

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề này có 5 trang)

Mã đề thi
127

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1)$ và $B(1;4;2)$. Tọa độ của véc tơ \overline{AB} là

- A. $(2; -3; -3)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $(-2; 3; 3)$. D. $(4; 5; 1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-8} = \frac{z+3}{7}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (7; -8; 5)$. B. $\vec{u}_2 = (-1; -2; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (5; -8; 7)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$.

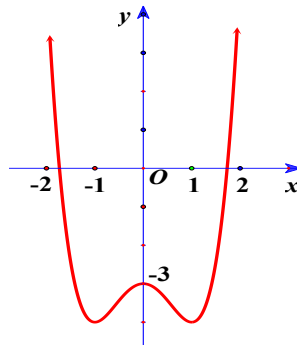
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(1; 1; 1)$. B. $P(0; 1; 2)$. C. $Q(1; -1; 1)$. D. $N(2; 1; -3)$.

Câu 4. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(4a)$ bằng

- A. $4 + \log_2 a$. B. $2 \log_2 a$. C. $2 - \log_2 a$. D. $2 + \log_2 a$.

Câu 5. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. D. $y = x^3 + 2x^2 - 3$.

Câu 6. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức \bar{z} ?

- A. $Q(1; 2)$. B. $M(1; -2)$. C. $N(2; 1)$. D. $P(-2; 1)$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây nghịch biến khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$. D. $y = \log_2 x$.

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 2$. Thể tích của khối nón bằng

- A. π . B. 3π . C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$. D. $\sqrt{3}\pi$.

Câu 9. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = 3 - i$. Mô đun của số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. 8. C. $2\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 10. Có bao nhiêu tứ giác mà bốn đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

- A. 15 B. 30. C. 360. D. 6.

Câu 11. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có phương trình là

- A. $x = 1; y = 1$. B. $x = 1; y = -2$. C. $x = 2; y = 1$. D. $x = -2; y = 1$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\sqrt{3}+1}$ là

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 2]$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 14. Nếu $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 8. B. 6. C. 2. D. 4.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

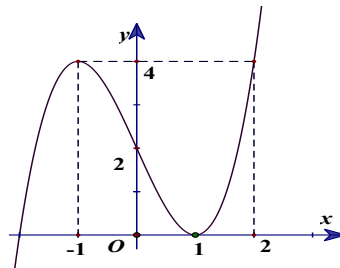
Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \sin x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos x + C$
 C. $\int f(x) dx = 1 + \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $BB' = 2a$. Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 18. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 19. Phần ảo của số phức $z = (1+i)(2+3i)$ là

- A. 5. B. -1. C. $5i$. D. 3.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		2		1		2		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 0. C. 1. D. -1.

Câu 21. Cho số phức $z = 5 - 7i$, số phức liên hợp của z bằng

- A. $5 + 7i$. B. $-5 - 7i$. C. $7 - 5i$. D. $-5 + 7i$.

Câu 22. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. -4. C. -1. D. 1.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{3}$. Giá trị của u_2 bằng

- A. $\frac{1}{27}$. B. 1. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 25. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 3 - x^2 + x^4$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C$. B. $\int f(x) dx = 3x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C$.
 C. $\int f(x) dx = -2x + 4x^3 + C$. D. $\int f(x) dx = 3x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} < 27$ là

- A. $(-\infty; 5]$. B. $(5; +\infty)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $[5; +\infty)$.

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(x^2 + 9) = 2$ là

- A. $\{-4; 4\}$. B. $\{4\}$. C. $\{-1; 1\}$. D. $\{-4\}$.

Câu 29. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5(2x - 1)$ là

- A. $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 5}$. B. $y' = \frac{\ln 5}{2x-1}$. C. $y' = \frac{1}{(2x-1)\ln 5}$. D. $y' = \frac{2\ln 5}{2x-1}$.

Câu 30. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 1]$, biết $F(0) = 1$, $F(1) = 2$. Tích

phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 1. C. -1. D. -2.

Câu 31. Trong một lớp học có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là

- A. $\frac{65}{71}$. B. $\frac{68}{75}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{69}{77}$.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng BC , SA bằng

- A. 120° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): -2x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua $A(1; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 34. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{49\pi}{4}$.

B. $\frac{49\pi}{2}$.

C. 49π .

D. 98π .

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-5; -1)$.

B. $(-\infty; -5)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-1; 2)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$.

Biết rằng đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với d_1 , cắt d_2 và có một vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; -1)$. Giá trị của biểu thức $M = a^2 + b^2$

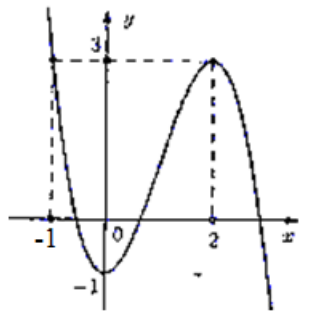
A. $M = 10$.

B. $M = 13$.

C. $M = 4$.

D. $M = 5$.

Câu 37. Cho hàm số hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$.

B. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{13}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ và ΔABC vuông tại B , $BC = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC) .

