

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
TOÁN 10.KNTT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

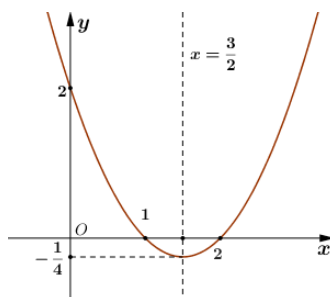
Câu 1. [Mức độ 1] Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là Parabol (P), trục đối xứng của (P) là:

- A.** $x = \frac{b}{2a}$. **B.** $x = -\frac{b}{a}$. **C.** $x = -\frac{b}{2a}$. **D.** $y = -\frac{b}{2a}$

Câu 2. [Mức độ 1] Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 2x + 3$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A.** $x = 3$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.

Câu 3. [Mức độ 1] Đường cong trong hình vẽ dưới bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



- A.** $y = -x^2 + 3x - 2$. **B.** $y = x^2 - 3x - 2$. **C.** $y = -x^2 + 3x + 2$. **D.** $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 4. Mức độ 1] Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 5. [Mức độ 1] Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

- A.** $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. **B.** $f(x) = x^2 - 4x - 5$.
C. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$. **D.** $f(x) = -x^2 + 4x - 5$.

Câu 6. [Mức độ 1] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 8} = \sqrt{x^2 - 4}$ là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 7. [Mức độ 1] Cho đường thẳng (d): $2x + 3y - 4 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của đường thẳng (d)?

- A.** $\vec{n}_1 = (3; 2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; 3)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2; -3)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Câu 8. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 5 = 0$. Khoảng cách h từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ là:

- A.** $h = 2$. **B.** $h = 1$. **C.** $h = 3$. **D.** $h = 4$.

Câu 9. [Mức độ 1] Cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t_1 \\ y = 2 + t_1 \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 + t_2 \\ y = 5 + 2t_2 \end{cases}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng:

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135° .

Câu 10. [Mức độ 1] Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn.

- A. $x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 3 = 0$. D. $2x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$.

Câu 11. [Mức độ 1] Đường tròn có tâm $I = (1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ có phương trình là:

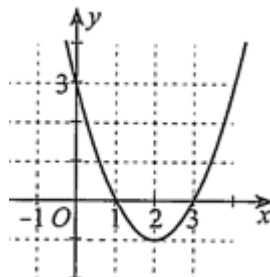
- A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$

Câu 12. [Mức độ 1] Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.
C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ở hình dưới đây



- a) Hệ số $a > 0; c > 0$
b) Tọa độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$
c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x - y + 2024 = 0$ và đường tròn $(C): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

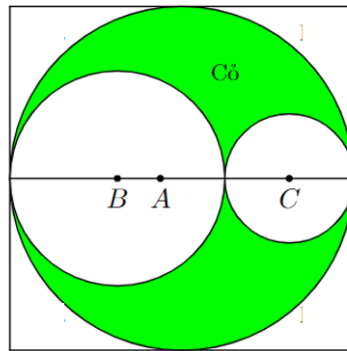
- a) Đường thẳng Δ có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.
b) Đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$ và bán kính $R = 4$.
c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .
d) Phương trình đường tròn tâm $I(5; 2024)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là $(x - 5)^2 + (y - 2024)^2 = 20$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh là $I(2; -1)$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu.

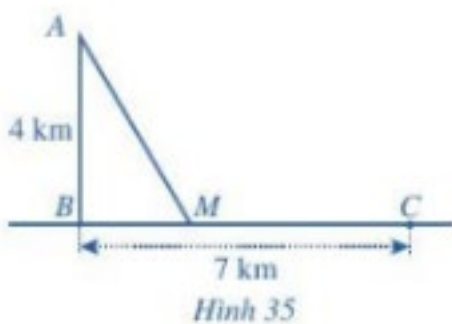
Câu 2: Lập phương trình chính tắc của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, biết Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32. Khi đó $2a^2 + 3b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10m như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 1 triệu đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 3 triệu đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



Hình 35



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

PHẦN IV. Tự luận.

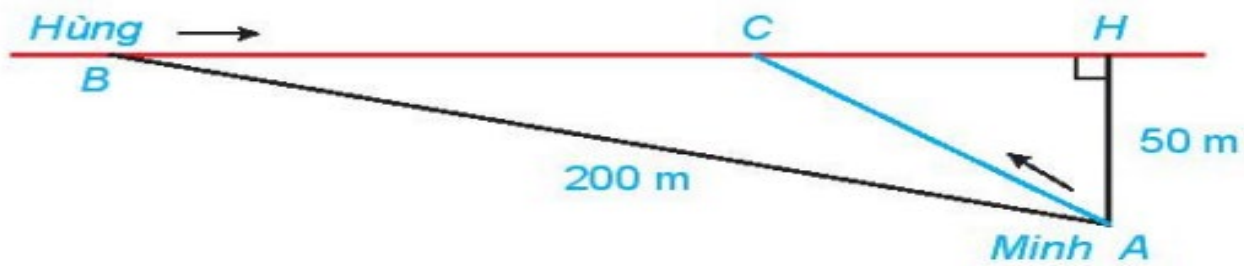
Câu 1: Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$.

Câu 2: Vệ tinh nhân tạo đầu tiên được Liên Xô phóng từ Trái Đất năm 1957. Quỹ đạo của vệ tinh đó là một đường elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm có phương trình quỹ đạo là

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0, c^2 = a^2 - b^2. \text{ Người ta đo được vệ tinh cách bề mặt Trái Đất gần nhất là } 583$$

dặm và xa nhất là 1342 dặm. Tìm tỷ số $\frac{c}{a}$, biết bán kính của Trái Đất xấp xỉ 4000 dặm.

Câu 3. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng 50 m để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn 200 m thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là 5 km/h , vận tốc xe đạp của Hùng là 15 km/h . Từ vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia khi đó độ dài BC là (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22

A. 105m.

B. 100m.

C. 90m.

D. 80m.

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.D	4.A	5.C	6.D
7.B	8.B	9.C	10.B	11.C	12.A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1:

a) Bề lõm của đồ thị hướng lên trên nên hệ số $a > 0$; đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 2$, do đó $c = 3 > 0$; Vậy a) **đúng**.

b) Tọa độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$; Vậy b) **đúng**.

c) Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$; Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; Vậy c) **sai**.

d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$; Vậy d) **đúng**.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x - y + 2024 = 0$ và đường tròn $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$.

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

b) Đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .

d) Phương trình đường tròn tâm $I(5; 2024)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là $(x-5)^2 + (y-2024)^2 = 20$

Lời giải

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

Đúng

b) Đường tròn (C) có tâm $I(3; 2)$ và bán kính $R = 4$.

Sai

Vì ta có $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$ suy ra (C) có tâm $I(-3; 2)$ và $R = 2\sqrt{2}$

c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .

Đúng

Vì ta có $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 8$ suy ra (C) có tâm $I(-3; 2)$ và $R = 2\sqrt{2}$

Ta có $\begin{cases} I(-3; 2) \\ \Delta: 2x - y + 2024 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot (-3) - 2 + 2024|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2016}{\sqrt{5}} > R$

d) Phương trình đường tròn tâm $I(5; 2024)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là $(x-5)^2 + (y-2024)^2 = 20$.

Đúng:

Ta có $\begin{cases} I(5; 2024) \\ \Delta: 2x - y + 2024 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot (5) - 2024 + 2024|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

Suy ra, đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Do đó đường tròn có phương trình là: $(x-5)^2 + (y-2024)^2 = 20$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh là $I(2; -1)$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu.

