

**Bài 1. (2,0 điểm).** Cho 2 biểu thức:  $P = \frac{x+7}{3\sqrt{x}}$  và  $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$   
(với  $x > 0, x \neq 9$ )

a) Tính giá trị của biểu thức P khi  $x = 4$ .

b) Chứng minh  $Q = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = P.Q$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).** Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất 1100 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 15%. Vì vậy trong thời gian quy định, họ đã hoàn thành vượt mức 180 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ được giao theo kế hoạch.

**Bài 3. (2,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 3x - 2$ . Biết (d) cắt (P) tại hai điểm A, B.

a) Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Xác định tọa độ hai điểm A và B.

c) Tính diện tích tam giác OAB.

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho nửa đường tròn (O), đường kính  $AB = 2R$ . Gọi Ax là tia tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Trên tia Ax lấy điểm M bất kì ( $M \neq A$ ), MB cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là K. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với MO tại I.

a) Chứng minh: Tứ giác AIKM nội tiếp.

b) Chứng minh  $\widehat{MIK} = \widehat{KBA}$  từ đó chứng minh 4 điểm K, I, O, B nằm trên cùng một đường tròn.

c) Kéo dài AI cắt nửa đường tròn tại C ( $C \neq A$ ). Kẻ CH vuông góc với AB tại H. Tìm vị trí điểm M trên tia Ax để  $\Delta ICH$  đều. (vị trí điểm M tìm được chỉ dùng cho câu c)

d) Gọi N là trung điểm của CH, chứng minh K, N, B thẳng hàng.

**Bài 5. (0,5 điểm).** Giải phương trình sau:  $x^2 - 2x - 1 = \sqrt{(x^2 + 1)(x + 1)}$

----- Chúc con làm bài tốt -----

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh: .....Lớp: 9.....

Ngày kiểm tra: 09/3/2024

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian phát đề)

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**

Bài	Câu	Đáp án	Điểm
		<b>Tính giá trị của biểu thức P khi <math>x = 4</math></b>	<b>0,5</b>
<b>1</b> <b>(2,0đ)</b>	a)	Thay $x = 4$ (tmđk) vào biểu thức P ta có:	0,25
		$P = \frac{4+7}{3\sqrt{4}} = \frac{11}{3 \cdot 2} = \frac{11}{6}$	0,25
	b)	<b>Chứng minh <math>Q = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}</math></b>	<b>1</b>
		$Q = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{7\sqrt{x+3}}{9-x} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} - \frac{7\sqrt{x+3}}{x-9}$	0,25
		$= \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} + \frac{7\sqrt{x+3}}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})}$	0,25
		$= \frac{x+3\sqrt{x}+\sqrt{x}+3+2x-6\sqrt{x}-7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})}$	0,25
		$= \frac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}$	0,25
			<b>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>A = P \cdot Q</math></b>
	c)	Với $x > 0, x \neq 9$ , ta có	
		$A = P \cdot Q = \frac{x+7}{3\sqrt{x}} \cdot \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} = \frac{x+7}{\sqrt{x+3}} = (\sqrt{x+3}) + \frac{16}{\sqrt{x+3}} - 6$	0,25
Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho hai số không âm ta có:			
	$\left(\sqrt{x+3}\right) + \frac{16}{\sqrt{x+3}} \geq 8 \Rightarrow \left(\sqrt{x+3}\right) + \frac{16}{\sqrt{x+3}} - 6 \geq 2 \Rightarrow A_{\min} = 2$	0,25	
	Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x+3} = \frac{16}{\sqrt{x+3}} \Leftrightarrow x = 1$ (TMĐK $x > 0, x \neq 9$ )		
	Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2$ tại $x = 1$		