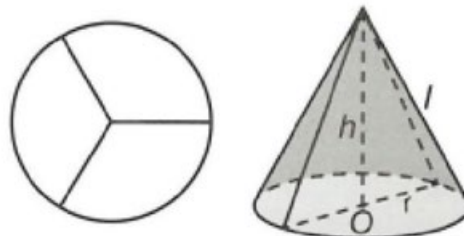
A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 40. Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



A. $\frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

B. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

C. $V = \frac{1600\sqrt{2}}{3}$ lít.

D. $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ và $g(x) = f(|f(x)| - m)$ (với m là m tham số thực) cùng với $x = -1; x = 1$ là hai điểm cực trị trong nhiều điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$. Khi đó số điểm cực trị của hàm $y = g(x)$ là

- A. 9. B. 15. C. 11. D. 14.

Câu 42. Giả sử hàm f có đạo hàm cấp 2 trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(1) = -2$ và $f(1-x) + x^2 f''(x) = 2x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x f'(x) dx$.

- A. $I = -1$. B. $I = -\frac{2}{3}$. C. $I = \frac{2}{3}$. D. $I = 1$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 6z - 26 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Biết rằng trên đường thẳng d luôn tồn tại điểm $M(x, y, z)$ với $x > 0$ sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$. Khi đó giá trị biểu thức $x + 2y - z$ bằng

- A. 2. B. 0. C. -2. D. 10.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực tiểu $(-1; -2); (1; -2)$ và điểm cực đại $(0; 3)$. Hàm số $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ có đồ thị đi qua các điểm cực trị của đồ thị $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để phương trình

$$\log_2^3 x + \log_3^3(m-x) + 6 \log_2 x \cdot \log_3(m-x) - 8 = 0$$

có nghiệm thực

- A. 21. B. 14. C. 15. D. 24.

Câu 46. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất thì tổng phần thực và phần ảo của z bằng

- A. 4. B. 10. C. 8. D. 5.

Câu 47. Cho 2 số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2)$ là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $P = a + 2b$

- A. $P = 154$. B. $P = 141$. C. $P = 148$. D. $P = 151$.

Câu 48. Biết số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z(2+i)(1-2i)$ là một số thực và $|z-1|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó biểu thức $P = 625(a^2 + b^2) + 2024$ bằng

- A. 5202. B. 2421. C. 2424. D. 2324.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023; 2024]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?

- A. 4035. B. 2024. C. 4034. D. 4036.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 3), B(6; 5; 5), C(3; 1; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính nhỏ nhất đi qua ba điểm A, B, C . Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) . Khi khối nón (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình là $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

- A. -21. B. -18. C. -15. D. -12.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề [127]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	D	C	A	C	A	D	A	D	A	D	B	A	A	B	D	A	C	A	D	C	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	A	B	D	B	A	C	B	C	A	B	B	B	C	A	A	A	C	B	A	C	A	B

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**

<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.C	5.A	6.C	7.A	8.D	9.A	10.D	11.C	12.A	13.A	14.A	15.A
16.C	17.B	18.A	19.B	20.B	21.C	22.A	23.B	24.C	25.D	26.D	27.C	28.D	29.B	30.C
31.A	32.D	33.C	34.D	35.C	36.A	37.D	38.B	39.A	40.D	41.B	42.B	43.A	44.C	45.A
46.D	47.A	48.C	49.C	50.C										

GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} < 27$ là
A. $(-\infty; 5]$. **B.** $[5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 5)$. **D.** $(5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{x-2} < 27 \Leftrightarrow 3^{x-2} < 3^3 \Leftrightarrow x-2 < 3 \Leftrightarrow x < 5$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 5)$.

- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 1$	$\nearrow 2$	$\searrow -\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** 0 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

- Câu 3.** Có bao nhiêu tứ giác mà bốn đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?
A. 30. **B.** 6.
C. 360. **D.** 15

Lời giải

Chọn D

Số tứ giác là $C_6^4 = 15$.

- Câu 4.** Cho hàm số $f(x) = \sin x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x) dx = 1 + \cos x + C$. **B.** $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos x + C$

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x) dx = \int (x + \sin x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$$

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5(2x-1)$ là

- A. $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 5}$. B. $y' = \frac{1}{(2x-1)\ln 5}$. C. $y' = \frac{\ln 5}{2x-1}$. D. $y' = \frac{2 \ln 5}{2x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \frac{2}{(2x-1)\ln 5}$.

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(4a)$ bằng

- A. $4 + \log_2 a$. B. $2 - \log_2 a$. C. $2 + \log_2 a$. D. $2 \log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2(4a) = \log_2 4 + \log_2 a = 2 + \log_2 a = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$.

Câu 7. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức \bar{z} ?

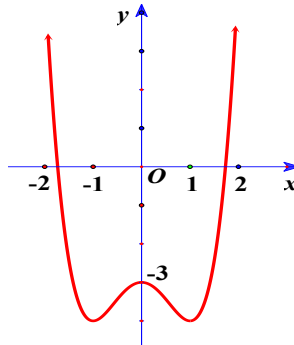
- A. $Q(1; 2)$. B. $N(2; 1)$. C. $M(1; -2)$. D. $P(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức \bar{z} là $Q(1; 2)$.

Câu 8. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số nào sau đây?



