

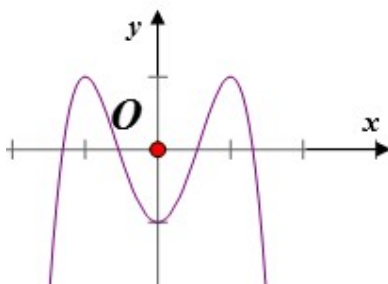
KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA
- ĐỢT 1 -
NĂM HỌC 2020 - 2021
 Môn: Toán - Mã đề 101

HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

LINK NHÓM: <https://www.facebook.com/groups/1916660125164699>

- Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là
 A. $(-\infty; \log_3 2)$. B. $(\log_3 2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_2 3)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.
- Câu 2.** Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 3$ và $\int_1^4 g(x) dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng
 A. -1 . B. -5 . C. 5 . D. 1 .
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là
 A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
 C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là:
 A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau
- | | | | | | | |
|---------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | -1 | 1 | 4 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $+$ | 0 |
- Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
 A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 6.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. -3.

Câu 8. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$. B. $A_n^4 = \frac{4!}{(n-4)!}$. C. $A_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$. D. $A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$.

Câu 9. Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -5. D. -2.

Câu 10. Trên khoảng $(0, +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là:

- A. $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. B. $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. C. $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. D. $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 2x + C$. B. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

- A. $(-2; 3; 5)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(-2; -3; 5)$. D. $(2; -3; -5)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

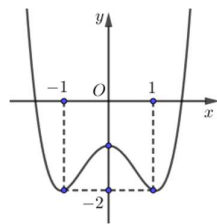
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			5	

The graph shows a function $f(x)$ with a local minimum at $x = -1$ (value -3) and a local maximum at $x = 1$ (value 5). The function approaches $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $-\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 5. C. -3. D. 1.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

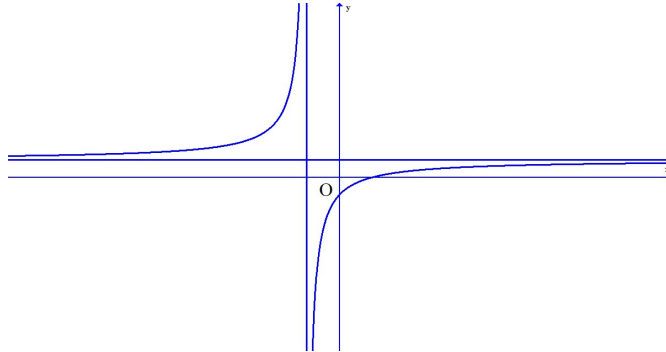
Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

- A.** $x = \frac{8}{5}$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = \frac{9}{5}$. **D.** $x = 8$.
- Câu 16.** Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng
A. 36. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 17.** Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng
A. $5a^3$. **B.** a^3 . **C.** $125a^3$. **D.** $25a^3$.
- Câu 18.** Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $[0; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $(0; +\infty)$.
- Câu 19.** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $S = 16\pi R^2$. **B.** $S = 4\pi R^2$. **C.** $S = \pi R^2$. **D.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.
- Câu 20.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.
- Câu 21.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng
A. 4. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** -4.
- Câu 22.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $\frac{5}{6}a^3$. **B.** $\frac{5}{2}a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $\frac{5}{3}a^3$.
- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)
A. $\vec{n}_1 = (-3; 1; 2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$. **C.** $\vec{n}_3 = (3; 1; 2)$. **D.** $\vec{n}_4 = (3; 1; -2)$.
- Câu 24.** Cho khối hình trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 108π . **B.** 36π . **C.** 18π . **D.** 54π .
- Câu 25.** Cho hai số phức $z = 4 + 2i$, $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng
A. $1 + 6i$. **B.** $7 - 2i$. **C.** $7 + 2i$. **D.** $-1 - 6i$.
- Câu 26.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân bằng
A. -6. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 6.
- Câu 27.** Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?
A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. **B.** $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

- A. $z_2 = 3 + 4i$. B. $z_3 = -3 + 4i$. C. $z_4 = -3 - 4i$. D. $z_1 = 3 - 4i$.

Câu 29. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \neq -1$. B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.
C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 30. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{1}{22}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 31. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $2a$. C. a . D. $2\sqrt{2}a$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $3x + y + 2z - 17 = 0$. B. $3x + y + 2z - 3 = 0$.
C. $5x + y + 2z - 5 = 0$. D. $5x + y + 2z - 25 = 0$.

