào dấu  $y'$  ta có hàm số có 2 cực trị.

**Câu 33.** Cho  $\int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1$ . Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .

A.  $-\frac{1}{3}$ .

B.  $-\frac{5}{3}$ .

C.  $-\frac{1}{9}$ .

**D.**  $-\frac{5}{9}$ .

**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } \int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x)) dx = 1 \Leftrightarrow \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 - 3 \int_0^1 f(x) dx = 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} - 3 \int_0^1 f(x) dx = 1$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = -\frac{5}{9}.$$

**Câu 34.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1$  trên khoảng  $(0; 3)$  là

A. 8.

B. 0.

C. không tồn tại.

D. -1.

**Lời giải****Chọn C**

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 4x(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0; 1; 2\}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0 +	0 -	0 +	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-1$	$\nearrow$	$0$	$\searrow$
				$-1$	$\nearrow$	$8$
						$\nearrow$
						$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên  $(0; 3)$  là không tồn tại.

**Câu 35.** Tính khoảng cách giữa đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z-3}{3}$  và mặt phẳng

$$(P): 2x - y - 2z - 1 = 0.$$

**A.**  $d(M, (P)) = 3$ .    **B.**  $d(M, (P)) = 2$ .    **C.**  $d(M, (P)) = \frac{8}{3}$ .    **D.**  $d(M, (P)) = \frac{1}{3}$ .

**Cách giải:**Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(-1; 0; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_\Delta = (1; -4; 3)$ .Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_P = (2; -1; -2)$ .

$$\text{Ta có } \vec{n}_P \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta // (P) \\ \Delta \subset (P) \end{cases}$$

Suy ra  $d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 0 - 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 3$ .

**Chọn A.**

**Câu 36.** Các số thực dương  $x, y \neq 1$  thỏa mãn  $\log_2 x = \log_y 16$  và  $xy = 64$ . Giá trị của biểu thức  $\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2$

bằng

**A.** 20.

**B.**  $\frac{25}{2}$ .

**C.**  $\frac{45}{2}$ .

**D.** 25.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\log_2 x = \log_y 16 \Leftrightarrow \log_2 x = \frac{4}{\log_2 y} \Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_2 y = 4$ .

$xy = 64 \Leftrightarrow \log_2(xy) = \log_2 64 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 y = 6$ .

$\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2 = (\log_2 x - \log_2 y)^2 = (\log_2 x + \log_2 y)^2 - 4 \log_2 x \cdot \log_2 y = 6^2 - 4 \cdot 4 = 20$ .

**Câu 37.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ điểm  $C'$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng

**A.**  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

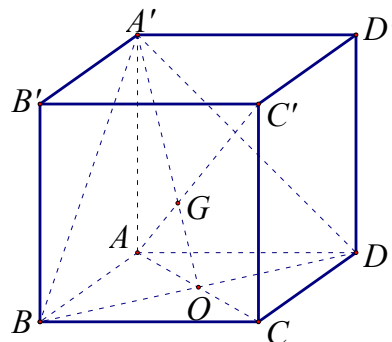
**B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $a\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $AC' \perp (A'BD)$  và  $AC' \cap (A'BD) = G$  với  $AG = \frac{1}{3} AC'$ .

Suy ra  $d(C', (A'BD)) = C'G = \frac{2}{3} AC' = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Chú ý: Có thể tọa độ hóa hoặc dùng thể tích.

**Câu 38.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương bé hơn 2024 của tham số  $m$  sao cho hàm số

$y = \frac{2x^2 + 2x - 1 - 5m}{x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 5)$ ?

**A.** 2021.

**B.** 2018.

**C.** 2020.

**D.** 2019.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ .

Ta có  $y' = \frac{2x^2 - 4mx + 3m + 1}{(x - m)^2}$ .

