

Đề thi có 02 trang

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Viết vào tờ giấy thi đáp án đúng mà em chọn (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết Câu 1: A).

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-2025}$ là

- A. $x \leq 2025$. B. $x = 2025$. C. $x \neq 2025$. D. $x \geq 2025$.

Câu 2. Cặp số $(x; y) = (3; 2)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $3x - y = 9$. B. $2x - 3y = 12$. C. $x + y = 5$. D. $x - 2y = 1$.

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(x; y) = (2; 1)$. B. $(x; y) = (0; -1)$. C. $(x; y) = (3; 0)$. D. $(x; y) = (1; 2)$.

Câu 4. Tổng hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x + 1 = 0$ là

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 5. Thống kê điểm kiểm tra giữa kì môn Toán của lớp 9A, ta thu được bảng số liệu sau:

Điểm	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	4	8	13	8	7

Theo bảng số liệu trên, lớp 9A có bao nhiêu bạn đạt điểm 10?

- A. 8. B. 13. C. 7. D. 9.

Câu 6. Thống kê cân nặng của 25 quả bơ ta thu được bảng sau:

Cân nặng (g)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)	[185;195)	[195;205)
Số quả	2	4	7	8	3	1

Giá trị nào sau đây (tính bằng gam) đại diện cho nhóm [185;195)?

- A. 380. B. 190. C. 185. D. 195.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB = BC \cdot \sin ABC$. B. $AB = BC \cdot \sin ACB$.
C. $AB = AC \cdot \cos ACB$. D. $AB = BC \cdot \cos ACB$.

Câu 8. Cho mặt cầu có bán kính bằng 1 cm. Diện tích mặt cầu đó bằng

- A. $4\pi \text{ cm}^2$. B. $8\pi \text{ cm}^2$. C. $16\pi \text{ cm}^2$. D. $\pi \text{ cm}^2$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1 (1,0 điểm). Gieo một lần một con xúc xắc có dạng khối lập phương 6 mặt, cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố: “Số chấm xuất hiện nhỏ hơn 3”.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \left(\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{x}$ ($x > 0, x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $B = A - 2\sqrt{x}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Thả một vật nặng hình cầu lăn từ trên đỉnh xuống chân một con dốc thẳng, dài 50m. Quan hệ giữa quãng đường y (tính bằng mét) và thời gian x (tính bằng giây, kể từ khi bắt đầu lăn) được thể hiện bởi công thức $y = (a - 1)x^2$ (với a là một hằng số nào đó). Biết rằng hết 4 giây đầu, vật lăn xuống được 8m. Tính thời gian để vật đó lăn từ đỉnh xuống đến chân dốc.

Câu 4 (1,0 điểm). Bạn An và bạn Bình đến cửa hàng văn phòng phẩm mua bút chì và bút bi. Bạn An mua 3 bút chì và 2 bút bi hết tổng số tiền 13500 (đồng), bạn Bình mua 2 bút chì và 4 bút bi hết tổng số tiền 17000 (đồng). Biết rằng, giá mỗi loại bút chì, bút bi mà hai bạn mua là như nhau. Hỏi giá mỗi bút chì và mỗi bút bi là bao nhiêu?

Câu 5 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Dây MN vuông góc với AB tại I , với $IA < IB$. Trên đoạn MI lấy điểm E (E khác M và I). Tia AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K .

a) Chứng minh rằng tứ giác $IEKB$ nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng tam giác AME đồng dạng với tam giác AKM và $AE \cdot AK + BI \cdot BA = 4R^2$.

c) Tính độ dài đoạn thẳng OI theo R khi chu vi tam giác MIO đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn các điều kiện $a \geq b \geq c$; $a + b + c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b$.

———— Hết ————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

ĐỀ THAM KHẢO

(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

Lưu ý:

- Hướng dẫn chỉ trình bày các bước cơ bản của một cách giải, nếu thí sinh có cách giải khác và đúng vẫn cho điểm theo thang điểm của hướng dẫn chấm.
- Trong một bài, thí sinh giải đúng đến đâu cho điểm đến đó.
- Bài hình học, nếu không vẽ hình thì không cho điểm, nếu vẽ hình sai thì không cho điểm ứng với phần vẽ hình sai.
- Trong các bài toán Giải phương trình, bất phương trình; Biến đổi, rút gọn biểu thức; Chứng minh đẳng thức, bất đẳng thức ... thí sinh có thể sử dụng các dấu $\Leftrightarrow, \Rightarrow$ hoặc không sử dụng, nếu làm đúng, đều cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm) Mỗi câu đúng cho 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	C	D	B	C	B	B	A

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1 (1,0 điểm). Gieo một lần một con xúc xắc có dạng khối lập phương 6 mặt, cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố: “Số chấm xuất hiện nhỏ hơn 3”.