Câu 35. Cho số phức $iz = 5 + 4i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 4 + 5i$. B. $\bar{z} = 4 - 5i$. C. $\bar{z} = -4 + 5i$. D. $\bar{z} = -4 - 5i$

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng AA' và BC' bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60°

Câu 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng:

- A. $a^3 b = 64$. B. $a^3 b = 36$. C. $a^3 + b = 64$. D. $a^3 + b = 36$.

Câu 38. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng:

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 12.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5, & x \geq 1 \\ 3x^2+4, & x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- A. 27. B. 29. C. 12. D. 33.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$?

- A. 24. B. Vô số. C. 26. D. 25.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là

- A. 9. B. 7. C. 3. D. 6.

Câu 42. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 30° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

- A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. B. $4\sqrt{13}\pi a^2$. C. $4\sqrt{7}\pi a^2$. D. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} - 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $z - w$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d lên (P) là đường thẳng có phương trình:

- A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$. D. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

- A. $2 \ln 3$. B. $\ln 3$. C. $\ln 18$. D. $2 \ln 2$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x}$?

A. 27. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 48. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; -4)$ và $B(-2; 1; 2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{53}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 7)(x^2 - 9), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 5x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.D	5.D	6.A	7.D	8.D	9.A	10.C
11.C	12.A	13.C	14.A	15.C	16.B	17.C	18.A	19.B	20.A
21.B	22.D	23.B	24.A	25.B	26.C	27.B	28.B	29.B	30.A
31.C	32.D	33.B	34.B	35.A	36.C	37.A	38.A	39.A	40.C
41.B	42.D	43.B	44.D	45.C	46.D	47.C	48.D	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

- A. $(-\infty; \log_3 2)$. B. $(\log_3 2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_2 3)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Tấn Linh; GVPB: Dương Ju-i

Chọn A

Ta có $3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$

Vậy $S = (-\infty; \log_3 2)$.

Câu 2: Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. -1 . B. -5 . C. 5 . D. 1 .

Lời giải

GVSB: Nguyễn Tấn Linh; GVPB: Dương Ju-i

Chọn C

Ta có $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 3 - (-2) = 5$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Tấn Linh; GVPB: Dương Ju-i

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ có bán kính 3 có phương trình là $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là:

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Lời giải

GVSB: Trần Xuyên; GVPB: Dương Ju-i

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương

$$\text{trình của } d \text{ là } \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}.$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

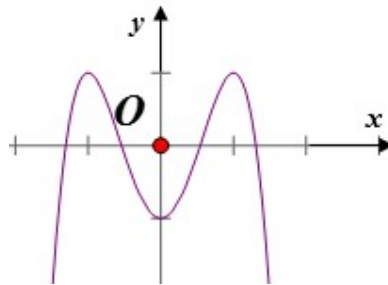
GVSB: Trần Xuyên; **GVPB:** Dương Ju-i

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu, $f'(x)$ đổi dấu khi qua các điểm $x \in \{-2; -1; 4\}$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 4.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **C.** $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

GVSB: Trần Xuyên; **GVPB:** Dương Ju-i

Chọn A

Dựa vào dáng đồ thị, đây là hàm trùng phương nên loại câu B và D.

Đồ thị có bề lõm hướng xuống nên chọn câu A.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. -3.

Lời giải

GVSB: Nam Đình Ngọc; **GVPB:** Dương Ju-i

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ sẽ cắt trục tung tại điểm có hoành độ $x = 0$

Từ đó ta được $y = -3$.

Câu 8: Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$. **B.** $A_n^4 = \frac{4!}{(n-4)!}$. **C.** $A_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$. **D.** $A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$.

Lời giải

GVSb: Nam Đình Ngọc; GVpB: Dương Ju-i

Chọn D

Ta có: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \Rightarrow A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$

Câu 9. Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. -5 .

D. -2 .

Lời giải

GVSB: Nam Đình Ngọc; GVPB: Dương Ju-i

Chọn A

Số phức $z = a + bi$ có phần thực là a do đó $a = 5$.