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; 5)$

$$\Leftrightarrow y' = \frac{2x^2 - 4mx + 3m + 1}{(x - m)^2} \leq 0 \forall x \in (1; 5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4mx + 3m + 1 \leq 0 \forall x \in (1; 5) \\ m \notin (1; 5) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m + 3 \leq 0 \\ -17m + 51 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3$$

$$\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 5 \end{cases}$$

Do nguyên dương bé hơn 2024 nên  $5 \leq m \leq 2023$ .

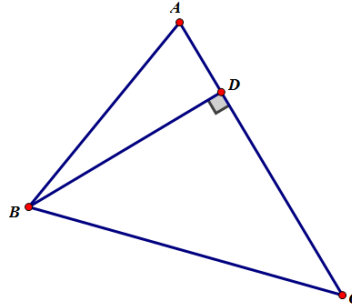
Vậy có tất cả 2019 giá trị.

**Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 0; 1)$ ,  $B(-3; 2; 0)$ ,  $C(2; -2; 3)$ . Đường cao kẻ từ  $B$  của tam giác  $ABC$  đi qua điểm nào trong các điểm sau?

**A.**  $P(-1; 2; -2)$ .      **B.**  $M(-1; 3; -1)$ .      **C.**  $N(0; 3; -2)$ .      **D.**  $Q(-5; 3; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 2; -1)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 2)$ ,  $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2) \Rightarrow [\vec{n}, \overrightarrow{AC}] = (12; 0; -12)$ .

Một vectơ chỉ phương của đường cao kẻ từ  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $\vec{u} = \frac{1}{12} [\vec{n}, \overrightarrow{AC}] = (1; 0; -1)$ .

Phương trình đường cao kẻ từ  $B$  là: 
$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}$$

Ta thấy điểm  $P(-1; 2; -2)$  thuộc đường thẳng trên.

**Câu 40.** Bạn An có 6 viên bi gồm 2 viên bi màu đỏ, 2 viên bi màu xanh và 2 viên bi màu vàng, các viên bi là đôi một khác nhau. An bỏ ngẫu nhiên 6 viên bi vào 3 cái hộp khác nhau, mỗi hộp 2 viên bi. Xác suất để không có hai viên bi cùng màu nào được bỏ vào cùng một cái hộp bằng

**A.**  $\frac{4}{5}$ .      **B.**  $\frac{8}{15}$ .      **C.**  $\frac{2}{5}$ .      **D.**  $\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

+) Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_6^2 \cdot C_4^2 = 90$ .

Gọi  $A$  là biến cố ‘không có hai viên bi cùng màu nào được bỏ vào cùng một cái hộp’.

$\bar{A}$ : “Có ít nhất 2 viên bi cùng màu được bỏ vào cùng 1 cái hộp”

TH1: Chỉ có đúng 2 viên bi cùng màu được bỏ vào cùng 1 cái hộp.

Chọn 2 viên bi cùng màu và chọn 1 cái hộp để bỏ vào, có  $C_3^1 \cdot C_3^1 = 9$

Xếp 4 viên bi còn lại vào 2 hộp còn lại sao cho không có hai viên bi nào cùng màu vào trong một cái hộp, có  $C_2^1 \cdot C_2^1 = 4$ .

Như vậy có 36 cách xếp.

TH2: Mỗi hộp đều có 2 viên bi cùng màu. Trường hợp này có  $3! = 6$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{36+6}{90} = \frac{8}{15}$$

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + bx^2 + c$  ( $b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong  $(C)$  và đường thẳng  $(d): y = g(x)$  tiếp xúc với  $(C)$  tại điểm  $x_0 = 1$ . Biết  $(d)$  và  $(C)$  còn hai điểm chung khác có hoành độ là  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) và  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{g(x) - f(x)}{(x-1)^2} dx = \frac{4}{3}$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $(C)$  và đường thẳng  $(d)$ .

**A.**  $\frac{29}{5}$ .

**B.**  $\frac{28}{5}$ .

**C.**  $\frac{143}{5}$ .

**D.**  $\frac{43}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo giả thiết ta có:  $f(x) - g(x) = (x-1)^2(x-x_1)(x-x_2) = x^4 + bx^2 - mx + n$  (\*)

$$\text{Ta có: } \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x) - g(x)}{(x-1)^2} dx = \int_{x_1}^{x_2} (x-x_1)(x-x_2) dx = \int_{x_1}^{x_2} (x-x_1)(x-x_1+x_1-x_2) dx$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \left[ (x-x_1)^2 + (x-x_1)(x_1-x_2) \right] dx = \left( \frac{(x-x_1)^3}{3} + (x_1-x_2) \frac{(x-x_1)^2}{2} \right) \Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$= \frac{(x_2-x_1)^3}{3} - \frac{(x_2-x_1)^3}{2} = -\frac{(x_2-x_1)^3}{6} = \frac{-4}{3}$$

$$\text{Suy ra } (x_2-x_1)^3 = 8 \Leftrightarrow x_2-x_1 = 2 \quad (1)$$

Mặt khác theo định lí Viet bậc 4 của phương trình (\*) ta được:

$$1+1+x_2+x_1 = 0 \Leftrightarrow x_2+x_1 = -2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = -2 \end{cases}$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $(C)$  và đường thẳng  $(d)$  là:

$$S = \int_{-2}^0 \left| (x-1)^2(x+2)x \right| dx = \frac{29}{5}$$

**Câu 42.** Xét các số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z|=2$  và  $(w-3+4i)(\bar{w}+3+4i)$  là số thuần ảo. Khi  $|z-w|=3\sqrt{2}$ , giá trị của  $|2z+w|$  bằng

**A.**  $\sqrt{41}$ .

**B.**  $\sqrt{47}$ .

**C.**  $\sqrt{63}$ .

**D.**  $4\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

• Đặt  $w = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ),  $P = |2z + w|$

• Ta có:

$$(w-3+4i)(\bar{w}+3+4i) = (a-3+(b+4)i)(a+3+(-b+4)i)$$

$$(w-3+4i)(\bar{w}+3+4i) \text{ là số thuần ảo} \Rightarrow a^2 + b^2 = 25 \Rightarrow |w| = 5.$$

$$\bullet |z-w| = 3\sqrt{2} \Rightarrow 18 = |z-w|^2 = (z-w)(\bar{z}-\bar{w}) \Rightarrow 18 = |z|^2 - (z\bar{w} + \bar{z}w) + |w|^2$$

$$\Leftrightarrow 18 = 4 - (z\bar{w} + \bar{z}w) + 25 \Rightarrow z\bar{w} + \bar{z}w = 11$$

$$\bullet P^2 = |2z+w|^2 = (2z+w)(2\bar{z}+\bar{w}) = 4|z|^2 + 2(z\bar{w} + \bar{z}w) + |w|^2 = 16 + 22 + 25 = 63$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{63}$$

**Câu 43.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều,  $A'A = A'B = A'C = a$  Biết góc giữa  $(BCC'B')$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{32}$ .

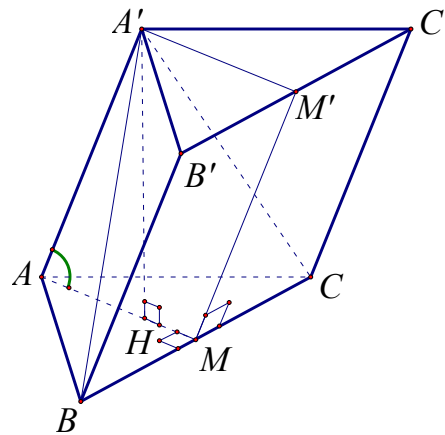
B.  $\frac{7a^3}{24}$ .

C.  $\frac{9a^3}{32}$ .

D.  $\frac{3a^3}{8}$ .

Lời giải

**Chọn C**



Do  $ABC$  là tam giác đều và cạnh  $A'A = A'B = A'C = a$  nên hình chiếu của  $A'$  trên đáy là trọng tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

Góc giữa  $(BCC'B')$  và đáy là góc giữa  $MM'$  và  $AM$  nên cũng là góc  $\widehat{A'AH}$ .

Suy ra  $\widehat{A'AH} = 60^\circ$

Ta có  $\triangle AA'H$  vuông tại  $H$ :  $\sin 60^\circ = \frac{A'H}{A'A} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$AH = A'A \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$ . Suy ra  $AM = \frac{3}{2}AH = \frac{3}{4}a$ , do đó  $AB = \frac{AM}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_d = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{16}$

Vậy  $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{3\sqrt{3}a^2}{16} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{32}$ .

**Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$  và điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ . Ba điểm  $A, B, C$  phân biệt cùng thuộc mặt cầu  $(S)$  sao cho  $MA, MB, MC$  là các tiếp tuyến của  $(S)$ . Biết rằng mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $D(1;1;0)$ . Tổng  $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$  bằng

A.  $\frac{1}{27}$ .

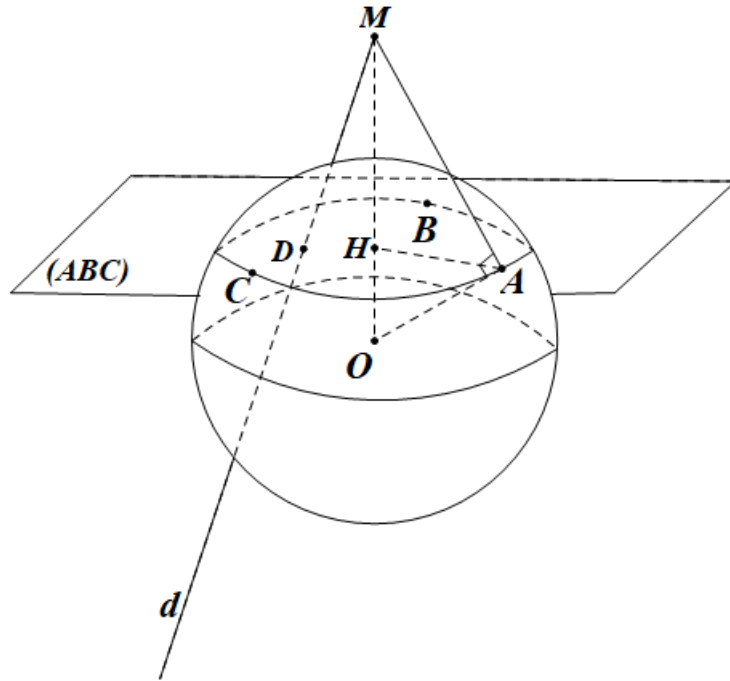
B.  $\frac{27}{4}$ .

C.  $\frac{25}{3}$ .

D.  $\frac{23}{5}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Mặt cầu có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 = 1 \Rightarrow$  tâm  $O(0;0;0)$ , bán kính  $R=1$ .

Xét tọa độ tiếp điểm  $A(x; y; z)$

$$MA \text{ là tiếp tuyến của mặt cầu tại } A \Rightarrow MA = \sqrt{MO^2 - R^2} \Rightarrow MA^2 = MO^2 - R^2$$

$$\Rightarrow (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 1$$

Tọa độ điểm  $A$  thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow x_0 \cdot x + y_0 \cdot y + z_0 \cdot z - 1 = 0$$

