SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian phát đề)*
Ngày thi: 14/06/2024
(Đề thi có 05 câu, gồm 01 trang)

Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm tất cả các giá trị của x để $P<0$.

Câu II. (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d): y=(m^2-3)x+3$ và $(d'): y=6x+m.$ Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng trên song song với nhau.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+5y=-7 \\ x-4y=11 \end{cases}$.

Câu III. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2+6x+5=0$.

2. Cho phương trình $x^2-x+4m+2=0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2-4x_1x_2+3x_2^2=5(x_1-x_2)$.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi O là trung điểm của cạnh BC. Đường tròn (O) tiếp xúc với AB tại E, tiếp xúc với AC tại F. Điểm H di động trên cung nhỏ $\overset{\frown}{EF}$ của đường tròn (O); tiếp tuyến của đường tròn (O) tại H cắt AB, AC lần lượt tại I, K.

1. Chứng minh $AEOF$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\widehat{IOK}=\widehat{ABC}$ và hai tam giác OIB, KOC đồng dạng.

3. Giả sử $AB=5\,cm, BC=6\,cm$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác AIK.

Câu V. (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{a^4(b^2+c^2)}{b^3+2c^3}+\frac{b^4(c^2+a^2)}{c^3+2a^3}+\frac{c^4(a^2+b^2)}{a^3+2b^3}.$$

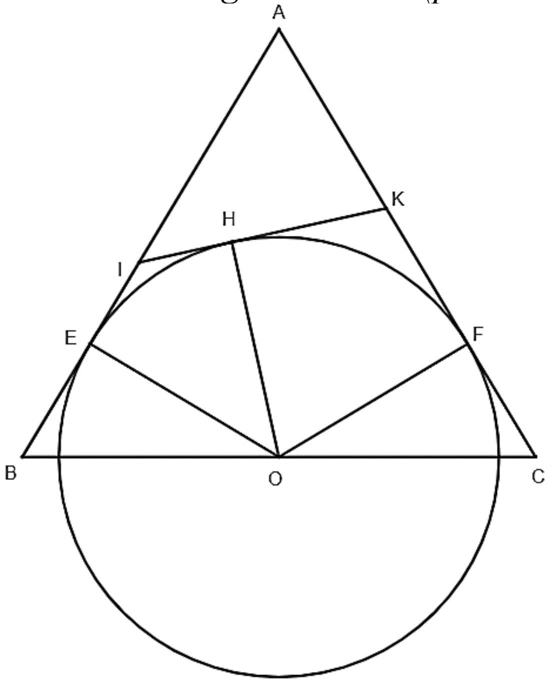
------------ **HẾT** ------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **THANH HÓA**	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT** **NĂM HỌC: 2024 – 2025** **Môn Thi: Toán**

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
I (2điểm)	**1** (1,5đ)	Với $x > 0, x \neq 1$ thì: $\mathrm{P} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ $\Leftrightarrow P = \frac{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ $\Leftrightarrow P = \frac{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}}$ $\Leftrightarrow P = \frac{x + \sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}} = \frac{x + 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}}$ $\Leftrightarrow P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ Vậy $P = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$	0,25 0,25 0,5 0,25 0,25
	2 (0,5đ)	Vì $\sqrt{x} + 4 > 0\ \forall\ x$ nên để $P < 0$ thì $\sqrt{x} - 1 < 0$ $\Rightarrow \sqrt{x} < 1$ $\Rightarrow x < 1$ Kết hợp với điều kiện xác định ta được $0 < x < 1$ Vậy để $P < 0$ thì $0 < x < 1$	0,25 0,25
II (2điểm)	**1** (1đ)	Để đường thẳng (d): $y = (m^2 - 3)x + 3$ và (d'): $y = 6x + m$. song song với nhau thì $\begin{cases} m^2 - 3 = 6 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 9 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$ Vậy $m = -3$ là giá trị cần tìm	0,5 0,5
	2 (1đ)	Ta có $\begin{cases} x + 5y = -7 \\ x - 4y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y = -18 \\ x + 5y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = -3 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (-3; -2)$	0,5 0,5
III (2điểm)	**1** (1đ)	Ta thấy $a - b + c = 0$ Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = -1$; $x_2 = -5$	0,5 0,5
		Vì $a = 1 \neq 0$ nên $\Delta = 1 - 4.1(4m + 2) = 1 - 16m - 8 - 7$ Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0$ $\Leftrightarrow -16m - 7 > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{7}{16}$ Áp dụng định lí *Vi-et* ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 & (1) \\ x_1x_2 = 4m + 2 & (2) \end{cases}$ Theo bài ra ta có: $x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2 = 5(x_1 - x_2)$ $\Leftrightarrow x_1^2 - x_1x_2 - 3x_1x_2 + 3x_2^2 - 5(x_1 - x_2) = 0$	0,25 0,25

	2 (1đ)	$\Leftrightarrow x_1(x_1-x_2)-3x_2(x_1-x_2)-5(x_1-x_2)=0$ $\Leftrightarrow (x_1-3x_2-5)(x_1-x_2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1-x_2=0 \text{ (loại)} \\ x_1-3x_2-5=0 \end{array}\right.$ Kết hợp với (1) ta được $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1-3x_2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-1 \end{cases}$ thay vào (2) ta được m = -1 Vậy m = -1 thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thõa mãn hệ thức $x_1^2-4x_1x_2+3x_2^2=5(x_1-x_2)$	0,25 0,25
	Vẽ Hình (0,25đ)	*Học sinh vẽ hình tương đối đúng nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai sẽ không chấm điểm (phần hình)*  	
	1 (1,25đ)	Vì (O) tiếp xúc với AB; AC tại E và F $\Rightarrow$ OE $\perp$ AB; OF $\perp$ AC $\Rightarrow \widehat{AEO}=\widehat{AFO} \Rightarrow \widehat{AFO}+\widehat{AEO}=180^o$ mà hai góc ngày ở vị trí đối nhau nên tứ giác AEOF là tứ giác nội tiếp (đpcm)	0,5 0,5 0,25
	2 (1đ)	Ta có: $\widehat{BAC}=180^o-2\widehat{ABC}$ (ΔABC cân tại A) $\Rightarrow \widehat{ABC}=\dfrac{180^o-\widehat{BAC}}{2}$ Mà $\widehat{BAC}=180^o-\widehat{EOF}$ (Vì tứ giác AEOF là tứ giác nội tiếp) $\widehat{ABC}=\dfrac{180^o-(180^o-\widehat{EOF})}{2}=\dfrac{\widehat{EOF}}{2}$ (1) Vì OI là phân giác của $\widehat{EOH}$ và OK là phân giác $\widehat{HOF}$ (Áp dụng tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) nên $\widehat{IOH}=\dfrac{\widehat{EOH}}{2}$ và $\widehat{HOK}=\dfrac{\widehat{HOF}}{2}$ Ta có: $\widehat{IOK}=\widehat{IOH}+\widehat{HOK}=\dfrac{\widehat{EOH}}{2}+\dfrac{\widehat{HOF}}{2}=\dfrac{\widehat{EOF}}{2}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ABC}=\widehat{IOK}$ (đpcm) Vì OI là phân giác của $\widehat{EIH}$ và OK là phân giác $\widehat{HOF}$ (Áp dụng tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)	 0,25 0,25

IV (3điểm)		nên $\widehat{OIE} = \widehat{OIH}$ và $\widehat{HOK} = \widehat{FKO}$ Vì ΔABC cân tại A $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ $\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{IOK}$ hay $\widehat{KCO} = \widehat{IOK}$ Xét ΔOIB và ΔKIO có: $\widehat{IBO} = \widehat{IOK}$ $\widehat{OIE} = \widehat{OIH}$ $\Rightarrow \Delta OIB \backsim \Delta KIO$ (g – g) (3) Xét ΔKOC và ΔKIO có: $\widehat{KCO} = \widehat{IOK}$ $\widehat{IKO} = \widehat{OKC}$ $\Rightarrow \Delta KOC \backsim \Delta KIO$ (g – g) (4) Từ (3) và (4) suy ra $\Delta KOC \backsim \Delta OIB$ (đpcm)	0,25 0,25
	3 (0,5đ)	Ta có: $\Delta OIB \backsim \Delta KOC \Rightarrow \frac{OB}{KC} = \frac{IB}{OC}$ $\Rightarrow IB.KC = OB.OC = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$ Ta có: $\frac{S_{\Delta AIK}}{S_{\Delta AIC}} = \frac{AK}{AC}$ (hai tam giác có cùng chiều cao hạ từ I xuống AC) $\frac{S_{\Delta AIC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{AI}{AB}$(hai tam giác có cùng chiều cao hạ từ C xuống AB) $\Rightarrow \frac{S_{\Delta AIK}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{AI.AK}{AB.AC}$ Vì ΔABC cân tại A có AO là đường trung tuyến nên AO là đường cao. ΔABO vuông tại O, theo định lý "*Pythagore*" ta có: $AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ (cm) $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AO.BC = 12(cm^2)$ $\Rightarrow S_{\Delta AIK} = \frac{AI.AK}{5^2}.12 = \frac{12.AI.AK}{25}$ Ta có: AI.AK = (AB – BI)(AC – KC) = AB.AC – (AB.KC + AC.BI) + BI.KC = 25 – 5(KC + BI) + 9 = 34 – 5(KC + BI) Áp dụng bất đẳng thức "*Cosy*" ta có: $KC + BI \geq 2\sqrt{KC.BI} = 6 \Rightarrow AI.AK \leq 34 - 5.6 = 4$ $\Rightarrow S_{\Delta AIK} \leq \frac{48}{25}(cm^2)$ Vậy giá trị lớn nhất của ΔAIK là $\frac{48}{25}cm^2$ khi H là điểm chính giữa cung EF	

V (1điểm)		Ta có $\dfrac{a^4(b^2+c^2)}{b^3+2c^3} \geq \dfrac{a^4.2bc}{b^3+2c^3}$ Tương tự ta có: $\dfrac{c^4(a^2+b^2)}{a^3+2b^3} \geq \dfrac{2c^3}{a^3+2b^3};\dfrac{b^4(c^2+a^2)}{c^2+2a^3} \geq \dfrac{2b^3}{c^3+2a^3}$ $\Rightarrow P = \dfrac{a^4(b^2+c^2)}{b^3+2c^3}+\dfrac{b^4(c^2+a^2)}{c^3+2a^3}+\dfrac{c^4(a^2+b^2)}{a^3+2b^3}$ $\geq 2\left(\dfrac{a^3}{b^3+2c^3}+\dfrac{b^3}{c^3+2a^3}+\dfrac{c^3}{a^3+2b^3}\right)$ $=\dfrac{2.\left(a^3+b^3+c^3\right)^2}{a^3\left(b^3+2c^3\right)+b^3(c^3+2a^3)+c^3(a^3+2b^3)}=\dfrac{2(a^3+b^3+c^2)}{3(a^3b^3+b^3c^3+c^3a^3)}$ $P \geq \dfrac{2.3\left(a^3b^3+b^3c^3+c^3a^3\right)}{3\left(a^3b^3+b^3c^3+c^3a^3\right)}=2$ Dấu "=" xảy ra khi a = b = c = 1 Vậy GTNN của P bằng 2 khi a = b = c = 1.	0,25 0,25 0,25 0,25

--------------------HẾT--------------------