Câu 10. Trên khoảng $(0, +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là:

A. $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$.

B. $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$.

C. $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

D. $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = x^{\frac{5}{2}} \Rightarrow y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) \, dx = 2x + C.$

B. $\int f(x) \, dx = x^2 + 4x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C.$

D. $\int f(x) dx = x^3 + 4x + C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow \int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

A. $(-2; 3; 5)$.

B. $(2; -3; 5)$.

C. $(-2; -3; 5)$.

D. $(2; -3; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (x_A; y_A; z_A) = (-2; 3; 5)$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1.

B. 5.

C. -3.

D. 1.

Lời giải

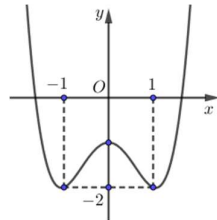
GVSB: Mai Thị Phương Lan GVPB: Châu Vũ

Chọn C

Ta có: $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi đi qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Vậy hàm số đã cho có giá trị cực tiểu là $y = -3$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.

B. $(-\infty;0)$.

C. $(0;+\infty)$.

D. $(-1;1)$.

Lời giải

GVSB: Mai Thị Phương Lan; GVPB: Châu Vũ

Chọn A

Ta có: đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(0;1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

A. $x = \frac{8}{5}$.

B. $x = 9$.

C. $x = \frac{9}{5}$.

D. $x = 8$.

Lời giải

GVSB: Mai Thị Phương Lan; GVPB: Châu Vũ

Chọn C

TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

Ta có: $\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow 5x = 3^2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$.

Câu 16. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

A. 36.

B. 12.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

GVSB: Bùi Hoàng Nguyên; GVPB: Kim Liên

Chọn B

Ta có: $\int_0^3 3f(x)dx = 3 \int_0^3 f(x)dx = 12$.

Câu 17. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A. $5a^3$.

B. a^3 .

C. $125a^3$.

D. $25a^3$.

Lời giải

GVSB: Bùi Hoàng Nguyên; GVPB: Kim Liên

Chọn C

Thể tích của khối lập phương cạnh bằng $5a$ là:

$$V = (5a)^3 = 125a^3$$

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

GVSB: Bùi Hoàng Nguyên; GVPB: Kim Liên

Chọn A

Vì hàm số $y = 9^x$ là hàm số mũ nên có tập xác định là tập $\mathbb{R}$.

Câu 19. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 16\pi R^2$. B. $S = 4\pi R^2$. C. $S = \pi R^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Nhan; GVPB: Kim Liên

Chọn B

Diện tích S của mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Câu 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Nhan; GVPB: Kim Liên

Chọn A

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty.$$

Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình $x = 1$.

Câu 21. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Nhan; GVPB: Kim Liên

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}.$$

Câu 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{5}{6}a^3$. B. $\frac{5}{2}a^3$. C. $5a^3$. D. $\frac{5}{3}a^3$.

Lời giải

GVSB: Ngô Quang Minh; GVPB: Hoàng Dương

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho bằng: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}5a^2 \cdot a = \frac{5}{3}a^3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (-3; 1; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 1; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 1; -2)$.

Lời giải

GVSB: Ngô Quang Minh; GVPB: Hoàng Dương

Chọn B

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$.

Câu 24. Cho khối hình trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 108π . B. 36π . C. 18π . D. 54π .

Lời giải

GVSB: Ngô Quang Minh; GVPB: Hoàng Dương

Chọn A

Thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 3 = 108\pi$.

Câu 25. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$, $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $1 + 6i$. B. $7 - 2i$. C. $7 + 2i$. D. $-1 - 6i$.

Lời giải

GVSB: Châu nguyên minh; GVPB:

Chọn B

Ta có: $z + w = 4 + 2i + 3 - 4i = 7 - 2i$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân bằng

- A. -6 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. 6 .

Lời giải

GVSB: Châu nguyên minh; GVPB:

Chọn C

Ta có: $u_2 = u_1 q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{3} = 3$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + C$. D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Lời giải

GVSB: Châu nguyên minh; GVPB:

Chọn B

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C$

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 4)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $z_2 = 3 + 4i$.

B. $z_3 = -3 + 4i$.

C. $z_4 = -3 - 4i$.

D. $z_1 = 3 - 4i$.

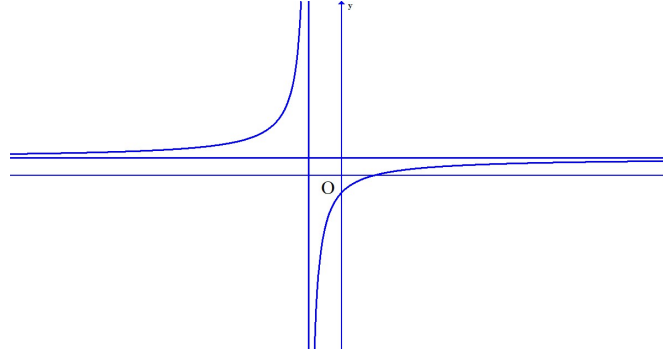
Lời giải

GVSB: Vu Ngọc Anh; GVPB:

Chọn B

Ta có điểm $M(-3; 4)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = a + bi = -3 + 4i$.

Câu 29. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \neq -1$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

GVSB: Vu Ngọc Anh; GVPB:

Chọn B

Ta có : $y = \frac{x+a}{x+1}$

$\Rightarrow y' = \frac{1-a}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ (Dựa theo hướng của đồ thị)

Do $a \neq 1$ nên dấu “=” không xảy ra.

Hàm đơn điệu không phụ thuộc vào a .

Câu 30. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{7}{44}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{1}{22}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải

GVSB: Vu Ngọc Anh; GVPB:

Chọn A

Không gian mẫu $n_{\Omega} = C_{12}^3 = 220$

Gọi A là biến cố: “Lấy được 3 quả màu xanh”

$n_A = C_7^3 = 35$

$P(A) = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$

Câu 31. Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = 0$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Hồng Hiền; GVPB: Minh Văn Nguyễn

Chọn C

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

$$y' = -3x^2 + 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 3) \\ x = -1 \notin (0; 3) \end{cases}$$

Ta có $y(0) = 0; y(1) = 2; y(3) = -18$.

Vậy $\max_{[0;3]} y = y(1) = 2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Hồng Hiền; **GVPB:** Minh Văn Nguyễn

Chọn D

$(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}(1; -2; 4)$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}(1; -2; 4)$ làm vector chỉ phương nên có

phương trình $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}a$.

B. $2a$.

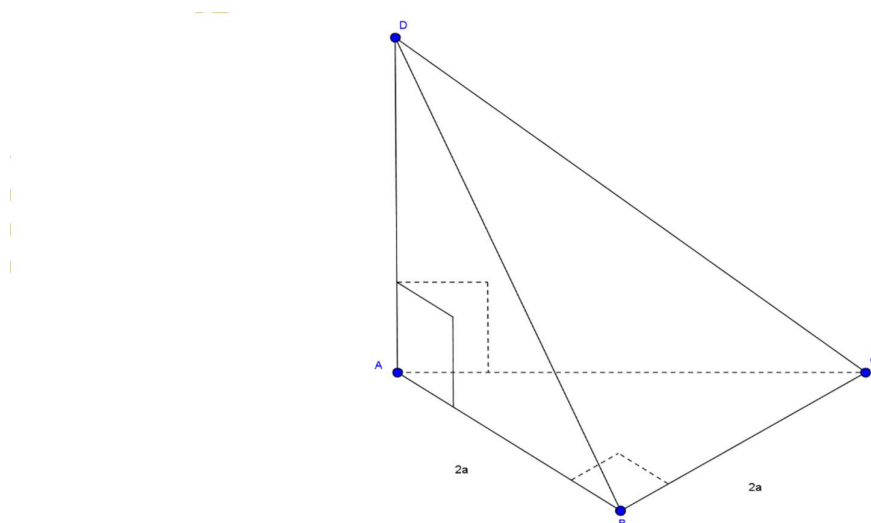
C. a .

D. $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

GVSB: Thành dũng; **GVPB:** Lê Thị Phương

Chọn B



Vì $SA \perp (ABC)$ suy ra $CB \perp SA$ (1).

Tam giác ABC vuông tại B , nên $CB \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2), ta suy ra $CB \perp (SAB)$ nên khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng CB .

Mà tam giác ABC vuông cân tại B , suy ra $AB = BC = 2a$

Vậy $d_{(C; (SAB))} = CB = 2a$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x + y + 2z - 17 = 0$.