Suy ra phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  qua các tiếp điểm  $A, B, C$  là:

$$x_0 \cdot x + y_0 \cdot y + z_0 \cdot z - 1 = 0$$

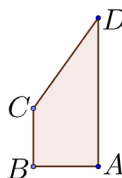
Mà mặt phẳng  $(ABC)$  qua điểm  $D(1;1;0) \Rightarrow x_0 + y_0 - 1 = 0$

$$\text{Do } M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 2-t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1+t \\ y_0 = 1+t \\ z_0 = 2-t \end{cases}$$

$$\text{nên thế } \begin{cases} x_0 = 1+t \\ y_0 = 1+t \\ z_0 = 2-t \end{cases} \text{ vào ta được } 1+t+1+t-1=0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{Vậy } T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$$

**Câu 45.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AB=2$ ,  $AD=8$  và  $BC=x$  với  $0 < x < 8$ . Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang  $ABCD$  (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng  $BC$  và  $AD$ . Tìm  $x$  để  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$ .



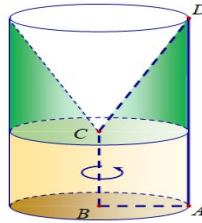
**A.**  $x=1$ .

**B.**  $x=2$ .

**C.**  $x=4$ .

**D.**  $x=3$ .

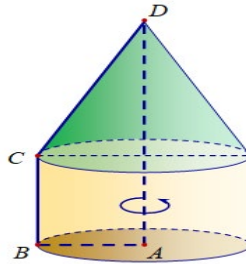
**Lời giải**



• Khi quay hình thang  $ABCD$  (kẻ các điểm trong) quanh đường thẳng  $BC$  ta được khối tròn xoay có thể tích là

$$V_1 = V_3 - V_4 = 32\pi - \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2(8-x) = \frac{4}{3}\pi(16+x).$$

Trong đó,  $V_3$  là thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 8;  $V_4$  là thể tích khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng  $8-x$ .



• Khi quay hình thang  $ABCD$  (kẻ các điểm trong) quanh đường thẳng  $AD$  ta được khối tròn xoay có thể tích là

$$V_2 = V_5 + V_4 = 4\pi x + \frac{1}{3}\pi \cdot 4 \cdot (8-x) = \frac{4}{3}\pi(8+2x).$$

Trong đó,  $V_5$  là thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng  $x$ .

Theo giả thiết ta có:  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{16+x}{8+2x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 32+2x = 24+6x \Leftrightarrow x = 2.$

**Câu 46.** Cho các số thực  $a > 3, b > 1, c > 1$  thỏa mãn  $\log_{a(b+2c)} \frac{bc(a-3)}{ab+2ca} + \log_{bc(a-3)}(ab+2ca) = 1.$

Giá trị nhỏ nhất của  $T = a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** (19; 20).                      **B.** (16; 17).                      **C.** (18; 19).                      **D.** (17; 18).

**Lời giải**

Đặt  $\begin{cases} ab+2ca = x \\ bc(a-3) = y \end{cases}$ , từ giả thiết suy ra  $x > 9, 0 < y \neq 1.$

Theo bài ra ta có:  $1 = \log_x \frac{y}{x} + \log_y x = \log_x y - 1 + \log_y x \Leftrightarrow \log_x y + \log_y x = 2.$

Do đó  $\log_x y + \frac{1}{\log_x y} = 2 \Rightarrow \log_x^2 y - 2\log_x y + 1 = 0 \Leftrightarrow (\log_x y - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \log_x y = 1 \Leftrightarrow y = x.$

Từ đó suy ra  $ab+2ca = bc(a-3) \Leftrightarrow ab+2ca+3bc = abc \Leftrightarrow \frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a} = 1.$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacópki cho bộ 3 số ta có:

$$\left( (\sqrt{c})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{a})^2 \right) \left( \left( \frac{1}{\sqrt{c}} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{b}} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a}} \right)^2 \right) \geq (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2$$

$$\Leftrightarrow (a+b+c) \left( \frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a} \right) \geq (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \Leftrightarrow T \geq (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2.$$

Dấu "=" của bất đẳng thức trên xảy ra khi



$$\begin{cases} \frac{1}{c} = \frac{\sqrt{2}}{b} = \frac{\sqrt{3}}{a} \\ \frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{c} + \frac{\sqrt{2}}{c} + \frac{\sqrt{3}}{c} = 1 \\ b = c\sqrt{2} \\ a = c\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ b = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{6} \\ a = 3 + \sqrt{3} + \sqrt{6} \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $T$  bằng  $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \approx 17,19 \in (17; 18)$ .

