



KỶ THI TN THPT NĂM 2021

MÃ ĐỀ: 102

TRAO ĐỔI & CHIA SẺ KIẾN THỨC

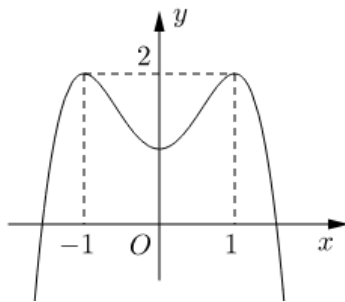
THÔNG MINH DO HỌC TẬP MÀ CÓ THIÊN TÀI DO TÍCH LŨY MÀ NÊN

- Câu 1.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{4}}$ là
- A. $\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. B. $\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. C. $\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. D. $\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.
- Câu 2.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{3}{2}a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{1}{3}a^3$. D. a^3 .
- Câu 3.** Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 6$ và $\int_1^4 g(x)dx = -5$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]$ bằng
- A. -1 . B. -11 . C. 1 . D. 11 .
- Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là
- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -5$	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3 . B. -1 . C. -5 . D. 1 .
- Câu 6.** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $S = 4\pi R^2$. B. $S = 16\pi R^2$ C. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. D. $S = \pi R^2$.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua $M(2; 2; 1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (5; 2; -3)$. Phương trình của d là:
- A. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$.
- Câu 8.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 9. Với n là số nguyên dương bất kì $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. B. $A_n^5 = \frac{5!}{(n-5)!}$. C. $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. D. $A_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 10. Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

- A. $64a^3$. B. $32a^3$. C. $16a^3$. D. $8a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^2 + 3x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = x^3 + 3x + C$. D. $\int f(x) dx = 2x + C$.

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z_3 = 3 - 2i$. B. $z_4 = 3 + 2i$. C. $z_1 = -3 - 2i$. D. $z_2 = -3 + 2i$.

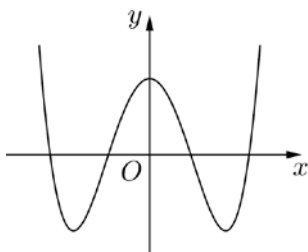
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$ B. $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$ C. $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$ D. $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -1; 3)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

- A. $(-4; 1; 3)$ B. $(4; -1; 3)$ C. $(-4; 1; -3)$ D. $(4; 1; 3)$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 16. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 9. B. -9. C. $\frac{1}{4}$. D. 4.

Câu 17. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3.

Câu 18. Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 19.** Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng
A. $6 + 2i$. **B.** $4 + 6i$. **C.** $6 - 2i$. **D.** $-4 - 6i$.

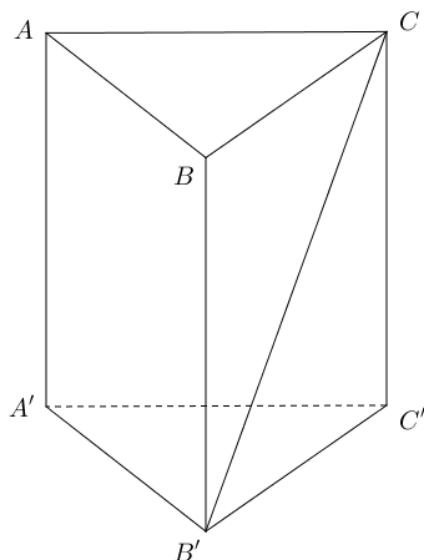
- Câu 20.** Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int f(x) dx = e^{x-1} + C$. **B.** $\int f(x) dx = e^x - x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + x + C$. **D.** $\int f(x) dx = e^x + C$.

- Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 22.** Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 2f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 18. **C.** 2. **D.** 6.
- Câu 23.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình
A. $x = -1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là
A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$. **D.** $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.
- Câu 25.** Phần thực của số phức $z = 6 - 2i$ bằng
A. -2 . **B.** 2. **C.** 6. **D.** -6 .
- Câu 26.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là
A. $(-\infty; \log_2 5)$. **B.** $(\log_2 5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_5 2)$. **D.** $(\log_5 2; +\infty)$.
- Câu 27.** Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là
A. $x = 25$. **B.** $x = \frac{32}{3}$. **C.** $x = 32$. **D.** $x = \frac{25}{3}$.
- Câu 28.** Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 16π . **B.** 48π . **C.** 36π . **D.** 12π .
- Câu 29.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 30. Trên không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x + y + 2z - 11 = 0$.

B. $2x + y + 2z - 2 = 0$.

C. $2x + y + 4z - 4 = 0$.

D. $2x + y + 4z - 17 = 0$.

Câu 31. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{30}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 6 + 5i$. Số phức liên hợp của z là

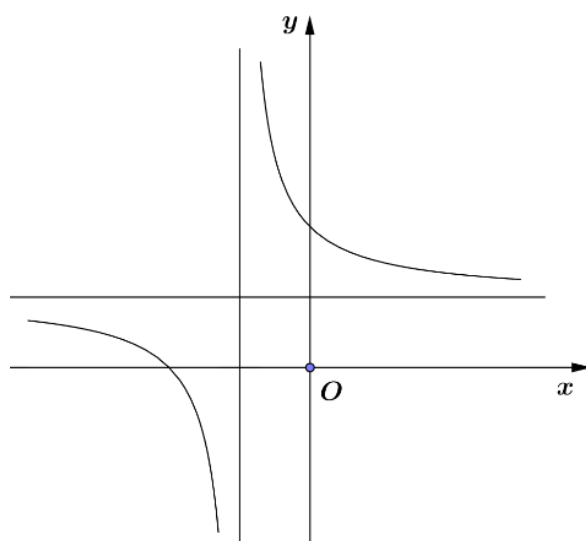
A. $\bar{z} = 5 - 6i$.