B. $3x + y + 2z - 3 = 0$.

C. $5x + y + 2z - 5 = 0$.

D. $5x + y + 2z - 25 = 0$.

Lời giải

GVSB: Thành dũng; GVPB: Lê Thị Phương

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;1;2)$

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(1;0;0)$ và vuông góc với AB suy ra mặt phẳng (Q) nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (3;1;2)$ làm véc tơ pháp tuyến. Vậy phương trình mặt phẳng (Q) cần tìm có dạng:

$$3(x-1) + y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 3 = 0$$

Câu 35: Cho số phức $iz = 5 + 4i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 4 + 5i$.

B. $\bar{z} = 4 - 5i$.

C. $\bar{z} = -4 + 5i$.

D. $\bar{z} = -4 - 5i$

Lời giải

Chọn A

Ta có $iz = 5 + 4i \Leftrightarrow z = \frac{5+4i}{i} = 4 - 5i$. Suy ra $\bar{z} = 4 + 5i$.

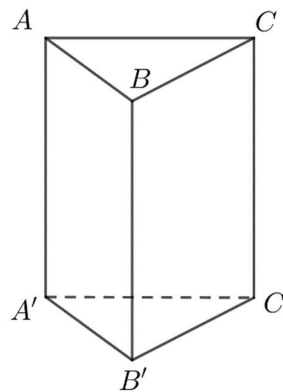
Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng AA' và BC' bằng

A. 30° .

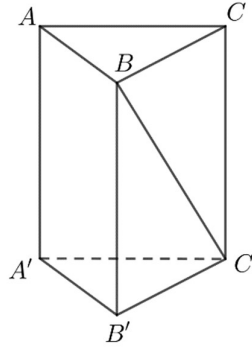
B. 90° .

C. 45° .

D. 60°



Lời giải



Chọn C

Vì $AA' \parallel BB'$ nên $(AA', BC') = (BB', BC') = \widehat{B'BC}$

Ta có: $\tan \widehat{B'BC} = \frac{B'C'}{BB'} = 1 \Rightarrow \widehat{B'BC} = 45^\circ$

Câu 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng:

- A.** $a^3b = 64$. **B.** $a^3b = 36$. **C.** $a^3 + b = 64$. **D.** $a^3 + b = 36$.

Lời giải

GVSB: Vũ Tuấn; GVPB:

Chọn A

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow a^3b = 2^6 \Leftrightarrow a^3b = 64$.

Câu 38. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng:

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

GVSB: Vũ Tuấn; GVPB: ...

Chọn A

Ta có $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 1 dx = 2 \cdot 5 - 2 = 8$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{ khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- A.** 27. **B.** 29. **C.** 12. **D.** 33.

Lời giải

GVSB: Phạm Tĩnh; GVPB:

Chọn A

Ta có $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{ khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{ khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F(x) = x^2 + 5x + C_1 & x \geq 1 \\ F(x) = x^3 + 4x + C_2 & x < 1 \end{cases}$

Vì F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$ nên $C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = x^3 + 4x + 2$.

Vì $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $F(x)$ liên tục tại $x = 1$ nên:

$\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = F(1) \Rightarrow 6 + C_1 = 7 \Rightarrow C_1 = 1$.

Vậy ta có
$$\begin{cases} F(x) = x^2 + 5x + 2 & x \geq 1 \\ F(x) = x^3 + 4x + 1 & x < 1 \end{cases} \Rightarrow F(-1) + 2F(2) = -3 + 2 \cdot 15 = 27.$$

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$?

A. 24.

B. Vô số.

C. 26.

D. 25.

Lời giải

GVSB: Phạm Tính; GVPB:

Chọn C

Điều kiện: $x + 25 > 0 \Leftrightarrow x > -25$.

Ta giải các phương trình:

$$+ 3^{x^2} = 9^x \Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$+ \log_3(x+25) = 3 \Leftrightarrow x + 25 = 27 \Leftrightarrow x = 2.$$

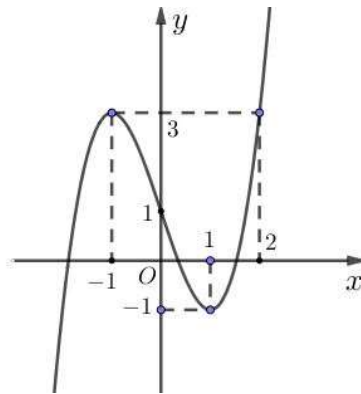
Ta có bảng xét dấu sau:

x	-25	0	2	$+\infty$
$3^{x^2} = 9^x$		+	0	+
$\log_3(x+25) - 3$		-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, để $(3^{x^2} - 9^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$ thì ta có

$$\begin{cases} -25 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases} \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \begin{cases} -24 \leq x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ có 26 giá trị nguyên của } x \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là:

A. 9.

B. 7.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

GVSB: Quách Ngọc Giang, GVPB: Trần Đại Nghĩa

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = a \quad (a < -1) \\ f(x) = b \quad (1 < b < 2) \end{cases}$$

Ta dựa vào đồ thị:

Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm.