**Câu 47.** Xét số phức  $z$  và  $w$  thay đổi thỏa mãn  $|z| = |w| = 3$  và  $|z - w| = 3\sqrt{2}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = |z - 1 - i| + |w + 2 - 5i|$  bằng

- A.  $5 - 3\sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{29} - \sqrt{2}$ .      **C.  $\sqrt{17}$ .**      D. 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

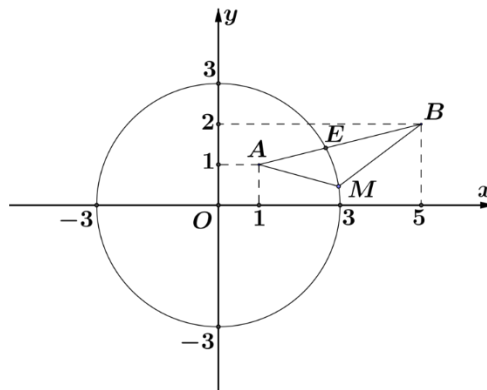
Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm biểu diễn số phức  $z$  và  $w$ .

Từ giả thiết ta có:  $\begin{cases} OM = ON = 3 \\ MN = 3\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta OMN$  vuông tại  $O \Rightarrow \overline{OM} \perp \overline{ON} \Rightarrow \begin{cases} w = iz \\ w = -iz \end{cases}$ .

Trường hợp  $w = iz$ .

Ta có  $P = |z - 1 - i| + |iz + 2 - 5i| = |z - (1 + i)| + |z - (5 + 2i)| = MA + MB$  với  $A(1; 1), B(5; 2)$ .

Gọi  $E$  là giao điểm của đoạn  $AB$  với đường tròn  $(O; 3)$  như hình vẽ.



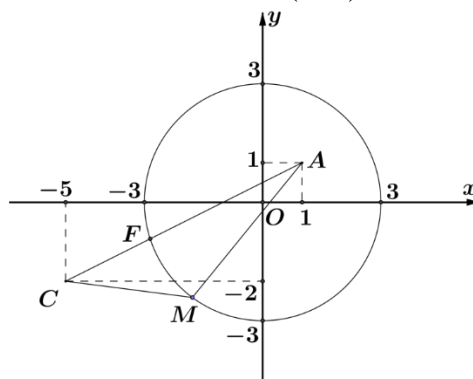
Có  $P = MA + MB \geq AB$ ,  $AB = \sqrt{17}$ .

Suy ra  $\min P = \sqrt{17}$  khi  $M \equiv E$ ,  $N$  là ảnh của  $M$  qua phép quay  $Q_{(O, 90^\circ)}$ .

Trường hợp  $w = -iz$ .

Ta có  $P = |z - 1 - i| + |-iz + 2 - 5i| = |z - (1 + i)| + |z - (-5 - 2i)| = MA + MC$  với  $A(1; 1), C(-5; -2)$ .

Gọi  $F$  là giao điểm của đoạn  $AC$  với đường tròn  $(O; 3)$  như hình vẽ.

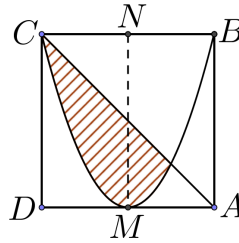


Có  $P = MA + MC \geq AC$ ,  $AC = 3\sqrt{5}$ .

Suy ra  $\min P = 3\sqrt{5}$  khi  $M \equiv F$ ,  $N$  là ảnh của  $M$  qua phép quay  $Q_{(O, -90^\circ)}$ .

Kết hợp hai trường hợp, ta được  $\min P = \sqrt{17}$ .

**Câu 48.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 4, hai điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AD$  và  $BC$ . Gọi  $(P)$  là parabol có đỉnh  $M$ , trục đối xứng  $MN$  và đi qua hai đỉnh  $B, C$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi parabol  $(P)$  và đường chéo  $AC$  (phần gạch sọc trong hình vẽ bên). Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay  $(H)$  quanh trục  $MN$  bằng



A.  $\frac{8\pi}{3}$

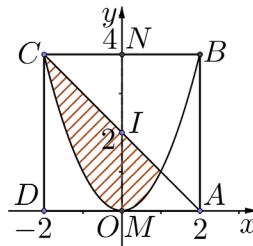
B.  $\frac{16\pi}{3}$

C.  $\frac{16}{3}$

D.  $\frac{72\pi}{5}$

**Lời giải**

**Chọn B**



Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ. Khi đó phương trình của  $(P)$  là  $y = x^2$  và phương trình của  $AC$  là  $y = -x + 2$ . Do tính đối xứng của  $(P)$  qua trục tung nên khối tròn xoay được tạo ra bằng cách lấy khối tròn xoay do tam giác cong  $OCN$  quay quanh  $Oy$  tạo ra bỏ đi phần khối tròn xoay do tam giác  $ICN$  quay quanh  $Oy$  tạo ra. Do đó thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^4 (-\sqrt{y})^2 dy - \pi \int_2^4 (2-y)^2 dy = \frac{16\pi}{3}.$$

**Câu 49.** Cho hàm số  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$ . Hỏi phương trình  $f(4\cos^2 x - 5) \cdot f(4 - 2\cos x) = 4$  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ ?

A. 6.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

**Lời giải**

+) Xét hàm số  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{\sqrt{x^2 + 4} + x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

Với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ta có:  $x^2 + 4 > x^2 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 4} > |x| \Rightarrow \sqrt{x^2 + 4} > -x$  và  $\sqrt{x^2 + 4} > x$

Suy ra  $\sqrt{x^2 + 4} + x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  và  $\sqrt{x^2 + 4} - x > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Do đó,  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  và

$f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$  nên hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

+) Với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ta có:  $f(x) \cdot f(-x) = (x + \sqrt{x^2 + 4}) \cdot (-x + \sqrt{x^2 + 4}) = 4 \Rightarrow \frac{4}{f(x)} = f(-x)$

(do  $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ )

Do đó,  $f(4\cos^2 x - 5) \cdot f(4 - 2\cos x) = 4 \Leftrightarrow f(4\cos^2 x - 5) = \frac{4}{f(4 - 2\cos x)}$

$\Leftrightarrow f(4\cos^2 x - 5) = f(2\cos x - 4)$  (\*)

Mà hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nên  $(*) \Leftrightarrow 4\cos^2 x - 5 = 2\cos x - 4$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 x - 2\cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1+\sqrt{5}}{4} & (1) \\ \cos x = \frac{1-\sqrt{5}}{4} & (2) \end{cases}$$

Nhận xét:

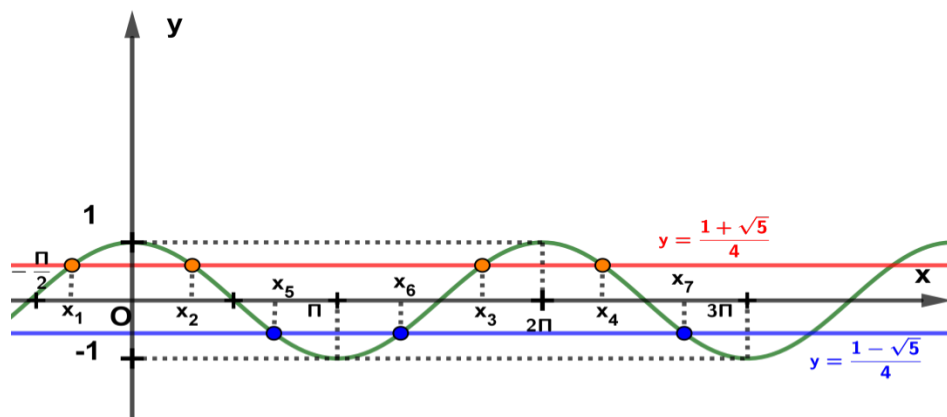
+ Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đồ thị:  $y = \cos x$  và đường thẳng