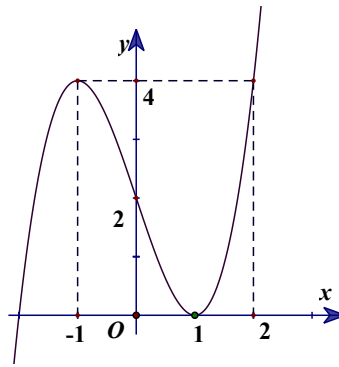
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = x^3 + 2x^2 - 3$. C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn D

Đây là đồ thị của hàm số trùng phương, có hệ số a dương và có 3 cực trị nên là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt nên phương trình có ba nghiệm.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A.** $M(1;1;1)$. **B.** $N(2;1;-3)$. **C.** $P(0;1;2)$. **D.** $Q(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $Q(1;-1;1)$ vào phương trình $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$, ta có:

$$2 \cdot 1 - (-1) + 2 \cdot 1 - 5 = 0. \text{ Do đó, điểm } Q(1;-1;1) \text{ thuộc mặt phẳng } (P).$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-8} = \frac{z+3}{7}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_1 = (1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (5;-8;7)$. **D.** $\vec{u}_4 = (7;-8;5)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Dựa vào phương trình chính tắc của phương trình đường thẳng.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1)$ và $B(1;4;2)$. Tọa độ của véc tơ \vec{AB} là

- A.** $(-2;3;3)$. **B.** $(2;-3;-3)$. **C.** $(4;5;1)$. **D.** $\left(2; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{AB} = (-2;3;3)$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

- A.** $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 5^{2x-4} = 5^2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3 - x^2 + x^4$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = 3x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C.$

B. $\int f(x)dx = -2x + 4x^3 + C.$

C. $\int f(x)dx = 3x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C.$

D. $\int f(x)dx = 3 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)dx = \int (3 - x^2 + x^4)dx = 3x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C$

Câu 15. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{\sqrt{3}+1}$ là

A. $(-\infty; 2).$

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}.$

C. $(-\infty; 2].$

D. $(0; 2).$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2.$

Tìm tập xác định của hàm số $D = (-\infty; 2).$

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = 3 - i$. Mô đun của số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

A. $2\sqrt{5}.$

B. $8.$

C. $5\sqrt{2}.$

D. $2\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 + 2z_2 = 1 + 3i + 2(3 - i) = 7 + i \Rightarrow |z_1 + 2z_2| = |7 + i| = 5\sqrt{2}.$

Câu 17. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(x^2 + 9) = 2$ là

A. $\{4\}.$

B. $\{-4; 4\}.$

C. $\{-4\}.$

D. $\{-1; 1\}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_5(x^2 + 9) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 9 = 25 \Leftrightarrow x = \pm 4..$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $3.$

B. $\sqrt{15}.$

C. $9.$

D. $\sqrt{7}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$

Suy ra bán kính mặt cầu là $R = 3.$

Câu 19. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có phương trình là

A. $x = 1; y = -2.$

B. $x = -2; y = 1.$

C. $x = 2; y = 1.$

D. $x = 1; y = 1.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow TCN : y = 1$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow TCD : x = -2.$

Câu 20. Nếu $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 2. **B.** 6. C. 8. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Xét $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx = \int_0^2 4f(x) dx - \int_0^2 3 dx = 4 \int_0^2 f(x) dx - 6 = 4.3 - 6 = 6.$

Câu 21. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 4. **B.** -4. **C.** 1. D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 g(x) dx = 2.2 - 3 = 1.$

Câu 22. Hàm số nào dưới đây nghịch biến khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A.** $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$. **D.** $y = \log_2 x$.

Lời giải

Chọn A

Do $0 < \frac{e}{3} < 1 \Rightarrow y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 23. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{3}$. Giá trị của u_2 bằng

- A.** $\frac{1}{27}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1.$

Câu 24. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -\frac{\sqrt{13}+1}{2} \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{13}+1}{2} \\ x = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ có 3 giao điểm.

Câu 25. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 2$. Thể tích của khối nón bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$. B. $\sqrt{3}\pi$. C. 3π . D. π .

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có chiều cao của khối nón là: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{4 - 3} = 1$.

♦ Vậy thể tích của khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi$.

Câu 26. Cho số phức $z = 5 - 7i$, số phức liên hợp của z bằng

- A. $-5 + 7i$. B. $7 - 5i$. C. $-5 - 7i$. D. $5 + 7i$.

Lời giải

Chọn D

$$z = 5 - 7i \Rightarrow \bar{z} = 5 + 7i$$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có: $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 28. Phần ảo của số phức $z = (1+i)(2+3i)$ là

- A. 3. B. $5i$. C. -1 . D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$z = (1+i)(2+3i) = 2 + 3i + 2i + 3i^2 = -1 + 5i.$$

Phần ảo của số phức là 5.

Câu 29. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;1]$, biết $F(0)=1, F(1)=2$.

Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. -1. B. 1. C. -2. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = F(x)\Big|_0^1 = F(1) - F(0) = 2 - 1 = 1$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB = a, BB' = 2a$. Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V = BB' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = a^3$$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): -2x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua $A(1; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua $A(1; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) , khi đó d nhận một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)} = (-2; 1; 1)$.

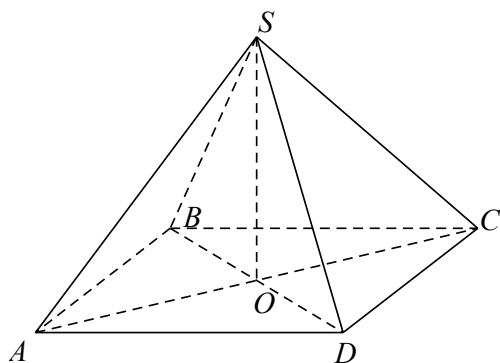
Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Số đo góc giữa hai đường thẳng BC, SA bằng

- A. 45° . B. 120° . C. 90° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D



Vì $AD \parallel BC$ nên góc giữa BC và SA là góc giữa AD và SA .