Phương trình $f(x) = a$ có 1 nghiệm.

Phương trình $f(x) = b$ có 3 nghiệm.

Vậy phương trình $f(f(x)) = 1$ có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 42. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 30° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

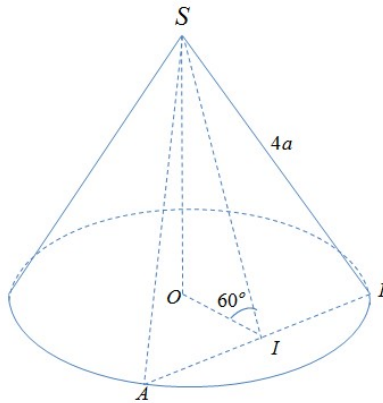
B. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

C. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

D. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi hình nón (N) có đỉnh S , đường tròn đáy có tâm O , bán kính r . Thiết diện đã cho là tam giác SAB cạnh $4a$ và I là trung điểm của AB . Khi đó

$OI \perp AB$, $SI \perp AB$ nên góc giữa (SAB) và mặt phẳng đáy là $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

$SI = 2a\sqrt{3}$ nên $OI = SI \cdot \cos 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Tam giác OIA vuông tại I có $r = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy hình nón (N) có diện tích xung quanh bằng $S_{xq} = \pi rl = 4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

GVSB: Lê Mẫn; GVPB: Đồng Khoa Văn

Chọn B

Phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$.

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$

Trường hợp 1: Nếu $2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm thực nên

$$|z_0| = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 7 \\ z_0 = -7 \end{cases}$$

$$\text{Với } z_0 = 7 \text{ thay vào phương trình ta được } 7^2 - 2(m+1) \cdot 7 + m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 + \sqrt{14} \\ m = 7 - \sqrt{14} \end{cases}$$

(thỏa $m \geq -\frac{1}{2}$).

Với $z_0 = -7$ thay vào phương trình ta được $7^2 + 2(m+1).7 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 14m + 63 = 0$ phương trình vô nghiệm.

Trường hợp 1: Nếu $2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm phức là

$$\begin{cases} z = m+1+i\sqrt{-2m-1} \\ z = m+1-i\sqrt{-2m-1} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } |z_0| = 7 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 2m - 1 = 49 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -7 \end{cases}.$$

Kết hợp với $m < -\frac{1}{2}$ ta được $m = -7$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\bar{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $z-w$ bằng

A. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải

GVSB: Trần Xuân Thiện; **GVPB:** Nguyễn Thị Thùy Nương

Chọn D

Đặt $z = a + bi, w = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

$$\text{Theo giả thiết } \begin{cases} |z|=1 \\ |w|=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ c^2 + d^2 = 4 \end{cases} (*).$$

Ta có

$$\begin{aligned} |z+i\bar{w}-6-8i| &= |a+bi+i(c-di)-6-8i| = |a+d-6+(b+c-8)i| \\ &= \sqrt{(a+d-6)^2 + (b+c-8)^2} = \sqrt{(-a-d+6)^2 + (-b-c+8)^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \sqrt{(-a-d+6)^2 + (-b-c+8)^2} + \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{6^2+8^2} = 10$$

$$\sqrt{(-a-d+6)^2 + (-b-c+8)^2} + 3 \geq 10 \Leftrightarrow \sqrt{(a+d-6)^2 + (b+c-8)^2} \geq 7.$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = \frac{3}{5}, b = \frac{4}{5}, c = \frac{8}{5}, d = \frac{6}{5}$ thỏa mãn (*).

Vậy $|z+i\bar{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 7.

$$\text{Khi đó } z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i, w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i. \text{ Suy ra } z-w = -1 - \frac{2}{5}i \Rightarrow |z-w| = \frac{\sqrt{29}}{5}.$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$. D. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

GVSB: Phạm Tuấn; **GVPB:** Trần Tú

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d \cap (P) = \{A\} \Rightarrow A(0;1;2)$.