B. $\bar{z} = -5 + 6i$.

C. $\bar{z} = 5 + 6i$.

D. $\bar{z} = -5 - 6i$.

Câu 33. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $y' < 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' > 0 \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0 \forall x \neq -1$.

D. $y' > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 35. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{3}{2}a$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

C. $3a$.

D. $3\sqrt{2}a$.

Câu 37. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 8.

D. 5.

Câu 38. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 64$.

B. $a^3 b = 256$.

C. $a^3 b = 64$.

D. $a^3 + b = 256$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5] \leq 0$?

A. 30.

B. Vô số.

C. 31.

D. 29.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

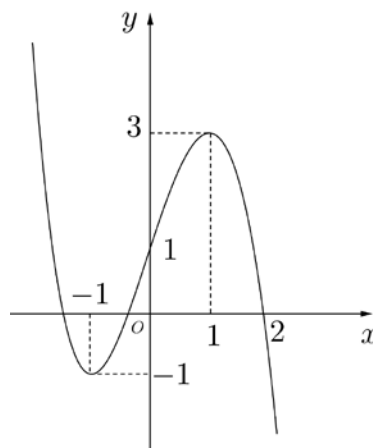
A. 9.

B. 15.

C. 11.

D. 6.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là



A. 9.

B. 7.

C. 3.

D. 6.

Câu 42. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} + 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

C. 3.

D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

- Câu 43.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng
- A.** $2\ln 2$. **B.** $\ln 6$. **C.** $3\ln 2$. **D.** $\ln 2$.
- Câu 44.** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng
- A.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $48\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.
- Câu 45.** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{12x}$?
- A.** 27. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 14.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình
- A.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{13}$.
- Câu 47.** Cắt hình nón (S) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 60° ta được thiết diện là tam giác đều có cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (S) bằng
- A.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.
- Câu 48.** Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 5$?
- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 49.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?
- A.** 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.
- Câu 50.** Trong không gian, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng
- A.** $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.D	4.D	5.A	6.A	7.C	8.C	9.C	10.A
11.B	12.D	13.A	14.A	15.D	16.D	17.B	18.D	19.C	20.C
21.D	22.D	23.C	24.D	25.C	26.A	27.D	28.B	29.B	30.B
31.A	32.C	33.C	34.B	35.B	36.C	37.B	38.B	39.C	40.A
41.B	42.B	43.A	44.C	45.D	46.A	47.A	48.B	49.D	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT MÃ ĐỀ 102

Câu 1. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{4}}$ là

A. $\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$.

B. $\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$.

C. $\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

D. $\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Lời giải

GVSB: Thanh Hoa; GVPB: Nguyễn Ngọc Tuấn

Chọn C

$$\left(x^{\frac{5}{4}}\right)' = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}.$$

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{1}{3}a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

GVSB: Thanh Hoa; GVPB: Nguyễn Ngọc Tuấn

Chọn D

$$\text{Thể tích của khối chóp đã cho bằng } V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.3a^2.a = a^3.$$

Câu 3. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 6$ và $\int_1^4 g(x)dx = -5$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]$ bằng

A. -1 .

B. -11 .

C. 1 .

D. 11 .

Lời giải

GVSB: Thanh Hoa; GVPB: Nguyễn Ngọc Tuấn

Chọn D

$$\int_1^4 [f(x) - g(x)] = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 6 - (-5) = 11.$$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

GVSB: Thành Huy; GVPB: Nguyễn Ngọc Tuấn

Chọn D

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3		-5	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A.** 3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 1.

Lời giải

GVSB: Thành Huy; **GVPB:** Nguyễn Ngọc Tuấn

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là $y = f(-1) = 3$.

Câu 6. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.** $S = 4\pi R^2$. **B.** $S = 16\pi R^2$ **C.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S = \pi R^2$.

Lời giải

GVSB: Thành Huy; **GVPB:** Nguyễn Ngọc Tuấn

Chọn A

Công thức diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua $M(2;2;1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (5;2;-3)$. Phương trình của d là:

- A.** $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$.

Lời giải

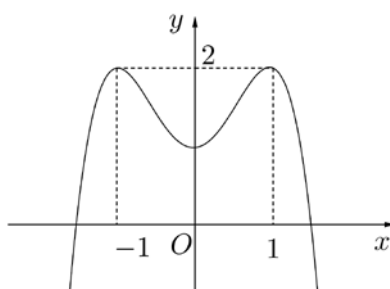
GVSB: Tuấn Minh; **GVPB:** Tấn Hậu

Chọn C

Phương trình của d đi qua $M(2;2;1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (5;2;-3)$ là:

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;0)$.

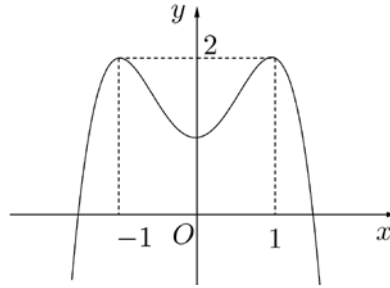
C. $(0;1)$.

D. $(0;+\infty)$.

GVSB: Tuấn Minh; GVPB: Tấn Hậu

Lời giải

Chọn C



Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 9. Với n là số nguyên dương bất kì $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$.

B. $A_n^5 = \frac{5!}{(n-5)!}$.

C. $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$.

D. $A_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

GVSB: Tuấn Minh; GVPB: Tấn Hậu

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$.

Câu 10. Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $64a^3$.

B. $32a^3$.

C. $16a^3$.

D. $8a^3$.

GVSB: Tuấn Minh; GVPB: Tấn Hậu

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ là $V = (4a)^3 = 64a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x^2 + 3x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.

C. $\int f(x) dx = x^3 + 3x + C$.

D. $\int f(x) dx = 2x + C$.

GVSB: Tuấn Minh; GVPB: Tấn Hậu

Lời giải

Chọn B

$\int f(x) dx = \int (x^2 + 3) dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = 3 - 2i$.

B. $z_4 = 3 + 2i$.

C. $z_1 = -3 - 2i$.

D. $z_2 = -3 + 2i$.

GVSB: Tuấn Minh; GVPB: Tấn Hậu

Lời giải

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_2 = -3 + 2i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$ **B.** $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$ **C.** $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$ **D.** $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$

Lời giải

GVSB: Huỳnh Thanh Liêm; **GVPB:** Nguyễn Thị Hương

Chọn A

Ta có $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0 \Rightarrow$ VTPT là $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -1; 3)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{OA}$ là

- A.** $(-4; 1; 3)$ **B.** $(4; -1; 3)$ **C.** $(-4; 1; -3)$ **D.** $(4; 1; 3)$

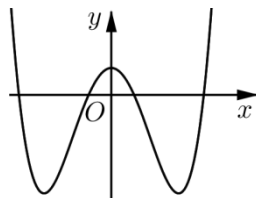
Lời giải

GVSB: Huỳnh Thanh Liêm; **GVPB:** Nguyễn Thị Hương

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{OA} = (4; -1; 3)$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

GVSB: Huỳnh Thanh Liêm; **GVPB:** Nguyễn Thị Hương

Chọn D

Đây là đồ thị hàm số bậc 4 với hệ số $a > 0$.

Câu 16. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** 9. **B.** -9. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Lời giải

GVSB: Tô Lê Diễm Hằng; **GVPB:** Nguyễn Thị Hương

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{12}{3} = 4$.

Câu 17. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A.** -3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

GVSB: Tô Lê Diễm Hằng; **GVPB:** Nguyễn Thị Hương

Chọn B

$\log_a \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 18. Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

GVSB: Tô Lê Diễm Hằng; GVPB: Nguyễn Thị Hương

Chọn D

Giả sử $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ (C)

Gọi $(C) \cap Oy = M(x_0; y_0) \Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 3$.

Vậy đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 19. Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $6 + 2i$. B. $4 + 6i$. C. $6 - 2i$. D. $-4 - 6i$.

Lời giải

GVSB: Văn Tuấn; GVPB: Hà Thị Mai

Chọn C

Ta có: $z + w = (5 + 2i) + (1 - 4i) = 6 - 2i$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^{x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + C$.

Lời giải

GVSB: Văn Tuấn; GVPB: Hà Thị Mai

Chọn C

Ta có: $\int f(x) dx = \int (e^x + 1) dx = e^x + x + C$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		$-$		0		$+$		0		$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

GVSB: Văn Tuấn; GVPB: Hà Thị Mai

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu suy ra đạo hàm của hàm $y = f(x)$ đổi dấu 4 lần nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 22. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 18. C. 2. D. 6.

Lời giải

GVSB: Ngọc Thanh; GVPB: Hà Thị Mai

Chọn D

$$\int_0^3 2f(x)dx = 2 \int_0^3 f(x)dx = 2.3 = 6.$$

Câu 23. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $x = -1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

GVSB: Ngọc Thanh; **GVPB:** Hà Thị Mai

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$).

Vậy $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

- A.** $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$. **D.** $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

GVSB: Ngọc Thanh; **GVPB:** Hà Thị Mai

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

$$x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4.$$

Câu 25. Phần thực của số phức $z = 6 - 2i$ bằng

- A.** -2 . **B.** 2 . **C.** 6 . **D.** -6 .

Lời giải

GVSB: Chí Tính; **GVPB:** Thanh Bui

Chọn C

Ta có: $z = 6 - 2i$ có phần thực là 6.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

- A.** $(-\infty; \log_2 5)$. **B.** $(\log_2 5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_5 2)$. **D.** $(\log_5 2; +\infty)$.

Lời giải

GVSB: Chí Tính; **GVPB:** Thanh Bui

Chọn A

Ta có: $2^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_2 5$

Vậy tập nghiệm $S = (-\infty; \log_2 5)$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

- A.** $x = 25$. **B.** $x = \frac{32}{3}$. **C.** $x = 32$. **D.** $x = \frac{25}{3}$.

Lời giải

GVSB: Chí Tính; **GVPB:** Thanh Bui

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

Với điều kiện phương trình đã cho tương đương $3x = 5^2 = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3}$.

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 16π .

B. 48π .

C. 36π .

D. 12π .

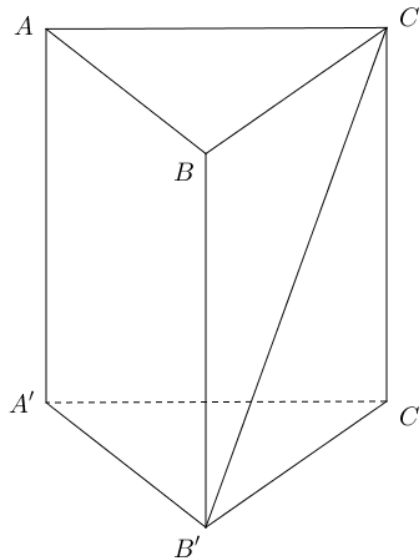
GVSB: Thanh Sang; GVPB: Thanh Bui

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 48\pi$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

A. 90° .

B. 45° .

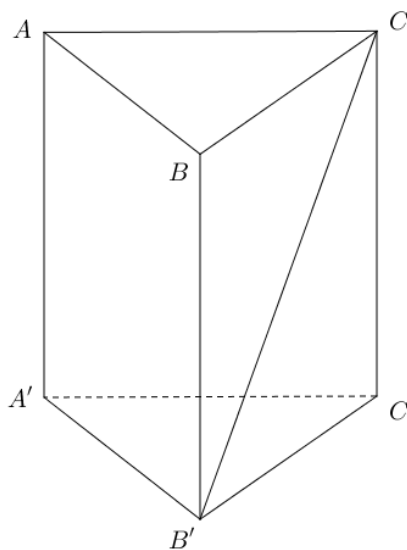
C. 30° .

D. 60° .

GVSB: Thanh Sang; GVPB: Thanh Bui

Lời giải

Chọn B



Ta có: $AA' \parallel CC'$ nên:

$$\Rightarrow (AA', B'C) = (CC', B'C)$$

Mặt khác tam giác BCC' vuông tại C' có $CC' = B'C'$ nên là tam giác vuông cân.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng 45° .

Câu 30. Trên không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x + y + 2z - 11 = 0$.

B. $2x + y + 2z - 2 = 0$.

C. $2x + y + 4z - 4 = 0$.

D. $2x + y + 4z - 17 = 0$.

Lời giải

GVSB: Vương Gia; **GVPB:** Dung Chang

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;1;2)$.

Mặt phẳng đi qua $A(0;0;1)$ và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (2;1;2)$ làm vector pháp tuyến

Phương trình mặt phẳng là: $2(x-0) + 1(y-0) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 2 = 0$.

Câu 31. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{30}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thị Hải Yến; **GVPB:** Dung Chang

Chọn A

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 10 quả bóng đã cho có C_{10}^3 cách.

Lấy được 3 quả màu xanh từ 6 quả màu xanh đã cho có C_6^3 cách.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả màu xanh là $P = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 6 + 5i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 5 - 6i$.

B. $\bar{z} = -5 + 6i$.

C. $\bar{z} = 5 + 6i$.

D. $\bar{z} = -5 - 6i$.

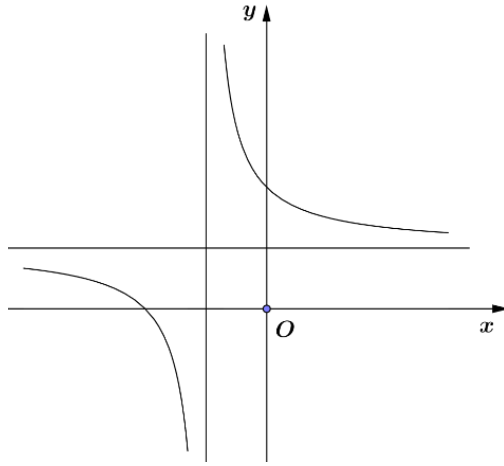
GVSB: Luyen Duong; **GVPB:** Dung Chang

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có: $iz = 6 + 5i \Rightarrow z = 5 - 6i \Rightarrow \bar{z} = 5 + 6i$.

Câu 33. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $y' < 0 \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' > 0 \forall x \neq -1$. C. $y' < 0 \forall x \neq -1$. D. $y' > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

GVSB: Thanh Văn Nguyễn; **GVPB:** Dung Chang

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Do đó $y' < 0 \forall x \neq -1$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$.

GVSB: Hà Hoàng; **GVPB:** Dung Chang

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua $M(2;1;-1)$ và vuông góc với (P) nhận VTPT $\vec{n} = (1; -3; 2)$ của (P) làm VTCP nên có phương trình là: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 35. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Lời giải

GVSB: Điểm Đàm; **Ngô Minh Cường**

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Ta đang xét trên đoạn $[-2;1]$ nên loại $x = 2$.

Ta có $f'(-2) = -21$; $f'(0) = -1$; $f'(1) = -3$. Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ là -1 , tại $x = 0$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{3}{2}a$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

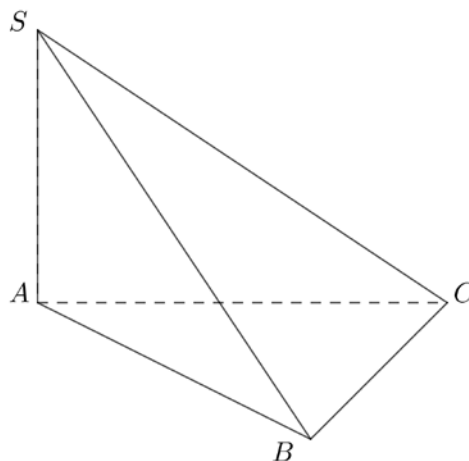
C. $3a$.

D. $3\sqrt{2}a$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Huệ; GVPB: Ngô Minh Cường

Chọn C



Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại C nên $BC \perp AC$ (1) và $AC = BC = 3a$.

Mặt khác $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BC = 3a$.

Vậy khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $3a$.

Câu 37. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

GVSB: Lê Trần Bảo An; GVPB: Ngô Minh Cường

Chọn B

$$\int_0^2 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 1 dx = 6 - 2 = 4$$

Câu 38. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 64$.

B. $a^3 b = 256$.

C. $a^3 b = 64$.

D. $a^3 + b = 256$.

Lời giải

GVSB: Đoàn Yến; GVPB: Nguyễn Văn Ngọc

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Rightarrow \log_2 (a^3 b) = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 2^8 = 256.$$

$$\text{Vậy } a^3 b = 256.$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5] \leq 0$?

A. 30.

B. Vô số.

C. 31.

D. 29.

GVSB: Lê Thị Tiên; GVPB: Nguyễn Văn Ngọc

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số: $f(x) = (3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5]$, với $x > -30$.

$$\text{Cho: } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} - 9^x = 0 \\ \log_2(x+30) - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} = 3^{2x} \\ x+30 = 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu như sau:

x	-30	0	2	$+\infty$
$3^{x^2} - 9^x$	+	0	0	+
$\log_2(x+30) - 5$	-		0	+
$f(x)$	-	0	0	+

$$\text{Suy ra } f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -30 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Mặt khác $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-29; -28; -27; \dots; -2; -1; 0; 2\}$.

Vậy có 31 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{ khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 9.

B. 15.

C. 11.

D. 6.

Lời giải

GVSB: Lại Thị Quỳnh Nguyên; GVPB: Nguyễn Văn Ngọc

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với $x > 1$ hay $x < 1$ thì hàm số $f(x)$ là hàm đa thức nên liên tục.

$$\text{Mặt khác: } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 - 2) = 1; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - 1) = 1.$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = 1$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$.

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Với } x \geq 1 \text{ thì } \int f(x) dx = \int (2x - 1) dx = x^2 - x + C_1$$

$$\text{Với } x < 1 \text{ thì } \int f(x) dx = \int (3x^2 - 2) dx = x^3 - 2x + C_2$$

Mà $F(0) = 2$ nên $C_2 = 2$.

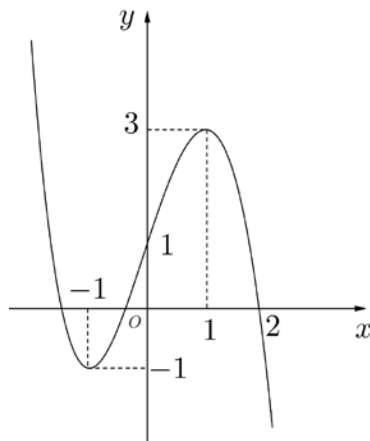
$$\text{Khi đó } F(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{ khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + 2 & \text{ khi } x < 1 \end{cases}.$$

Đồng thời $F(x)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$ nên: $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = F(1) = 1 \Leftrightarrow C_1 = 1$.

$$\text{Do đó } F(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } F(-1) + 2F(2) = 3 + 2 \cdot 3 = 9.$$

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là



A. 9.

B. 7.

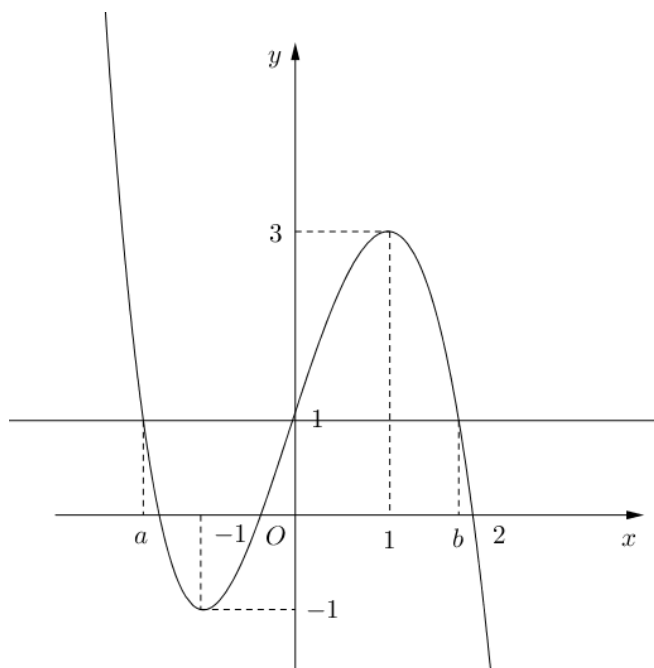
C. 3.

D. 6.

Lời giải

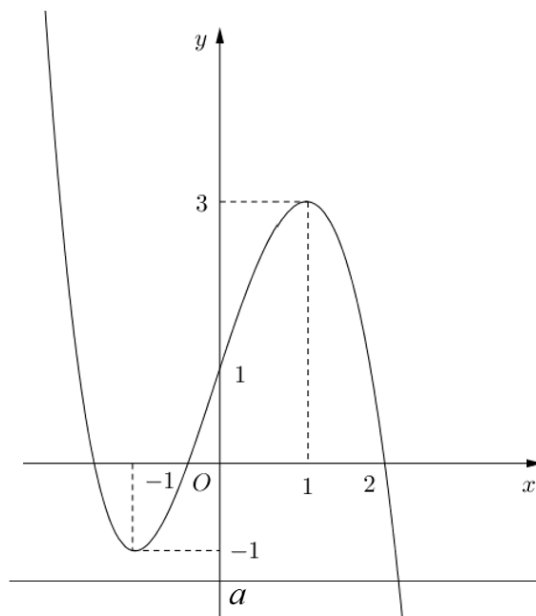
GVSB: Tô Lê Diễm Hằng; GVPB: Thanh Nha Nguyen

Chọn B



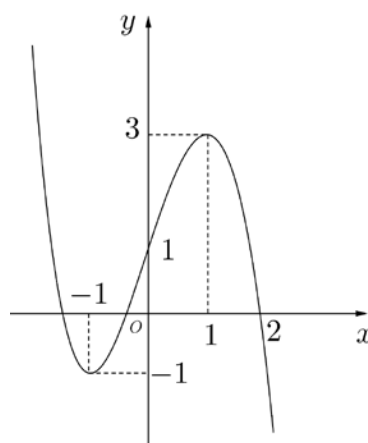
$$\text{Dựa vào đồ thị hàm số } y = f(x) \text{ suy ra } f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a (a < -1) & (1) \\ f(x) = 0 & (2) \\ f(x) = b (1 < b < 2) & (3) \end{cases}$$

TH1



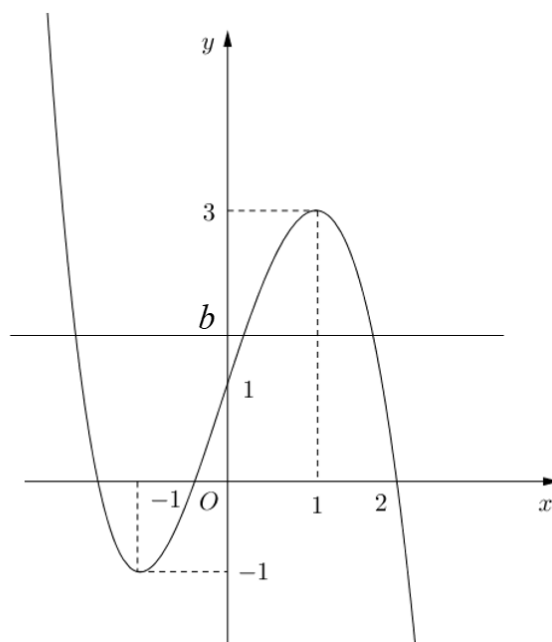
$f(x) = a \quad (a < -1) \Rightarrow$ phương trình có một nghiệm.

TH2



$f(x) = 0 \Rightarrow$ phương trình có ba nghiệm phân biệt.

TH3



$f(x) = b$ ($1 < b < 2$) $\Rightarrow$ phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Các nghiệm của (1); (2); (3) là đôi một khác nhau.

Vậy $f(f(x)) = 1$ có 7 nghiệm nghiệm phân biệt.

Câu 42. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} + 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

C. 3.

D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải

GVSB: Phạm Quốc Toàn; GVPB: Thanh Nha Nguyen

Chọn B

Ta có $|z + i\bar{w} + 6 - 8i| \geq |6 - 8i| - |z| - |i\bar{w}| = 10 - 1 - 2 = 7$.

Dấu “=” xảy ra khi

$$\begin{cases} z = t(6 - 8i) \\ i\bar{w} = t'(6 - 8i), \forall t, t' \leq 0 \\ |z| = 1, |w| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{10}(6 - 8i) \\ i\bar{w} = -\frac{2}{10}(6 - 8i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{10}(6 - 8i) \\ \bar{w} = \frac{1}{5}(8 + 6i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{10}(6 - 8i) \\ w = \frac{1}{5}(8 - 6i) \end{cases}.$$

Khi đó $|z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

A. $2\ln 2$.

B. $\ln 6$.

C. $3\ln 2$.

D. $\ln 2$.

Lời giải

GVSB: Trường Giang; **GVPB:** Yến Thoa

Chọn A

Ta có: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$; $f''(x) = 6x + 2a$ và $f'''(x) = 6$.

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ là:

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow f(x) = g(x) + 6$$

$$\Leftrightarrow x^3 + ax^2 + bx + c = (x^3 + ax^2 + bx + c) + (3x^2 + 2ax + b) + (6x + 2a) + 6$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + (2a + 6)x + 2a + b + 6 = 0(*)$$

Gọi 2 nghiệm của phương trình (*) là x_1 và x_2 .

Nhận xét: $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x)$$

$$\Leftrightarrow g'(x) = (3x^2 + 2ax + b) + (6x + 2a) + 6 = 3x^2 + (2a + 6)x + 2a + b + 6$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ là

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x) - g(x) - 6}{g(x)+6} dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6} dx \right| = \left| \ln |g(x)+6| \right|_{x_1}^{x_2} \\ &= \left| \ln |g(x_2)+6| - \ln |g(x_1)+6| \right| = \ln 8 - \ln 2 = 2\ln 2. \end{aligned}$$

Câu 44. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $48\sqrt{3}a^3$.

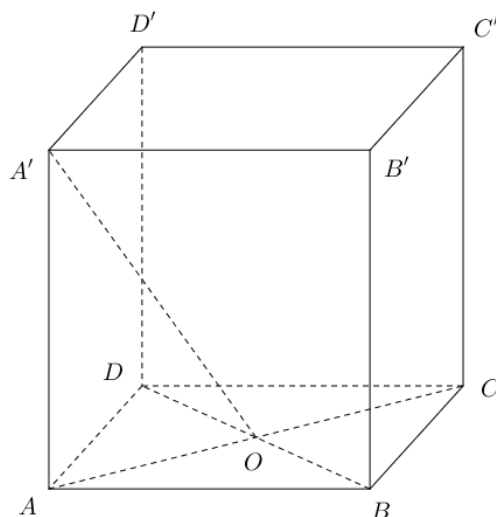
C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $16\sqrt{3}a^3$.

GVSB: Kieu Hung; **GVPB:** Yến Thoa

Lời giải

Chọn C



♦ Theo giả thiết $ABCD$ là hình vuông nên có $2AB^2 = BD^2 \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}a$.
Do đó $S_{ABCD} = AB^2 = 8a^2$.

♦ Gọi O là tâm của đáy $ABCD \Rightarrow OA \perp BD$ và $OA = \frac{1}{2}BD = 2a$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên có $A'A \perp (ABCD) \Rightarrow A'A \perp BD \Rightarrow BD \perp (A'AO)$. Do đó góc giữa $(A'BD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{A'OA} \Rightarrow \widehat{A'OA} = 30^\circ$.

♦ Tam giác $A'OA$ vuông tại A có $A'A = OA \cdot \tan \widehat{A'OA} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

♦ Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 8a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{12x}$?

A. 27.

B. 15.

C. 12.

D. 14.

Lời giải

GVSB: Tran Nhung; GVPB: Hà Minh Yên

Chọn D

Xét $f(x) = 27^{3x^2+xy-12x} - (1+xy)$.

Áp dụng bất đẳng thức: $a^x \geq x(a-1)+1$, ta có

$$f(x) \geq 26(3x^2 + xy - 12x) + 1 - (1 + xy) = 78x^2 + (25y - 312)x > 0, \forall y \geq 13.$$

Do đó $y \leq 12$.

$$y = 0 \Rightarrow 27^{3x^2-12x} = 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$y \leq -3 \Rightarrow xy < -1 \Rightarrow VP < 0 \text{ (loại)}$$

$$y = -1, y = -2 : \text{thỏa mãn.}$$

Xét $y > 0$ có $f(4) = 27^{4y} - (1 + 4y) \geq 0, \forall y > 0$ và

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = f(x) = 3^{y-11} - \frac{y}{3} - 1 < 0, \forall y \in \{1; 2; \dots; 12\}.$$

Do đó phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right), \forall y \in \{1; 2; \dots; 12\},$

Vậy $y \in \{-2; -1; 0; 1; 2; \dots; 12\}.$

- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình
- A.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{13}$.

Lời giải

GVSB: Đoàn Minh Tân; GVPB: Quy Tín

Chọn A

Đường thẳng d qua điểm $A(-1; 0; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) , khi đó (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (-3; 5; -1)$.

Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) suy ra Δ là hình chiếu của d trên (P) .

Khi đó Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (4; 5; 13)$.

Ta có $A \in d \subset (Q) \Rightarrow A \in (Q)$ và dễ thấy tọa độ A thỏa phương trình $(P) \Rightarrow A \in (P)$. Do đó $A \in \Delta$.

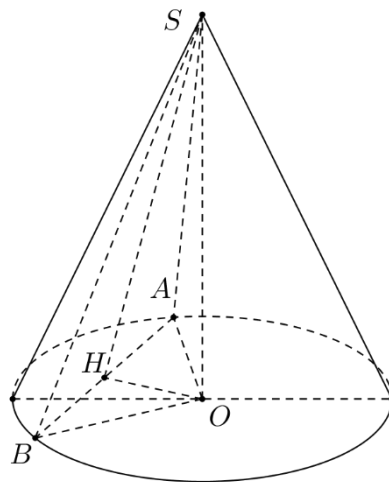
Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{13}$.

- Câu 47.** Cắt hình nón $(\mathcal{N})$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 60° ta được thiết diện là tam giác đều có cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của $(\mathcal{N})$ bằng
- A.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

GVSB: Đoàn Minh Tân; GVPB: Quy Tín

Chọn A



Giả sử hình nón (N) có S là đỉnh và O là tâm đường tròn đáy.

Giả sử mặt phẳng đi qua cắt nón theo thiết diện là tam giác đều SAB , khi đó ta có $l = SA = 2a$.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có góc giữa (SAB) và mặt phẳng chứa đáy là góc $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SHO$ vuông tại O có $OH = SH \cdot \cos 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle OAH$ vuông tại H có bán kính đường tròn đáy là

$$R = OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón (N) là $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} \cdot 2a = \sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 48. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 5$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

GVSB: Minh Phạm; **GVPB:** Phạm Quốc Toàn

Lời giải

Chọn B

Cách 1. Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$.

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm $z_1 = z_2 = \frac{1}{2}$ (không thỏa mãn).

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1 = m+1 + \sqrt{2m+1}$ và $z_2 = m+1 - \sqrt{2m+1}$.

Trường hợp 1. $|z_1| = 5 \Leftrightarrow m+1 + \sqrt{2m+1} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{2m+1} = 4-m \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m \geq 0 \\ 2m+1 = (4-m)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 4 \\ 2m+1 = (4-m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 4 \\ m^2 - 10m + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 4 \\ m = 5 + \sqrt{10} \Leftrightarrow m = 5 - \sqrt{10} \\ m = 5 - \sqrt{10} \end{cases}$$

Trường hợp 2. $|z_2| = 5 \Leftrightarrow |m+1-\sqrt{2m+1}| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1-\sqrt{2m+1} = 5 \\ m+1-\sqrt{2m+1} = -5 \end{cases}$

$$m+1-\sqrt{2m+1} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{2m+1} = m-4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 4 \\ 2m+1 = (m-4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 4 \\ m^2 - 10m + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5 + \sqrt{10}$$

$$m+1-\sqrt{2m+1} = -5 \Leftrightarrow \sqrt{2m+1} = m+6 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -6 \\ 2m+1 = (m+6)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -6 \\ m^2 + 10m + 35 = 0 \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ thì phương trình ban đầu có hai nghiệm phức z_1, z_2 và $|z_1| = |z_2| = 5$.

Theo giả thiết, ta có $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| = 25 \Leftrightarrow m^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -5 \end{cases} \text{ (Loại)}.$

Vậy có 3 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2. Đặt $z_0 = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là nghiệm của phương trình ban đầu.

Theo giả thiết, ta có $|z_0| = 5 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 25 \text{ (1)}.$

Thay z_0 vào phương trình ban đầu, ta có

$$(x + yi)^2 - 2(m+1)(x + yi) + m^2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - y^2 - 2mx - 2x + m^2) + (2xy - 2my - 2y)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 - 2mx - 2x + m^2 = 0 \\ 2xy - 2my - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 - 2mx - 2x + m^2 = 0 \text{ (2)} \\ y(x - m - 1) = 0 \text{ (3)} \end{cases}$$

$$(3) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = m + 1 \end{cases}$$

Trường hợp 1. Với $y = 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm 5$.

Nếu $x = 5 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow m^2 - 10m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 5 \pm \sqrt{10}.$

Nếu $x = -5 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow m^2 + 10m + 35 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$

Trường hợp 2. $x = m + 1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow y^2 = 25 - (m + 1)^2 \quad (-6 \leq m \leq 4).$

$$(2) \Leftrightarrow (m + 1)^2 - 25 + (m + 1)^2 - 2m(m + 1) - 2(m + 1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 5 \end{cases} (L).$$

Vậy có 3 giá trị của tham số m thỏa mãn.

- Câu 49.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 8)(x^2 - 9), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?
- A. 5. B. 8. C. 6. D. 7.

Lời giải

Chọn D

Cách 1 : GVSB: Đỗ Linh; GVPB: Hoa Tiên Phạm

$$g(x) = f(|x^3 + 6x| + m) \Rightarrow g'(x) = (|x^3 + 6x| + m)' \cdot f'(|x^3 + 6x| + m) \\ = \frac{(x^3 + 6x) \cdot (3x^2 + 6)}{|x^3 + 6x|} \cdot f'(|x^3 + 6x| + m).$$

Ta thấy $x = 0$ là một điểm tới hạn của hàm số $g(x)$.

$$\text{Mặt khác } f'(|x^3 + 6x| + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 6x| + m = 8 \\ |x^3 + 6x| + m = 3 \\ |x^3 + 6x| + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 6x| = 8 - m \\ |x^3 + 6x| = 3 - m \\ |x^3 + 6x| = -3 - m \end{cases}.$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 6x$, vì $h'(x) = 3x^2 + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $h(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $k(x) = |h(x)| = |x^3 + 6x|$ như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$k'(x)$		- +	
$k(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị khi phương trình $f'(|x^3 + 6x| + m) = 0$ có ít nhất hai nghiệm khác 0. Điều này xảy ra khi và chỉ khi $8 - m > 0$ hay $m < 8$.

Kết hợp điều kiện m nguyên dương ta được $m \in \{1; 2; 3; \dots; 7\}$. Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Cách 2: GVSB: Đỗ Ngọc Nam; GVPB: Hoa Tiên Phạm

Nhận thấy hàm $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục tung.

Để hàm $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì hàm số

$h(x) = f(x^3 + 6x + m)$ có ít nhất 1 điểm cực trị có hoành độ dương, tức

$h'(x) = (3x^2 + 6)f'(x^3 + 3x + m) = 0$ có nghiệm dương bội lẻ hay

$$\begin{cases} x^3 + 3x + m = 8 \\ x^3 + 3x + m = 3 \\ x^3 + 3x + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x - 8 = -m \\ x^3 + 3x - 3 = -m \\ x^3 + 3x + 3 = -m \end{cases} \text{ có nghiệm dương bội lẻ.}$$

Ta có bảng biến thiên (gộp)

x	0	$+\infty$
$y = x^3 + 3x - 8$	-8	$+\infty$
$y = x^3 + 3x - 3$	-3	$+\infty$
$y = x^3 + 3x + 3$	3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} m > 0 \\ -m > -8 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 8$.

Câu 50. Trong không gian, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{41}$.

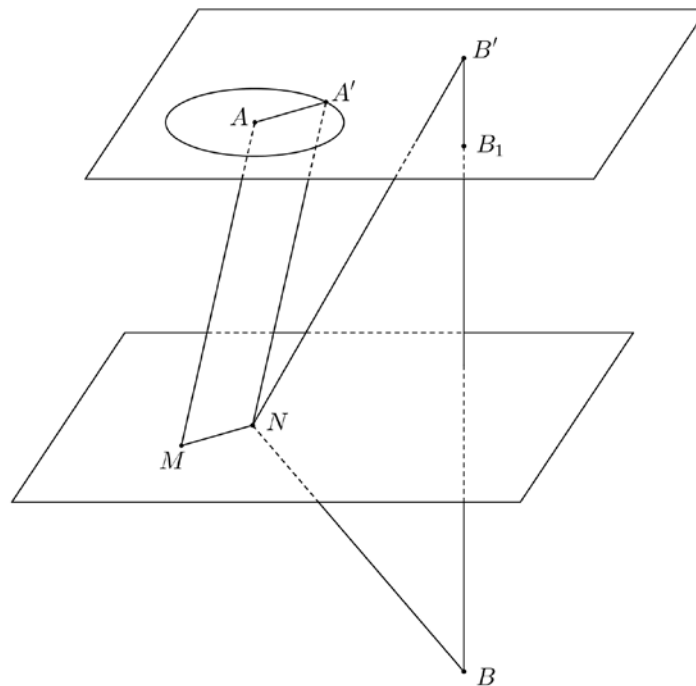
C. $\sqrt{37}$.

D. $\sqrt{61}$.

GVSB: Nga Nguyen; GVPB: Tran Nhung

Lời giải

Chọn C



Nhận xét: A và B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và song song với mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow (P): z = 2$.

B' đối xứng với (P) qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow B'(-2; 1; 3)$.

B_1 là hình chiếu của B' trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow B_1(-2; 1; 2)$.

$$\text{Gọi } A' = T_{\overline{MN}}(A) \Rightarrow \begin{cases} AA' = 1 \\ AA' \parallel (Oxy) \end{cases}$$

$\Rightarrow A'$ thuộc đường tròn (C) có tâm A và bán kính $R = 1$, (C) nằm trên mặt phẳng (P) .

$$\text{Ta có: } |AM - BN| = |A'N - BN| = |A'N - B'N| \leq A'B'$$

$$AB_1 = 5 > R \Rightarrow B_1 \text{ nằm ngoài đường tròn } (C).$$

Do $A' \in (P)$, $B' \notin (P)$ mà $(P) \parallel (Oxy)$ suy ra $A'B'$ luôn cắt mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Ta lại có: } A'B' = \sqrt{B_1B'^2 + A'B_1'^2} \text{ mà } B'B_1 = 1; AB_1 = 5 \Rightarrow A'B'_{\max} \Leftrightarrow A'B_{1\max} = AB_1 + R = 6$$

$$\Rightarrow |AM - BN|_{\max} = \sqrt{37}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } A' \text{ là giao điểm của } AB_1 \text{ với đường tròn } (C) \text{ (}$$

A ở giữa A' và B_1 và N là giao điểm của $A'B'$ với mặt phẳng (Oxy) .