Hình chóp có tất cả các cạnh đều bằng a nên $\triangle SAD$ đều, suy ra $(AD, SA) = 60^\circ$.

Câu 33. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

- A. $\frac{49\pi}{4}$. B. $\frac{49\pi}{2}$. C. 49π . D. 98π .

Lời giải

Chọn C

Bán kính đáy của hình trụ là $r = \frac{7}{2}$.

Đường cao của hình trụ là $h = 7$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot \frac{7}{2} \cdot 7 = 49\pi$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)^2$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-5; -1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; -5)$.

Lời giải

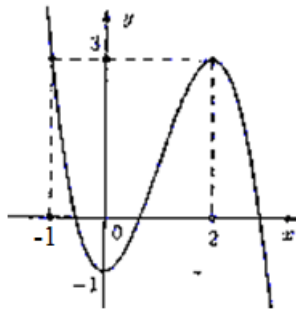
Chọn D

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-5	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$.

Câu 35. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị và đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt nên hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 36. Trong một lớp học có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là

- A. $\frac{69}{77}$. B. $\frac{68}{75}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{65}{71}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $n(\Omega) = C_{35}^4 = 52360$

Gọi A : “4 học sinh được gọi có cả nam và nữ”.

Suy ra \bar{A} : “4 học sinh được gọi chỉ có nam hoặc chỉ có nữ”.

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_{18}^4 + C_{17}^4 = 3060 + 2380 = 5440.$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{5440}{52360} = \frac{69}{77}.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Biết rằng đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với d_1 , cắt d_2 và có một vec tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; -1)$. Giá trị của biểu thức $M = a^2 + b^2$

- A. $M = 5$. B. $M = 10$. C. $M = 13$. D. $M = 4$.

Lời giải

Chọn D

Vì Δ cắt d_2 nên giả sử giao điểm đó là: $P(2+3t; 2t; t)$

Từ đó một vec to chỉ phương của đường thẳng Δ là: $\vec{AP} = (3t+1; 2t-2; t-3)$

$$\text{Lại có } \Delta \perp d_1 \Rightarrow \vec{AP} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3t+1+2t-2+2(t-3) = 0$$

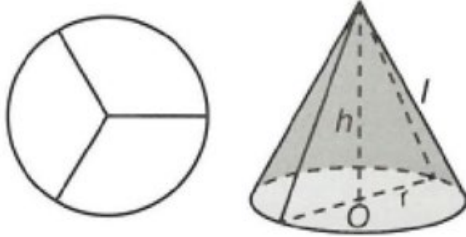
$$\Leftrightarrow 7t - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} = (4; 0; -2) = 2(2; 0; -1)$$

Theo đề bài vec tơ chỉ phương cần tìm là: $\vec{u} = (2; 0; -1) \Rightarrow a = 2; b = 0 \Rightarrow M = 4$

Câu 38. Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



A. $V = \frac{1600\sqrt{2}}{3}$ lít.

B. $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

C. $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

D. $\frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Lời giải.

Chọn B

Đổi 60cm = 6dm

Đường sinh của hình nón tạo thành là $l = 6dm$.

Chu vi đường tròn ban đầu là $C = 2\pi R = 12\pi$

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón tạo thành

Chu vi của đường tròn đáy của hình nón tạo thành là $2\pi r = \frac{2\pi \cdot 6}{3} = 4\pi \Rightarrow r = 2 (dm)$

Đường cao của khối nón tạo thành là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4\sqrt{2}$

Thể tích của mỗi cái phễu là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 2^2 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ và ΔABC vuông tại B , $BC = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC) .

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

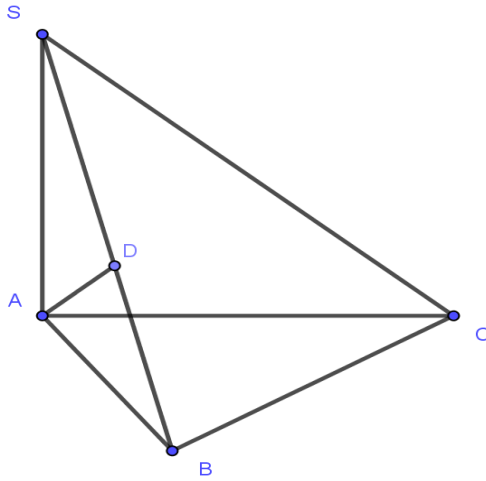
B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $a\sqrt{3}$

D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là hình chiếu của A lên SB .

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

$$\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AD.$$

$$\begin{cases} AD \perp BC \\ AD \perp SB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SBC) \Rightarrow d_{(A, (SBC))} = AD.$$

Lại có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.

Xét ΔSAB vuông tại A có AH là đường cao nên ta có:

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot 2a}{\sqrt{3a^2 + 4a^2}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}a.$$

Vậy khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$.

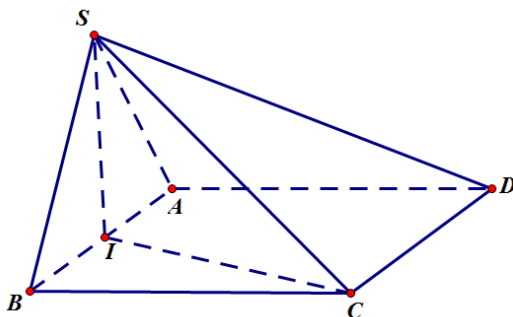
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{13}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

Chọn D



...

Ta có $SC = SD = 2a\sqrt{3}$, $SI = SC \cdot \sin \widehat{SCI} = 2a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$,
 $CI = SC \cdot \cos \widehat{SCI} = 2a\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 3a$.

$$SI = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 2a.$$

$$BC = \sqrt{CI^2 - BI^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$$

$$\text{Từ đó: } S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a \cdot 2a\sqrt{2} = 4a^2\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot 4a^2\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}.$$

- Câu 41.** Biết số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z(2+i)(1-2i)$ là một số thực và $|z-1|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó biểu thức $P = 625(a^2 + b^2) + 2024$ bằng
- A.** 2421. **B.** 2424. **C.** 2324. **D.** 5202.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z(2+i)(1-2i) = (a+bi)(4-3i) = (4a+3b) + (4b-3a)i$ là số thực nên

$$4b - 3a = 0 \Leftrightarrow b = \frac{3a}{4}.$$

Mặt khác ta lại có $T = |z-1| = |(a-1) + bi| = \sqrt{(a-1)^2 + b^2}$

$$= \sqrt{(a-1)^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}\sqrt{25a^2 - 32a + 16}$$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{\left(5a - \frac{16}{5}\right)^2 + \frac{144}{25}} \geq \frac{1}{4}\sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{3}{5}.$$

Vậy $\text{Min}T = \frac{3}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{25}, b = \frac{12}{25}$. Suy ra $P = 625(a^2 + b^2) + 2024 = 2424$.

- Câu 42.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023; 2024]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?
- A.** 4034. **B.** 4035. **C.** 2024. **D.** 4036.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (2x+3)f'(x^2+3x-m) = (2x+3)(x^2+3x-m-1)(x^2+3x-m+3)$

Vì $2x+3 > 0, \forall x \in (0; 2)$ nên yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} x^2 + 3x - m - 1 \geq 0, \forall x \in (0; 2) \\ x^2 + 3x - m + 3 \geq 0, \forall x \in (0; 2) \\ x^2 + 3x - m - 1 \leq 0, \forall x \in (0; 2) \\ x^2 + 3x - m + 3 \leq 0, \forall x \in (0; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq x^2 + 3x - 1 = g(x), \forall x \in (0; 2) & (1) \\ m \geq x^2 + 3x + 3 = h(x), \forall x \in (0; 2). & (2) \end{cases}$$

Ta có $g'(x) = 2x+3 > 0, \forall x \in (0; 2) \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$

Từ (1) $\Rightarrow m \leq g(0) = -1$.

Lại có $h'(x) = 2x + 3 > 0, \forall x \in (0; 2) \Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$.

Từ (2) $\Rightarrow m \geq h(2) = 13$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2023; 2024]$ nên suy ra $m \in \{-2023; 2022; \dots; -1; 13; 14; 15; 16; \dots; 2024\}$.

Có tất cả 4035 giá trị của m .

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực tiểu $(-1; -2); (1; -2)$ và điểm cực đại $(0; 3)$. Hàm số $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ có đồ thị đi qua các điểm cực trị của đồ thị $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 = -b \end{cases}$$

Theo bài ra hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực tiểu $(-1; -2); (1; -2)$ và điểm cực đại $(0; 3)$ suy ra

$$\begin{cases} y'(\pm 1) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y(\pm 1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ c = 3 \\ a + b + 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a = 5 \\ b = -10 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = 5x^4 - 10x^2 + 3$$

Theo bài ra đồ thị hàm số $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ đi qua điểm cực trị $(-1; -2); (1; -2)$ và $(0; 3)$ suy ra

$$\begin{cases} y(0) = 3 \\ y(1) = -2 \\ y(-1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 3 \\ m + n + 3 = -2 \\ m - n + 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 3 \\ m = -5 \\ n = 0 \end{cases} \Rightarrow y = g(x) = -5x^2 + 3$$

Phương trình hoành độ giao điểm đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$$5x^4 - 10x^2 + 3 = -5x^2 + 3 \Leftrightarrow 5x^4 - 5x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

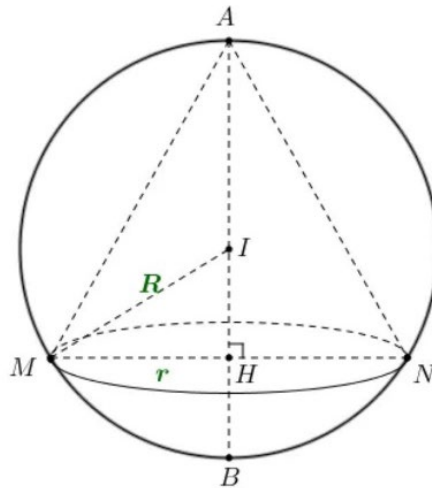
$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)| dx &= \int_{-1}^1 |5x^4 - 5x^2| dx = \int_{-1}^0 |5x^4 - 5x^2| dx + \int_0^1 |5x^4 - 5x^2| dx \\ &= \left| \int_{-1}^0 (5x^4 - 5x^2) dx \right| + \left| \int_0^1 (5x^4 - 5x^2) dx \right| = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$, $C(3;1;2)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính nhỏ nhất đi qua ba điểm A, B, C . Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

- A. -21. B. -12. C. -18. D. -15.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{CA} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{CB} = (3; 4; 3)$. Vì $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow CA \perp CB$.

$\Rightarrow (S)$ chính là mặt cầu nhận AB làm đường kính.

$\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 6$. Bán kính mặt cầu (S) là $R = 3$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) .

Do $AB \perp (P)$ nên mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Đặt $AH = x$, $(0 < x < 6)$. Ta có: $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{R^2 - (x - R)^2} = \sqrt{6x - x^2}$.

Thể tích của khối nón (N) là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (6x - x^2) x = \frac{1}{3} \pi (6x^2 - x^3)$.

$\Rightarrow V' = \pi (4x - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (L) \\ x = 4 & (N) \end{cases}$

x	0	4	6
V'		+	0
			-
V			$\frac{32\pi}{3}$

Thể tích của khối nón (N) lớn nhất bằng $\frac{32\pi}{3}$ khi $x = 4$.

$$\text{Giả sử } H(x_0; y_0; z_0). \overline{AH} = \frac{2}{3} \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2 = \frac{8}{3} \\ y_0 - 1 = \frac{8}{3} \\ z_0 - 3 = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{14}{3} \\ y_0 = \frac{11}{3} \\ z_0 = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$ và có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$ nên có phương trình là $2\left(x - \frac{14}{3}\right) + 2\left(y - \frac{11}{3}\right) + 1\left(z - \frac{13}{3}\right) = 0$ hay $2x + 2y + z - 21 = 0$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \\ d = -21 \end{cases}. \text{ Vậy } b + c + d = -18.$$

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để phương trình $\log_2^3 x + \log_3^3(m-x) + 6 \log_2 x \cdot \log_3(m-x) - 8 = 0$ có nghiệm thực

A. 15.

B. 14.

C. 24.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ m > x \end{cases}$$

Đặt $a = \log_2 x$; $b = \log_3(m-x)$, ta có:

$$a^3 + b^3 - 8 - 3 \cdot (-2)ab = 0 \Leftrightarrow (a+b-2) \left[(a-b)^2 + (a+2)^2 + (b+2)^2 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b-2=0 \\ (a-b)^2 + (a+2)^2 + (b+2)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{TH1: } (a-b)^2 + (a+2)^2 + (b+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ a=-2 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \log_2 x = \log_3(m-x) \\ \log_2 x = -2 \\ \log_3(m-x) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \log_3(m-x) \\ x = \frac{1}{4} \\ m-x = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \log_3(m-x) \\ x = \frac{1}{4} \\ m = \frac{13}{36} \end{cases} \quad (\text{không thỏa mãn})$$

mãn)

$$\text{TH2: } a+b-2=0 \Rightarrow \log_2 x + \log_3(m-x) = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{x}{4} = \log_3 \frac{1}{m-x}$$

$$\text{Đặt: } t = \log_2 \left(\frac{x}{4} \right) = \log_3 \left(\frac{1}{m-x} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} = 2^t \\ \frac{1}{m-x} = 3^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \cdot 2^t \\ m-x = \frac{1}{3^t} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{3^t} + 4 \cdot 2^t \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Xét phương trình: $f(t) = \frac{1}{3^t} + 4 \cdot 2^t \quad (t \in \mathbb{R}).$

$$f'(t) = -\frac{\ln 3}{3^t} + 4 \cdot \ln 2 \cdot 2^t;$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow t = \log_6 \left(\frac{\ln 3}{4 \ln 2} \right) \approx -\frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$\log_6 \left(\frac{\ln 3}{4 \ln 2} \right)$	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$f \left[\log_6 \left(\frac{\ln 3}{4 \ln 2} \right) \right]$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có nghiệm khi: $m \geq 4,56.$

Mà $m \in \mathbb{Z}, m \in (-20; 20) \Rightarrow m \in \{5; 6; 7; \dots; 19\}.$

Vậy có 15 số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ và $g(x) = f(|f(x)| - m)$ (với m là m tham số thực) cùng với $x = -1; x = 1$ là hai điểm cực trị trong nhiều điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$. Khi đó số điểm cực trị của hàm $y = g(x)$ là

A. 14.

B. 15.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ và $g(x) = f(|f(x)| - m); f(-1) = -3; f(1) = -1;$

Suy ra $g'(x) = (|f(x)|)' \cdot f'(|f(x)| - m) = \frac{f(x)f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}} \cdot f'(|f(x)| - m) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; x = 2 \\ |f(x)| - m = 0 \\ |f(x)| - m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; x = 2 \\ |f(x)| = m \\ |f(x)| = m + 2 \end{cases} \quad (*)$$

Mặt khác, $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a_1 \in (-1; 0) \approx -0.53, \\ x = b_1 \in (0; 1) \approx 0.65 \\ x = c_1 \in (2; 3) \approx 2.8 \end{cases}$ nên các điểm $x = a_1; x = b_1; x = c_1$ là các điểm cực trị

của $g(x)$.

Để hai điểm $x = -1; x = 1$ là hai điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ thì hai giá trị x đó phải là

nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} |f(x)| = m \\ |f(x)| = m + 2 \\ |f(-1)| = 3; |f(1)| = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \\ m + 2 = 3 \\ m + 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \\ m = 3 \end{cases} .$$

* Với $m = 3$ thì suy ra $\begin{cases} |f(x)| = 3 \\ |f(x)| = 5 \end{cases}$, tới đây ta nhận thấy hệ phương trình trên không có nghiệm

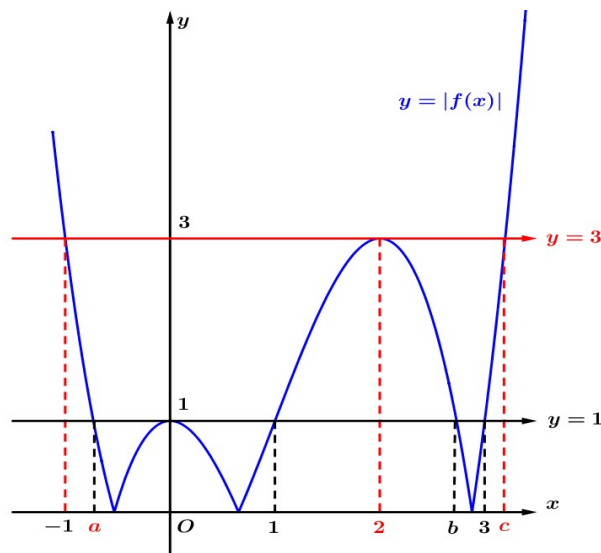
$x = 1$ nên ta loại

* Với $m = -1$ thì suy ra $\begin{cases} |f(x)| = -1 \\ |f(x)| = 1 \end{cases}$, tới đây ta nhận thấy hệ phương trình trên không có nghiệm

$x = -1$ nên ta loại

* Với $m = 1$ thì suy ra $\begin{cases} |f(x)| = 1 \\ |f(x)| = 3 \end{cases}$. Do hệ phương trình này có hai nghiệm $x = -1; x = 1$ nên hệ phương

trình tương đương với (dựa vào đồ thị hình bên)



Suy ra $\begin{cases} x = a \in (-1; 0) \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = b \in (2; 3) \\ x = 3 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = c \in (3, 4) \end{cases} .$ Do $x = 0, x = 2$ là nghiệm bội chẵn nên $\begin{cases} x = a \in (-1; 0) \\ x = 1 \\ x = b \in (2; 3) \\ x = 3 \\ x = -1 \\ x = c \in (3, 4) \end{cases}$ là 6 nghiệm bội lẻ.

Như vậy hệ phương trình (*) có tổng cộng 11 nghiệm tương đương với hàm số $y = g(x)$ có 11 điểm cực trị thỏa đề bài.

Câu 47. Cho 2 số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2)$ là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số

nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $P = a + 2b$

A. $P = 154$.

B. $P = 141$.

C. $P = 148$.

D. $P = 151$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có $(x + y + 1)^2 = 4(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})^2 = 4(x + y + 1 + 2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3})$

Áp dụng bất đẳng thức **AM – GM** cho 2 số thực không âm ta có:

$$2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \leq x + y + 1 \Rightarrow (x + y + 1)^2 \leq 8(x + y + 1) \Rightarrow -1 \leq x + y \leq 7$$

Mặt khác ta lại có:

$$(x + y + 1)^2 = 4(x + y + 1 + 2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}) \geq 4(x + y + 1) \Rightarrow \begin{cases} x + y \geq 3 \\ x + y \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \leq x + y \leq 7 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{Nếu } x + y = -1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}\sqrt{y+3} = 0 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow S = -\frac{9746}{243}$$

Nếu $3 \leq x + y \leq 7$. Đặt $t = x + y (t \in [3; 7])$

Xét hàm số $f(t) = 3^{t-4} + (t+1) \cdot 2^{7-t} (t \in [3; 7])$

$$\Rightarrow f'(t) = 3^{t-4} \ln 3 + 2^{7-t} - (t+1)2^{7-t} \ln 2$$

$$\Rightarrow f''(t) = 3^{t-4} \ln^2 3 - 2^{7-t} \ln 2 - \ln 2(2^{7-t} - (t+1)2^{7-t} \ln 2)$$

$$= 3^{t-4} \ln^2 3 + ((t+1)\ln^2 2 - 2\ln 2)2^{7-t} > 0 \forall t \in [3; 7]$$

Vì $f'(3) < 0, f'(7) > 0$ nên tồn tại số $a \in (3; 7)$ sao cho $f'(a) = 0$. Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên $(3; a)$ và đồng biến trên $(a; 7)$. Mặt khác

$$f(3) = \frac{193}{3}; f(7) = 35 \Rightarrow f(t) \leq f(3) = \frac{193}{3} \forall t \in [3; 7]$$

Ta sẽ đi chứng minh $x^2 + y^2 \geq 5$ với $x + y \geq 3, x \geq 2$. Nhận thấy rằng khi:

$$+ x \in [2; 3] \Rightarrow y \geq 3 - x \geq 0 \Rightarrow y^2 \geq x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2x^2 - 6x + 9 = 2(x-2)(x-1) + 5 \geq 5$$

$$+ x > 3 \Rightarrow x^2 + y^2 > 9$$

$$\text{Vậy } x^2 + y^2 \geq 5 \Rightarrow S \leq \frac{148}{3} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} a = 148 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 154.$$

Câu 48. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất thì tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. 5.

B. 8.

C. 10.

D. 4.

Lời giải

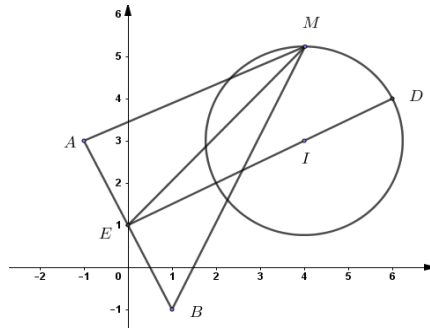
Chọn C

Giả sử $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$

Goi E là trung điểm của AB và $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Theo giả thiết ta có: $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 5$

\Rightarrow Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(4;3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$



Ta có: $\begin{cases} A(-1;3) \\ B(1;-1) \end{cases} \Rightarrow Q = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = MA + MB$

Gọi E là trung điểm của AB , kéo dài EI cắt đường tròn tại D

Ta có: $Q^2 = MA^2 + MB^2 + 2MA \cdot MB$

$$\Leftrightarrow Q^2 \leq MA^2 + MB^2 + MA^2 + MB^2 = 2(MA^2 + MB^2)$$

Vì ME là trung tuyến trong $\Delta MAB \Rightarrow ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \frac{AB^2}{2}$

$$\Rightarrow Q^2 \leq 2\left(2ME^2 + \frac{AB^2}{2}\right) = 4ME^2 + AB^2$$

Mặt khác $ME \leq DE = EI + ID = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

$$\Rightarrow Q^2 \leq 4 \cdot (3\sqrt{5})^2 + 20 = 200$$

$$\Rightarrow Q \leq 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{\max} = 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ M \equiv D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{EI} = 2\overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(x_D - 4) \\ 2 = 2(y_D - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 4 \end{cases} \Leftrightarrow M(6;4) \Rightarrow P = a + b = 10$$

Câu 49. Giả sử hàm f có đạo hàm cấp 2 trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(1) = -2$ và $f(1-x) + x^2 f''(x) = 2x$ với mọi

$x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x f'(x) dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = -\frac{2}{3}$.

C. $I = -1$.

D. $I = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $f(1-x) + x^2 f''(x) = 2x$ (1) ta có $\int_0^1 [f(1-x) + x^2 f''(x)] dx = \int_0^1 2x dx$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(1-x) dx + \int_0^1 x^2 f''(x) dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 x^2 f''(x) dx = 1.$$

+ Xét $I_1 = \int_0^1 f(x) dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = x \end{cases}. \text{ Suy ra } I_1 = xf'(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 xf''(x) dx = f(1) - I.$$

$$+ \text{ Xét } I_2 = \int_0^1 x^2 f''(x) dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = f''(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = f'(x) \end{cases}. \text{ Suy ra } I_2 = x^2 f'(x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 xf''(x) dx = f'(1) - 2I.$$

Từ (1), cho $x = 0$ ta được $f(1) = 0$.

$$\text{Khi đó } I_1 + I_2 = 1 \Leftrightarrow f(1) - I + f'(1) - 2I = 1 \Leftrightarrow 3I = f(1) + f'(1) - 1 \Leftrightarrow I = -1.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 6z - 26 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Biết rằng trên đường thẳng d luôn tồn tại điểm $M(x, y, z)$ với $x > 0$ sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ$, $\widehat{BMC} = 90^\circ$, $\widehat{CMA} = 120^\circ$. Khi đó giá trị biểu thức $x + 2y - z$ bằng

A. 0.

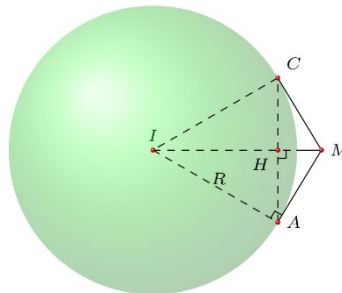
B. 10.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; -3); R = 4\sqrt{3}$.

Vì MA, MB, MC là các tiếp tuyến của mặt cầu nên ta đặt $MA = MB = MC = a$.

Ta có $MA = MB$ và $\widehat{AMB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta MAB$ là tam giác đều $\Rightarrow AB = a$.

$MB = MC$ và $\widehat{BMC} = 90^\circ \Rightarrow \Delta MBC$ vuông cân tại $M \Rightarrow BC = a\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của AC . Khi đó

Trong tam giác cân ΔMCA có $\widehat{CMA} = 120^\circ$ nên ta suy ra

$$CH = CM \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } AC = 2CH = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác ABC có theo Pytago đảo: $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B .

$\Rightarrow \Delta ABC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . Gọi H là trung điểm AC

$$\Rightarrow HA = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } IAM \text{ có } \frac{1}{HA^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{IA^2} \Rightarrow \frac{4}{3a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{48} \Rightarrow a = 4 = MA.$$

$$\Rightarrow IM^2 = MA^2 + IA^2 = 4^2 + 48 = 64.$$

Có $M \in d \Rightarrow M(-1+t; t-2; t+1)$ mà $x > 0 \Rightarrow -1+t > 0 \Rightarrow t > 1$.

$$IM^2 = (t-4)^2 + (t-4)^2 + (t+4)^2 = 64$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow t = 4 \quad (t > 1) \Rightarrow M(3; 2; 5).$$

Vậy $x + 2y - z = 2$.

-----Hết-----