Nội dung trình bày	Điểm
Con xúc xắc chỉ có thể xuất hiện các mặt có số chấm là: 1, 2, 3, 4, 5 hoặc 6 (hay không gian mẫu có 6 phần tử, $n(\Omega) = 6$).	0,50
Vì con xúc xắc cân đối và đồng chất nên khả năng xuất hiện các mặt là như nhau. Gọi E là biến cố “Số chấm xuất hiện nhỏ hơn 3” ta suy ra $E = \{1; 2\}$, hay $n(E) = 2$.	0,25
Vậy xác suất cần tìm là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.	0,25

Câu 2 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \left(\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{x}$ ($x > 0, x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức A .

Nội dung trình bày	Điểm
Ta có $A = \left(\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{x} = \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \right] : \frac{\sqrt{x} - 1}{x}$	0,25
$= \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x} - 1} = \left(\frac{x - 1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x} - 1} = (\sqrt{x} + 1)\sqrt{x} = x + \sqrt{x}$.	0,25
Vậy với $x > 0, x \neq 1$ thì $A = x + \sqrt{x}$.	

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $B = A - 2\sqrt{x}$.

Nội dung trình bày	Điểm
Với $x > 0, x \neq 1$, ta có $B = A - 2\sqrt{x} = x - \sqrt{x} = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$.	0,25
Vì $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ nên $B \geq -\frac{1}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$, hay $x = \frac{1}{4}$.	
Vậy giá trị nhỏ nhất của B bằng $-\frac{1}{4}$ khi $x = \frac{1}{4}$.	0,25

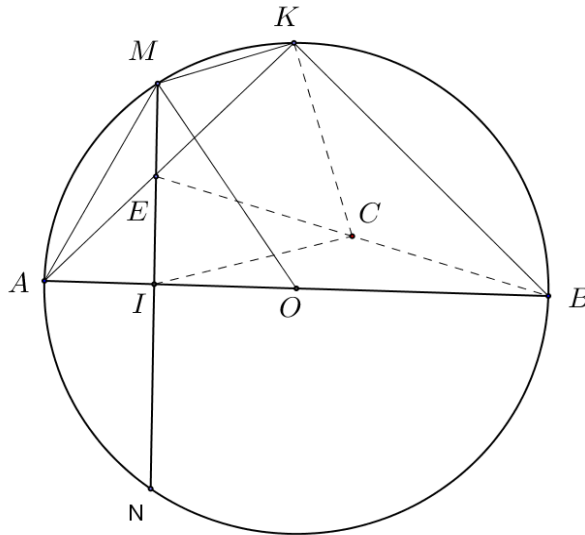
Câu 3 (1,0 điểm). Thả một vật nặng hình cầu lăn từ trên đỉnh xuống chân một con dốc thẳng, dài 50m. Quan hệ giữa quãng đường y (tính bằng mét) và thời gian x (tính bằng giây, kể từ khi bắt đầu lăn) được thể hiện bởi công thức $y = (a-1)x^2$ (với a là một hằng số nào đó). Biết rằng hết 4 giây đầu, vật lăn xuống được 8m. Tính thời gian để vật đó lăn từ đỉnh xuống đến chân dốc.

Nội dung trình bày	Điểm
Hết 4 giây đầu, vật lăn được 8m nên với $x = 4$ thì $y = 8$.	0,25
Thay $x = 4, y = 8$ vào công thức $y = (a-1)x^2$, ta được $a = \frac{3}{2}$. Khi đó $y = \frac{1}{2}x^2$.	0,25
Vật lăn từ đỉnh xuống đến chân dốc thì vật lăn được quãng đường $y = 50$ m.	
Thay $y = 50$ vào công thức $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được $50 = \frac{1}{2}x^2$, hay $x^2 = 100$.	0,25
Mà $x > 0$ nên $x = 10$. Vậy, thời gian để vật lăn từ đỉnh xuống đến chân dốc là 10 giây.	0,25

Câu 4 (1,0 điểm). Bạn An và bạn Bình đến cửa hàng văn phòng phẩm mua bút chì và bút bi. Bạn An mua 3 bút chì và 2 bút bi hết tổng số tiền 13500 (đồng), bạn Bình mua 2 bút chì và 4 bút bi hết tổng số tiền 17000 (đồng). Hỏi giá mỗi bút chì và mỗi bút bi là bao nhiêu?

Nội dung trình bày	Điểm
Gọi x (đồng), y (đồng) lần lượt là giá bán một chiếc bút chì và một chiếc bút bi ($x > 0, y > 0$).	0,25
Bạn An mua 3 bút chì và 2 bút bi hết tổng số tiền 13500 (đồng), nên ta có phương trình $3x + 2y = 13500$ (1)	
Bạn Bình mua 2 bút chì và 4 bút bi hết tổng số tiền 17000 (đồng), nên ta có phương trình $2x + 4y = 17000$ (2)	0,25
Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 13500 & (1) \\ 2x + 4y = 17000 & (2) \end{cases}$	0,25
Giải hệ phương trình, ta được $x = 2500$ và $y = 3000$. Vậy giá bán một chiếc bút chì là 2500 (đồng), một chiếc bút bi là 3000 (đồng).	0,25

Câu 5 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Dây MN vuông góc với AB tại I , với $IA < IB$. Trên đoạn MI lấy điểm E (E khác M và I). Tia AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K .



a) (1,25 điểm). Chứng minh rằng tứ giác $IEKB$ nội tiếp một đường tròn.

Nội dung trình bày	Điểm
Ta có $AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra ΔBKE vuông tại K , $BIE = 90^\circ$ (giả thiết) suy ra ΔBIE vuông tại I .	0,50
Gọi C là trung điểm của EB .	
Xét ΔBKE có KC là đường trung tuyến suy ra $CB = CK = CE = \frac{EB}{2}$. (1)	0,25
Xét ΔBIE có IC là đường trung tuyến suy ra $CB = CE = CI = \frac{EB}{2}$. (2)	0,25
Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm I, E, K, B cùng thuộc đường tròn $\left(C; \frac{EB}{2}\right)$.	0,25
Vậy tứ giác $IEKB$ nội tiếp đường tròn đường kính EB .	

b) (1,25 điểm). Chứng minh rằng ΔAME đồng dạng với ΔAKM và $AE.AK + BI.BA = 4R^2$.

Nội dung trình bày	Điểm
Ta có MN vuông góc với AB nên AB là trung trực của MN , suy ra A là điểm chính giữa của cung nhỏ MN , từ đó $AME = AMN = AKM = \text{sđ } AN = \text{sđ } AM$.	0,25
Xét ΔAME và ΔAKM ta có MAK là góc chung	0,25
$AME = AKM$ (chứng minh trên). Vậy ΔAME đồng dạng với ΔAKM (g.g).	0,25
Xét ΔAIE và ΔAKB ta có $AIE = AKB = 90^\circ$ (chứng minh trên), BAK là góc chung, nên ΔAIE đồng dạng với ΔAKB (g.g).	0,25
Suy ra $\frac{AI}{AK} = \frac{AE}{AB}$ hay $AI.AB = AE.AK$. Từ đề bài, ta có $AE.AK + BI.BA = AI.AB + BI.BA = AB(AI + BI) = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$.	0,25

c) (0,5 điểm). Tính độ dài đoạn thẳng OI theo R khi chu vi tam giác MIO đạt giá trị lớn nhất.

Nội dung trình bày	Điểm
<p>Chu vi tam giác MIO là $MI + IO + OM = MI + IO + R$ lớn nhất khi $IM + IO$ lớn nhất.</p> <p>Xét ΔMIO vuông tại I, theo định lý Pythagore ta có $OM^2 = R^2 = OI^2 + MI^2$.</p> <p>Mà $2(OI^2 + MI^2) - (OI + MI)^2 = (OI - MI)^2 \geq 0$</p> <p>Suy ra $OI + MI \leq \sqrt{2}R$ nên $OI + MI + R \leq (\sqrt{2} + 1)R$.</p>	0,25
<p>Dấu “=” xảy ra khi $OI = MI = \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.</p> <p>Vậy chu vi tam giác MIO lớn nhất bằng $R + R\sqrt{2}$ khi I thuộc đoạn thẳng AO và cách O một khoảng $OI = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.</p>	0,25

Câu 6 (1,0 điểm). Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn các điều kiện $a \geq b \geq c$; $a + b + c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b$.

Nội dung trình bày	Điểm
<p>Từ $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ và $c = -a - b$ suy ra $a^2 + b^2 + (a + b)^2 = 6$, hay $a^2 + b^2 + ab = 3$ (1)</p>	0,25
<p>Do $a \geq b \geq c$ nên $a + 2b \geq a + b + c = 0$ và $b + 2a \geq a + b + c = 0$.</p> <p>Suy ra $(a + 2b)(b + 2a) \geq 0$ (2)</p>	0,25
<p>Từ (1) và (2) suy ra $(a^2 + b^2 + ab) + (a + 2b)(b + 2a) \geq 3$, do đó $(a + b)^2 \geq 1$.</p> <p>Suy ra $a + b \geq 1$ hoặc $a + b \leq -1$.</p>	0,25
<p>Nếu $a + b \leq -1$ thì $c \geq 1 > 0 > a + b$, mâu thuẫn, suy ra $a + b \geq 1$.</p> <p>Đẳng thức xảy ra khi $a = 2$; $b = c = -1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 1.</p>	0,25

----- Hết -----