$$d_1: y = \frac{1+\sqrt{5}}{4}.$$

+ Số nghiệm phương trình (2) là số giao điểm của hai đồ thị:  $y = \cos x$  và đường thẳng

$$d_2: y = \frac{1-\sqrt{5}}{4}.$$

Các đồ thị được thể hiện như sau



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2; x_3; x_4$  và phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt  $x_5; x_6; x_7$  các nghiệm này khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0;0;15), B(4;3;2)$ . Xét các điểm  $M$  thay đổi sao cho tam giác  $OAM$  không phải là tam giác nhọn và có diện tích bằng 45. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $MB$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (2;3).

**B. (1; 2).**

C. (0;1).

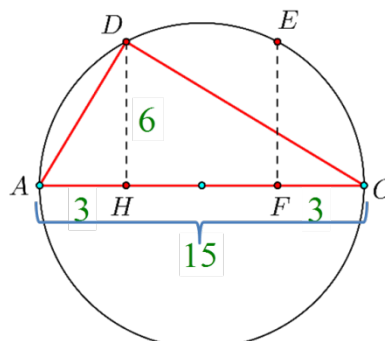
D. (3;4).

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } S_{OAM} = \frac{1}{2} OA \cdot d(M; OA) = 45 \Rightarrow d(M; OA) = 6.$$

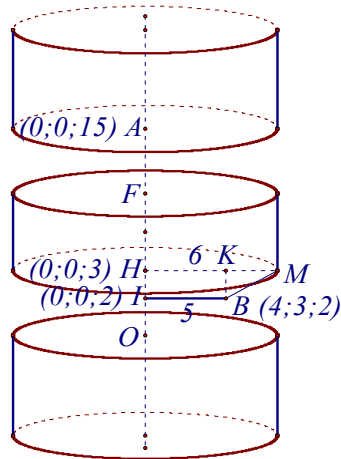
Suy ra:  $M$  di động trên mặt trụ (T), bán kính bằng  $R = 6$  trục là  $OA$ .



Xét điểm  $D$  thuộc mặt trụ (T) sao cho tam giác  $OAD$  vuông tại  $D$  như hình vẽ.

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} HA \cdot HO = HD^2 = 36 \\ HA + HO = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HA = 3 \\ HO = 12 \end{cases}$$

Vì tam giác  $OAM$  không phải là tam giác nhọn nên tam giác  $OAM$  phải có đúng một góc vuông hoặc tù. Suy ra tập hợp điểm  $M$  là 3 phần mặt trụ với trục  $Az, Oz'$  và  $FH$ .



Ta có hình chiếu của B trên  $Oz$  là  $I(0;0;2)$  gần điểm  $H(0;0;3)$  nhất nên điểm  $M$  gần B nhất thuộc phần mặt trụ giới hạn bởi 2 mặt phẳng  $z=3$  và  $z=12$  có trục  $HF$ .

Gọi  $K$  là hình chiếu của B trên mặt phẳng  $z=3$  ta có  $K(4;3;3)$  và  $BK = 1$ .

$$\min KM = 6 - HK = 6 - 5 = 1.$$

$$\text{Do đó } \min BM = \sqrt{BK^2 + (\min KM)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$

∞ HẾT ∞