2 (2,0đ)		Gọi số sản phẩm được giao của tổ I theo kế hoạch là $x$ ( sản phẩm) ( $x \in N^*, x < 1100$ )	0,25
		Gọi số sản phẩm được giao của tổ II theo kế hoạch là $y$ ( sản phẩm) ( $y \in N^*, y < 1100$ )	
		Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất được 1100 sản phẩm nên ta có pt: $x + y = 1100$ (1)	0,25
		Số sản phẩm tổ I làm được sau khi vượt mức 18% là: $1,18x$ (sp)	0,25
		Số sản phẩm tổ II làm được sau khi vượt mức 15% là: $1,15y$ (sp)	0,25
		Số sản phẩm cả 2 tổ làm được sau khi vượt mức 180 sp là: $1100 + 180 = 1280$ , ta có pt: $1,18x + 1,15y = 1280$ (2)	0,25
		Từ (1), (2) ta có hệ pt: $\begin{cases} x + y = 1100 \\ 1,18x + 1,15y = 1280 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ được $\begin{cases} x = 500 (TM) \\ y = 600 (TM) \end{cases}$	0,25
	Vậy số sản phẩm được giao của tổ I theo kế hoạch là 500 (sp), số sản phẩm được giao của tổ II theo kế hoạch 600 (sp).	0,25	
3 (2,0đ)	a)	Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng một mặt phẳng tọa độ. +) Xác định đúng các điểm thuộc (d) +) Vẽ đúng đường thẳng (d) +) Xác định đúng các điểm thuộc (P) +) Vẽ đúng (P)	1 0,25 0,25 0,25 0,25
	b)	Xác định tọa độ hai điểm A và B. $(P): y = x^2; (d): y = 3x - 2 \quad (d) \cap (P) = \{A, B\}$ * Phương trình hoành độ của (d) và (P) là: $x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$ Không mất tính tổng quát ta giả sử $x_A = 2; x_B = 1 \Rightarrow y_A = 4; y_B = 1$ Vậy A(2;4); B(1;1)	0,5 0,25 0,25
	c)	Tính diện tích tam giác OAB. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của B và A trên trục Ox $\Rightarrow H(1;0); K(2;0) \Rightarrow HK =  x_K - x_H  = 1$ (đvdt) $S_{OAK} = \frac{1}{2} OK \cdot KA = \frac{1}{2}  x_K  \cdot  y_A  = \frac{1}{2} 2 \cdot 4 = 4$ (đvdt) $S_{OHB} = \frac{1}{2} OH \cdot HA = \frac{1}{2}  x_H  \cdot  y_B  = \frac{1}{2} 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$ (đvdt) $S_{BHKA} = \frac{1}{2} (BH + KA) \cdot HK = \frac{1}{2} (1 + 4) \cdot 1 = \frac{5}{2}$ (đvdt) $S_{OAB} = S_{OAK} - S_{OHB} - S_{BHKA} = 4 - \frac{1}{2} - \frac{5}{2} = 1$ (đvdt)	0,5 0,25 0,25

4 (3,5đ)	<p>Vẽ hình đến câu a</p> <p>a) Xét (O) có <math>\widehat{AKB} = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  <math>\Rightarrow \widehat{AKM} = 90^\circ</math>  Có <math>\widehat{AIM} = 90^\circ</math> (AI <math>\perp</math> MO)  Xét tứ giác AIKM có:  <math>\widehat{AKM} = \widehat{AIM} = 90^\circ</math>  Mà K và I là hai đỉnh kề nhau  <math>\Rightarrow</math> AIKM là tứ giác nội tiếp</p>		0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vì tứ giác AIKM nội tiếp nên <math>\widehat{MIK} = \widehat{MAK}</math> (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung MK)</li> <li>- C/m: <math>\widehat{MAK} = \widehat{ABK}</math>  <math>\Rightarrow \widehat{MIK} = \widehat{ABK}</math></li> <li>- C/m tứ giác KIOB nội tiếp (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối)  <math>\Rightarrow</math> K, I, O, B cùng thuộc một đường tròn</li> </ul>	0,25 0,25 0,25	
	<p>c)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- C/m H là trung điểm của AC  <math>\Rightarrow</math> IH = IC (theo tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền) <math>\Rightarrow</math> <math>\Delta</math>ICH cân</li> <li>- Để <math>\Delta</math>ICH cân trở thành <math>\Delta</math> ICH đều thì <math>\widehat{ICH} = 60^\circ \Rightarrow</math> c/m <math>\widehat{MAC} = 60^\circ</math></li> <li>- Tính được độ dài <math>AC = R\sqrt{3}</math></li> <li>- C/m MA = AC <math>\Rightarrow</math> Tìm được vị trí điểm M trên tia Ax sao cho <math>AM = R\sqrt{3}</math></li> </ul>	0,25 0,25 0,25	
	<p>d)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gọi N' là giao điểm của KB và CH. C/m tứ giác KCN'I nội tiếp từ đó c/m <math>IN' \parallel AB</math></li> <li>- C/m N' là trung điểm của CH <math>\Rightarrow N \equiv N' \Rightarrow</math> K, N, B thẳng hàng.</li> </ul>	0,25 0,25	
5 (0,5đ)	<p><b>Giải phương trình</b> <math>x^2 - 2x - 1 = \sqrt{(x^2 + 1)(x + 1)}</math></p> <p>ĐKXD: <math>x \geq -1</math>  *Nhận xét:  <math>x^2 - 2x - 1 = (x^2 + 1) - 2(x + 1)</math>  Đặt  <math>a = \sqrt{x^2 + 1} (a &gt; 0), b = \sqrt{x + 1} (b \geq 0)</math>  Từ (1) ta có pt:  <math>a^2 - 2b^2 = ab \Leftrightarrow a^2 - 2b^2 - ab = 0</math>  <math>\Leftrightarrow (a + b)(a - 2b) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow a - 2b = 0</math> vì <math>a + b &gt; 0</math>  <math>\sqrt{x^2 + 1} = 2\sqrt{x + 1} \Leftrightarrow x^2 + 1 = 4(x + 1)</math>  <math>\Leftrightarrow x^2 - 4x - 3 = 0</math>  Giải PT tìm và trả lời được PT có hai nghiệm là  <math>x_1 = 2 + \sqrt{7}</math> (TM); <math>x_2 = 2 - \sqrt{7}</math> (TM)  Kết luận</p>	0,5đ 0,25	

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa