

(Đề có 5 trang)

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề

Câu 1. Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

C. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx . \int g(x) dx.$

D. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

Câu 2. Số phức $z = 4 + 3i$ có môđun bằng

A. 8.

B. $\sqrt{7}.$

C. 5.

D. 25.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = 3 - 2i$ là

A. 3

B. $-2i$

C. $-2.$

D. $3 + 2i$

Câu 4. Cho $f(x)$ liên tục trên R , $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên R , $F(2) = 4, F(3) = 6$.

Tính $\int_2^3 f(x) dx$

A. $-2.$

B. 2.

C. 10.

D. 1.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(1;-2;0)$. Tọa độ của vector \overline{AB} là

A. $\left(1; -\frac{1}{2}; -1\right).$

B. $(2; -1; -2).$

C. $(0; 3; -2)$

D. $(0; -3; 2).$

Câu 6. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; 4)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(0; 0; -4).$

B. $(1; -2; 0).$

C. $(-1; 2; 4).$

D. $(0; 0; 4).$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$

D. $V = \pi \int_a^b f(x^2) dx$

Câu 9. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int 5^x dx = 5x^4 + C.$

B. $\int 5^x dx = \frac{x^6}{6} + C$

C. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C.$

D. $\int 5^x dx = 5^x \cdot \ln 5 + C$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3).$

B. $\vec{u}_2 = (1; 0; -2)$

C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3).$

D. $\vec{u}_4 = (1; 0; 2).$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(-1; -2; 0)$. B. $M(1; 2; 0)$. C. $M(2; 1; -2)$. D. $M(-2; -1; 2)$.

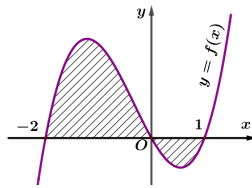
Câu 12. Tính $\int_0^1 (f(x) + g(x)) dx$, biết $\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_0^1 g(x) dx = -4$.

- A. -6 . B. 6 . C. -2 . D. 2 .

Câu 13. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -4 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $-3 - 2i$. B. $5 - 2i$. C. $-3 + 2i$. D. $5 - 4i$.

Câu 14. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là



- A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$. B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$. C. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$. D. $\left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right|$.

Câu 15. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $x + 2i = 3 + 4yi$.

- A. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$. B. $x = 3, y = \frac{1}{2}$. C. $x = -3, y = \frac{1}{2}$. D. $x = 3, y = 2$.

Câu 16. Trong không gian cho $A(1; 2; 3)$ và $B(2; -1; 2)$. Đường thẳng đi qua hai điểm AB có phương trình là.

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$. C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{-1}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - y - 2 = 0$?

- A. $\vec{n} = (3; -1; -2)$. B. $\vec{n} = (3; 1; 2)$. C. $\vec{n} = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n} = (3; 1; 0)$.

Câu 18. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(3; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 2)$ là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{2} - \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = -1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 0$.

Câu 19. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 (f(x) - 1) dx$ bằng

- A. -2 . B. -3 . C. 1 . D. 0 .

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1; 2; 2); \vec{v} = (3; 4; 0)$. Tính $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$

- A. $\vec{a} = (4; 2; -2)$. B. $\vec{a} = (5; 10; 2)$. C. $\vec{a} = (2; 6; 2)$. D. $\vec{a} = (1; 3; 1)$.

Câu 21. Hàm số $F(x) = 3x^2$ là một nguyên hàm của hàm số nào?

- A. $f(x) = x^3 + C$ B. $f(x) = 6x$ C. $f(x) = x^3$. D. $f(x) = 6x + 1$.

Câu 22. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 5x$ là

- A. $\sin 5x + C$. B. $\frac{1}{5} \sin 5x + C$. C. $-5 \sin 5x + C$. D. $-\frac{1}{5} \sin 5x + C$.

Câu 23. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 4 = 0$ là

- A. $2i$. B. $2i; -2i$. C. $4i; -4i$. D. 2

Câu 24. Cho số phức $z = 2i$. Số phức nghịch đảo của số phức z là

- A. $-\frac{1}{2}i$. B. $-2i$. C. $\frac{1}{2}i$. D. $-\frac{3}{2}i$.

Câu 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x$; trục hoành, trục tung là

- A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;2)$, $B(2;0;-1)$, $C(3;2;0)$. Mặt phẳng (ABC) nhận một vec tơ pháp tuyến là vec tơ nào dưới đây?

- A. $\vec{n} = (5; -4; 3)$. B. $\vec{n} = (-4; 3; 5)$. C. $\vec{n} = (1; -1; -3)$. D. $\vec{n} = (3; 5; -4)$.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $i\bar{z} = 5 - 2i$. Tìm z

- A. $-2 - 5i$. B. $-5 - 2i$. C. $-2 + 5i$. D. $-5 + 2i$.

Câu 28. Cho $z_1 = 1 - i; z_2 = 2 + i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $-\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$

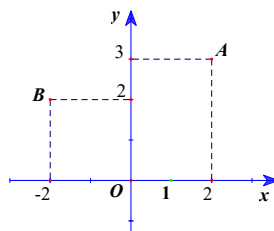
Câu 29. Tính tích phân $I = \int_0^{2024} e^{2x} dx$.

- A. $I = (e^{4048} - 1)$. B. $I = \frac{1}{2}(e^{4048} - 1)$. C. $I = \frac{1}{2}e^{4048}$. D. $I = \frac{1}{2}e^{4048} - 1$.

Câu 30. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

- A. $V = \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$. C. $V = \int_0^2 |2x - x^2| dx$. D. $V = \int_{-2}^0 (2x - x^2)^2 dx$.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm A, B (như hình vẽ) lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Tìm phần ảo của số phức $z = z_1 z_2$.



- A. -10 B. $-2i$ C. -2 D. $-10 - 2i$.

Câu 32. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 5i| = 6$ là đường tròn có tâm là

- A. $I(2; -5)$. B. $I(5; -2)$. C. $I(-5; 2)$. D. $I(-2; 5)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-1), B(2;2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là

- A. $x + 2y + 2z - 1 = 0$. B. $x + z = 0$. C. $x - z - 2 = 0$. D. $x + 2y + 2z + 1 = 0$

Câu 34. Cho số phức $z = 2 - i^3$. Tìm phần ảo của z .

- A. -1. B. 2 C. 1 D. i

Câu 35. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ ($z \in \mathbb{C}$). Tính giá trị của biểu thức $P = 2|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|$.

- A. $P = 3$. B. $P = 2\sqrt{2} + 2$. C. $P = \sqrt{2} + 4$. D. $P = 6$.

Câu 36. Hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)+1}{e^x}$.

A. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$. B. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$.

C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C$. D. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(-x) + f(x) = 3x^2$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = 4$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 38. Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a.b$

- A. $P = 1$. B. $P = -6$. C. $P = 5$. D. $P = -1$.

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 4 B. 0 C. 2 D. 3

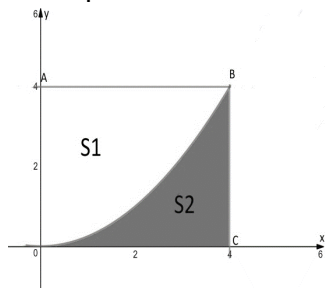
Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$ bằng

- A. $\frac{14}{3}$. B. -2. C. 6. D. 2.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 23 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{23}$. B. 4. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Câu 42. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình



vẽ bên dưới.

Tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 43. Cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+5=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{2}$ C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-2}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 44. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = \ln 2 + 1$. B. $S = 2 \ln 2 + 1$. C. $S = \ln 2 - 1$. D. $S = 2 \ln 2 - 1$.

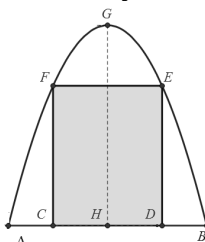
Câu 45. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1+i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1;1)$. B. $(0;-1)$. C. $(0;1)$. D. $(-1;0)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(\ln x) + f(1 - \ln x) = x$. Khi đó $I = \int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{e-1}{2}$. B. $\frac{e+1}{2}$. C. $\frac{e}{2}$. D. $\frac{2}{e-1}$.

Câu 47. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1000000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên ứng với với số tiền nào dưới đây?



A. 11445000 đồng B. 12544000 đồng. C. 10213800 đồng. D. 115540000 đồng.

Câu 48. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4| = 3$ và $|z_2 - 3 - 3i| = |z_2 + 1 - 6i|$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$ bằng

A. $\frac{81}{10}$ B. $\frac{21}{10}$ C. $\frac{51}{10}$ D. 3.

Câu 49. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó $a+2b+3c$ bằng

A. 12. B. 21. C. 15. D. 18.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt

phẳng $(\alpha): x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a;b;c)$ là tọa độ điểm C , giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. B. 2. C. 4. D. 7.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1B	2C	3C	4B	5D	6C	7D	8B	9C	10 A	11 B	12 C	13 A	14 A	15 B	16 B	17 C	18 A
19 D	20 C	21 B	22 B	23 A	24 A	25 B	26 A	27 C	28 A	29 B	30 B	31 C	32 D	33 D	34 C	35 D	36 B
37 C	38 B	39 A	40 D	41 B	42 D	43 B	44 D	45 B	46 A	47 C	48 B	49 D	50 C				

Giải chi tiết VD và VDC

Câu 36. Hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)+1}{e^x}$.

A. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C.$

B. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C.$

C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C.$

D. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C.$

Chọn B

Vì hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$ nên $f(x) = (F(x))' = 2e^{2x}$.

Do đó: $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \int \frac{2e^{2x}+1}{e^x} dx = \int (2e^x + e^{-x}) dx = 2e^x - e^{-x} + C.$

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(-x) + f(x) = 3x^2$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{2}{3}.$

B. $I = 4.$

C. $I = 1.$

D. $I = \frac{1}{2}.$

Chọn C

Ta có: $f(-x) + f(x) = 3x^2 \Rightarrow \int_{-1}^1 f(-x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 3x^2 dx$

Mà $\int_{-1}^1 f(-x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx$ Nên $2 \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = 1$

Câu 38. Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a.b$

A. $P = 1.$

B. $P = -6.$

C. $P = 5.$

D. $P = -1.$

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = x-2 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 (x-2)e^x dx = (x-2)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = -e + 2 - e^x \Big|_0^1 = 3 - 2e = a + be$

Với $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 3, b = -2 \Rightarrow ab = -6.$

Câu 39. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 4

B. 0

C. 2

D. 3

Chọn A.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$

Vì $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo ta có:

$$\begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a = -b \\ b^2 + (b-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 4 \\ a = b = -3 \\ b = -a = 4 \\ b = -a = -3 \end{cases}$$

Do đó có 4 số phức z thỏa mãn điều kiện

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$ bằng

- A. $\frac{14}{3}$. B. -2 . C. 6 . D. 2 .

Chọn D.

Nhận thấy mp $(P) \parallel$ mp (Q) .

Do đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là khoảng cách từ điểm $A(1; 1; 2)$ nằm trong mặt phẳng (P) tới mặt phẳng (Q)

$$\text{Vậy } d(A; (Q)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 2 - 8|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2$$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 23 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{23}$. B. 4 . C. 2 . D. $\sqrt{2}$.

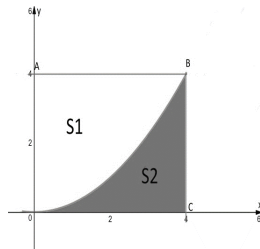
Chọn B.

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{1+1+23} = 5$

+) Khoảng cách từ tâm I đến mp (P) là: $d = \frac{|2 - 2 - 9|}{\sqrt{4+1+4}} = 3$

Vậy đường tròn giao tuyến có bán kính là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$.

Câu 42. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch



như hình vẽ bên dưới.

Tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3 . C. 2 . D. $\frac{1}{2}$.

Chọn D.

Ta có: $S_{ABCD} = S_1 + S_2 = 16$.

$$S_2 = \int_0^4 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{S_2}{16 - S_2} = \frac{\frac{16}{3}}{16 - \frac{16}{3}} = \frac{1}{2}$$

Câu 43. Cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{2}$ C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$.

Chọn B.

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 2; 2)$.

Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; 2; 1)$.

$[\vec{u}; \vec{n}] = (-2; 3; -2)$ là vector chỉ phương của Δ .

Mặt khác, do Δ cắt d nên Δ đi qua giao điểm M của d và mặt phẳng (P) .

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \\ x + 2y + 2z + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(-1; -1; -1).$$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 44. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó

giá trị của S bằng

A. $S = \ln 2 + 1$.

B. $S = 2 \ln 2 + 1$.

C. $S = \ln 2 - 1$.

D. $S = 2 \ln 2 - 1$.

Chọn D

Phương trình trục Ox và Oy lần lượt là $y = 0$ và $x = 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số (H) và trục $Ox: \frac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có: $S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx$. Vì $\frac{x-1}{x+1} \leq 0, \forall x \in [0; 1]$ nên diện tích cần tìm là:

$$S = -\int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx = \int_0^1 \left(-1 + \frac{2}{x+1} \right) dx = (-x + 2 \ln|x+1|) \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - 1.$$

Câu 45. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1+i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1; 1)$.

B. $(0; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Chọn B

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z-i| = |(1+i)z| \Leftrightarrow |x+(y-1)i| = |(1+i)(x+yi)| \Leftrightarrow |x+(y-1)i| = |(x-y)+(x+y)i|$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = (x-y)^2 + (x+y)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(0; -1)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(\ln x) + f(1-\ln x) = x$. Khi đó

$$I = \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{e-1}{2}$.

B. $\frac{e+1}{2}$.

C. $\frac{e}{2}$.

D. $\frac{2}{e-1}$.

Chọn A

Ta có $f(\ln x) + f(1 - \ln x) = x \Leftrightarrow \frac{1}{x} f(\ln x) + \frac{1}{x} f(1 - \ln x) = 1 (*)$

Lấy tích phân từ 1 đến e cả hai vế của (*), ta được $\int_1^e \left[\frac{1}{x} f(\ln x) + \frac{1}{x} f(1 - \ln x) \right] dx = \int_1^e dx$

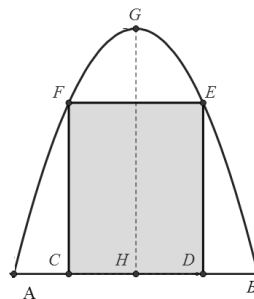
$\Leftrightarrow \int_1^e \frac{1}{x} f(\ln x) dx + \int_1^e \frac{1}{x} f(1 - \ln x) dx = e - 1 \Leftrightarrow \int_1^e f(\ln x) d(\ln x) - \int_1^e f(1 - \ln x) d(1 - \ln x) = e - 1 (**)$

Đặt $t = \ln x$. Đổi cận $\begin{cases} x=1 \rightarrow t=0 \\ x=e \rightarrow t=1 \end{cases}$

Khi đó $(**) \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 f(1-t) d(1-t) = e - 1$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = e - 1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{e-1}{2}$.

Câu 47. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1000000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên ứng với số tiền nào dưới đây?



A. 11445000 đồng

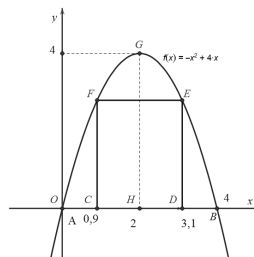
B. 12544000 đồng.

C. 10213800 đồng.

D. 115540000 đồng.

Chọn C

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua góc tọa độ.



Phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol có đỉnh là $G(2;4)$ và đi qua điểm $O(0;0)$ nên ta có $\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$.

Do đó phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

Diện tích của cả cổng là $S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} (m^2)$.

Mặt khác chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79(\text{m})$; $CD = 4 - 2.0,9 = 2,2(\text{m})$.

Diện tích hai cánh công là $S_{CDEF} = CD.CF = 6,138(\text{m}^2)$.

Diện tích phần xiên hoa là $S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,138 = \frac{6793}{1500}(\text{m}^2)$.

Vậy tổng số tiền để làm công là $6,138.1000000 + \frac{6793}{1500}.900000 = 10213800$ đồng.

Câu 48. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4| = 3$ và $|z_2 - 3 - 3i| = |z_2 + 1 - 6i|$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. $\frac{81}{10}$ B. $\frac{21}{10}$ C. $\frac{51}{10}$ D. 3.

Chọn B

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 4| = 3$ là tập hợp các điểm

$M(x; y)$ thỏa mãn phương trình: $(x - 4)^2 + y^2 = 9(1)$ là đường tròn tâm $I(4; 0), R = 3$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 - 3 - 3i| = |z_2 + 1 - 6i|$ là tập hợp các điểm

$N(x; y)$ thỏa mãn phương trình $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = (x + 1)^2 + (y - 6)^2 \Leftrightarrow 8x + 6y - 19 = 0(2)$

Khi đó $|z_1 - z_2|$ là khoảng cách từ một điểm thuộc $\Delta: 8x + 6y - 19 = 0$ tới một điểm thuộc đường tròn $(C): (x - 4)^2 + y^2 = 9$.

Vì $d(I, \Delta) = \frac{51}{10} > R \Rightarrow |z_1 - z_2|_{\min} = MN_{\min} = d(I, \Delta) - R = \frac{51}{10} - 3 = \frac{21}{10}$.

Câu 49. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng

- A. 12. B. 21. C. 15. D. 18.

Chọn D

Từ giả thiết ta có $a > 0, b > 0, c > 0$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc$.

Ta có phương trình đoạn chắn mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Mà $M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho ba số ta có: $1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \Rightarrow abc \geq 27$.

Do đó $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq \frac{9}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 3$.

Vậy $\min_{V_{OABC}} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow a = b = c = 3$. Khi đó $a + 2b + 3c = 18$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt

phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ điểm C , giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 7.

Chọn C

Ta có A là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α) . Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4} \\ x+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}. \text{ Vậy điểm } A(1;2;0).$$

Điểm B nằm trên đường thẳng AB nên điểm B có tọa độ $B(3+t;4+t;-8-4t)$.

Theo giả thiết thì $t+3 > 0 \Leftrightarrow t > -3$.

Do $AB = 3\sqrt{2}$, ta có $(t+2)^2 + (t+2)^2 + 16(t+2)^2 = 18 \Rightarrow t = -1$ nên $B(2;3;-4)$.

Theo giả thiết thì $AC = AB \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{6}}{2}$; $BC = AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy ta có hệ } \begin{cases} a+c=1 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = \frac{27}{2} \\ (a-2)^2 + (b-3)^2 + (c+4)^2 = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=1 \\ 2a+2b-8c=33 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = \frac{27}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = 3 \\ c = -\frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } C\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right) \text{ nên } a+b+c=4.$$