Lấy $M(2;3;0) \in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với (P) khi đó $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$.

Gọi $\{H\} = \Delta \cap (P) \Rightarrow H(2+t;3+2t;t)$.

Mặt khác $H \in (P) \Rightarrow (2+t) + 2(3+2t) + t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overline{AH}\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.

Gọi d' là hình chiếu của d lên (P) khi đó d' đi qua A và có một VTCP $\vec{u}(2;1;-4)$

$\Rightarrow d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2 \ln 3$.

B. $\ln 3$.

C. $\ln 18$.

D. $2 \ln 2$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Hữu Chung Kiên; **GVPB:** Hoàng Ngọc Hùng

Chọn D

Ta có $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) = x^3 + (3+a)x^2 + (b+2a+6)x + 2a+b+c$.

Suy ra: $g'(x) = 3x^2 + 2(3+a)x + b+2a+6$.

Xét phương trình

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow g(x) = f(x) - 6 \Leftrightarrow 3x^2 + 2(a+3)x + 2a+b+6 = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$$

Ta có diện tích bằng

$$S = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x) - g(x) - 6}{g(x)+6} \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{g'(x)}{g(x)+6} \right) dx \right| = \left| \ln |g(x)+6| \right|_{x_1}^{x_2} \\ = \left| \ln |g(x_2)+6| - \ln |g(x_1)+6| \right| = \left| \ln 4 \right| = 2 \ln 2$$

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x}$?

A. 27.

B. 9.

C. 11.

D. 12.

Lời giải

GVSB: ...; **GVPB:** ...

Chọn C

Xét $f(x) = 27^{3x^2-9x+xy} - (xy+1)$ và áp dụng $a^x \geq x(a-1)+1$.

Suy ra: $f(x) \geq 26(3x^2-9x+xy) - xy - 1 = 84x^2 + 25xy - 234x - 1 > 0, \forall y \geq 10$.

Do đó $y \leq 9$.

$y = 0 \Rightarrow 27^{3x^2-9x} = 1 \Rightarrow 3x^2 - 9x = 0$: loại.

$y \leq -3 \Rightarrow xy < -1 \Rightarrow VP < 0$: loại.

$y = -1, y = -2$: thỏa mãn.

Xét $y > 0$ có $f(3) = 27^{3y} - (3y + 1) \geq 0, \forall y > 0$.

Và $f\left(\frac{1}{3}\right) = 3^{y-8} - \frac{y}{3} - 1 < 0, \forall y \in \{1; 2; 3; \dots; 9\}$.

$\rightarrow y \in \{-2; -1; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Câu 48. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

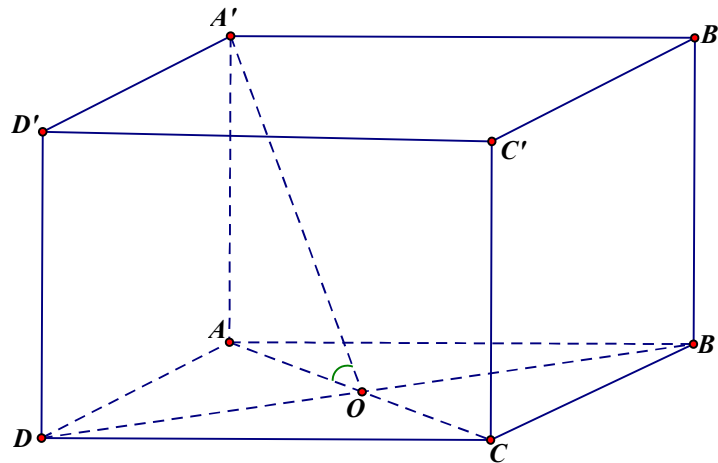
C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

GVSB: Phan Khắc Hy; GVPB:

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = \left(\frac{BD}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{2a}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2a^2$.

Ta có: $((A'BD), (ABCD)) = (A'O; AO) = 30^\circ$.

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại A , ta có: $A'A = \tan 30^\circ \cdot AO = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho là $V = A'A \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3}a \cdot 2a^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; -4)$ và $B(-2; 1; 2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$.

