

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

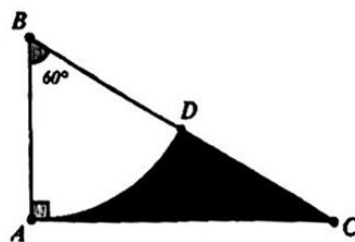
Môn thi: **TOÁN – CHUYÊN**
Thời gian làm bài: 120 phút
Ngày thi: 05/6/2024

Câu 1. (5.0 điểm)

1.1. Cho biểu thức: $A = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{21 + 8\sqrt{5}}$ và $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right)$

với $x \geq 0$ và $x \neq 1$. Tìm tất cả các số tự nhiên x để $B \geq A$.

1.2. Một khu đất hình tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$ và cạnh $AB = 20$ m. Người ta trồng hoa trên phần đất hình quạt tròn $(B; BA)$, phần còn lại của khu đất để trồng cỏ (phần tô đậm minh họa bởi hình bên). Tính diện tích phần đất trồng cỏ.



(Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, lấy $\pi \approx 3,14$ và $\sqrt{3} \approx 1,73$).

Câu 2. (4.5 điểm)

2.1. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC. Gọi A là điểm chính giữa của cung $\widehat{BC}$, D là điểm thuộc cung $\widehat{AC}$ (điểm D không trùng điểm A và C). Trên dây BD lấy điểm E sao cho $BE = CD$. Chứng minh rằng tam giác ADE vuông cân.

2.2. Hồ Xuân Hương là một hồ nước nhân tạo hình dạng trăng lưỡi liềm nằm ở trung tâm thành phố Đà Lạt với diện tích khoảng 25 ha, mỗi vòng bờ hồ có chiều dài khoảng 5 km và xung quanh là các địa danh du lịch của thành phố như: Vườn hoa thành phố, Công viên Yersin, Đồi Cù, Quảng trường Lâm Viên.

Để rèn luyện sức khoẻ, mỗi ngày anh Thanh dành một khoảng thời gian đi bộ và chạy bộ quanh bờ Hồ Xuân Hương với quãng đường 10 km. Biết rằng anh Thanh đi bộ với vận tốc 5 km/h, chạy bộ 10 km/h và thời gian chạy bộ nhiều hơn thời gian đi bộ là 6 phút. Hỏi mỗi ngày anh Thanh đã dành bao nhiêu phút để đi bộ và chạy bộ.

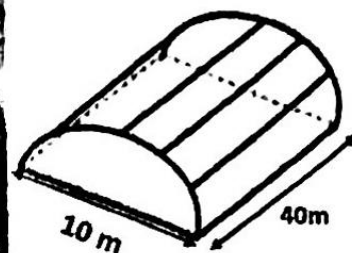
Câu 3. (4.0 điểm)

3.1. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2x + m - 1$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ và thỏa mãn điều kiện $y_1 - 2x_2 = 2027$.

3.2. Khi bạn Hoà hỏi số căn cước công dân của bạn Bình, bạn Bình cho biết: “ Số đó dạng $\overline{06820900abcd}$ với $\overline{abcd}$ là số chính phương và $\overline{ab} - \overline{cd} = 1$ “. Em hãy giúp bạn Hoà xác định số căn cước công dân của bạn Bình.

Câu 4. (3.5 điểm)

4.1. Bác An dự định làm một nhà kính trồng rau sạch, phần mái vòm có dạng nửa hình trụ đường kính đáy là 10 m , chiều dài là 40 m (minh họa bởi hình bên). Để phủ kín mái vòm (gồm diện tích xung quanh nửa hình trụ và kể cả hai nửa đáy) bác An ra cửa hàng mua một số tấm nhựa Politiv, mỗi tấm có chiều rộng $2,2\text{ m}$ và chiều dài 50 m với giá 15000 đồng/m^2 .



Tính số tiền bác An mua các tấm nhựa Politiv để phủ kín mái vòm ở trên, biết rằng cửa hàng chỉ bán nguyên tấm (lấy $\pi \approx 3,14$).

4.2. Giải phương trình: $2024\sqrt{2024x-2023} + \sqrt{2025x-2024} = 2025$.

Câu 5. (3.0 điểm)

5.1. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm (O) . Tia phân giác của các góc $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ cắt đường tròn (O) lần lượt tại D , E và F . Chứng minh:

a) $AD \cdot BC = AC \cdot BD + AB \cdot CD$

b) $AD + BE + CF > AB + AC + BC$.

5.2. Cho tam giác ABC với độ dài ba cạnh lần lượt là a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$ và $\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = \frac{3}{2}$. Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

----- Hết -----