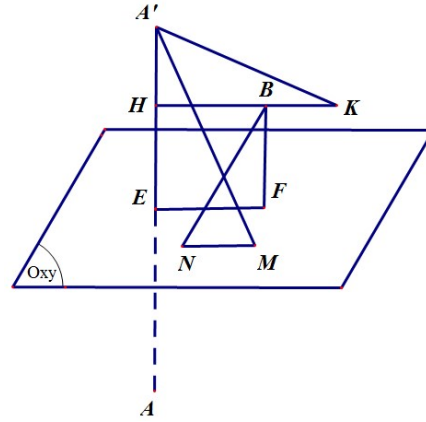
B. $\sqrt{61}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{53}$.

Lời giải

Chọn D



Để thấy A, B nằm hai phía của mặt phẳng (Oxy) . Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) suy ra $A'(1; -3; 4)$, $AM = A'M$.

Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của A' và B lên mặt phẳng (Oxy) , ta có

$$E(1;-3;0), F(-2;1;0). \text{ Do đó } \overrightarrow{EF} = (-3; 4; 0) \Rightarrow EF = 5.$$

Dựng $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{NM}$ suy ra $BN = KM$.

Vậy $|AM - BN| = |A'M - KM| \leq A'K$.

Ta đi tìm giá trị lớn nhất của $A'K$.

Do MN nằm trên mặt phẳng (Oxy) , $BK \parallel MN$ nên $BK \parallel (Oxy)$. Suy ra K nằm trên mặt phẳng chứa B , song song với $mp(Oxy)$. Mà $BK = MN = 2$ nên quỹ tích K là đường tròn $(B; 2)$.

$$\text{Кẽ } BH \perp AA' \Rightarrow A'H = 2,$$

Có $A'K^2 = A'H^2 + HK^2 \leq 4 + (HB + 2)^2 = 4 + (5 + 2)^2 = 53$. Dấu « $\leq$ » khi B nằm giữa H, K .

Vậy GTLN của $|AM - BN|$ là $\sqrt{53}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)(x^2-9), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x^3+5x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = (x-7)(x^2-9), \forall x \in \mathbb{R}.$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}.$$

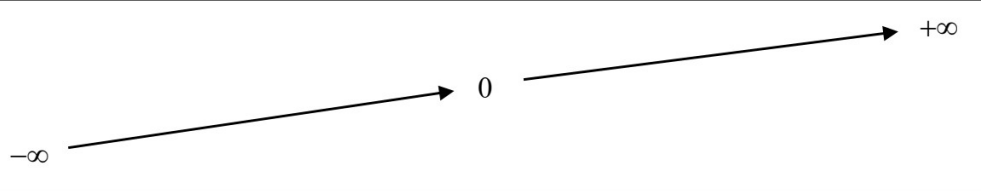
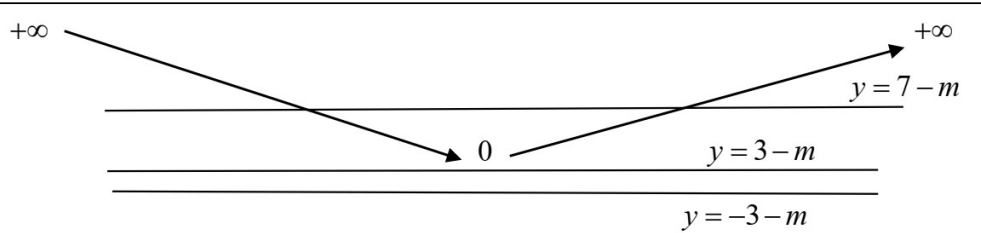
$$\begin{aligned} g'(x) &= \left[f(|x^3 + 5x| + m) \right]' = (|x^3 + 5x| + m)' \cdot f'(|x^3 + 5x| + m) \\ &= \frac{(3x^2 + 5)(x^3 + 5x)}{|x^3 + 5x|} f'(|x^3 + 5x| + m). \end{aligned}$$

Nhân thấy: $x=0$ là 1 điểm cực trị của hàm số..

$$\text{Cho } f'(|x^3 + 5x| + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| + m = 7 \\ |x^3 + 5x| + m = 3 \\ |x^3 + 5x| + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| = 7 - m \\ |x^3 + 5x| = 3 - m \\ |x^3 + 5x| = -3 - m \end{cases}.$$

Đặt $h(x) = x^3 + 5x \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	+		+
$h(x)$			
$ h(x) $			

Từ bảng biến thiên suy ra: Yêu cầu bài toán tương đương với $7 - m > 0 \Leftrightarrow m < 7$

$\Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.