Trả lời: -0.25

Lời giải

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(0;2)$ suy ra $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$. Mặt khác, đỉnh I của parabol có tọa độ là $(2;-1)$ nên:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

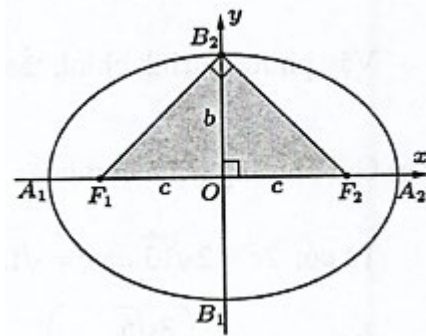
Vậy parabol cần tìm là $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$. Vậy $a + b + c = -0,25$

Câu 2: Lập phương trình chính tắc của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, biết Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32. Khi đó $2a^2 + 3b^2$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: 56

Lời giải:

Gọi phương trình chính tắc của elip (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a^2 = b^2 + c^2 (a, b, c > 0)$.



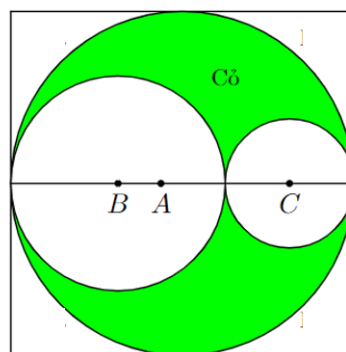
Hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông nên $b = c$.

Mặt khác, diện tích hình vuông bằng 32 nên $2c \cdot 2b = 32 \Leftrightarrow b^2 = 8$.

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 16$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$. Suy ra $2a^2 + 3b^2 = 56$

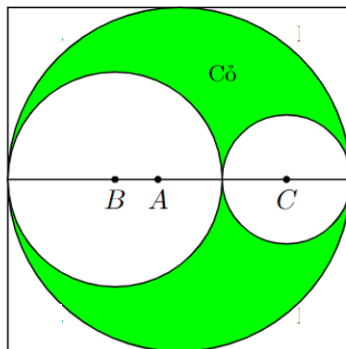
Câu 3: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10m như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 1 triệu đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 3 triệu đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp số: 221

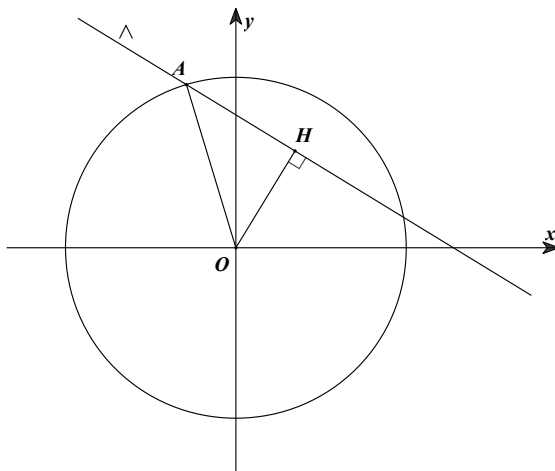


Gọi $x, y(m)$ lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn ($x, y > 0$) ta có $x + y = 5$.

Gọi $S(m^2)$ là phần diện tích được lát gạch của khu vườn ($S > 0$), ta có

$$S = 100 - 25\pi + \pi x^2 + \pi y^2 = 100 + \pi(x^2 + y^2 - 25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}.$$

Ta có: $(C): x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}$ có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Khi đó bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương?



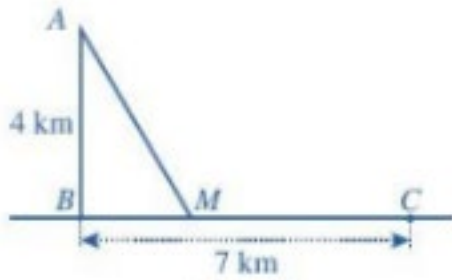
Ta có (C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$$R \geq d(O, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}} \geq \frac{5}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow S + 25\pi - 100 \geq \frac{25\pi}{2} \Leftrightarrow S \geq 100 - \frac{25\pi}{2}.$$

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min} = 100 - \frac{25\pi}{2}$. Từ đó chi phí để thi công khu vườn

Hạnh phúc là $1(100 - S_{\min}) + 3.S_{\min} = 221$ triệu đồng.

Câu 4: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35. Tính khoảng cách từ vị trí B đến M , biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



Hình 35



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Lời giải

Đáp án: 3

Gọi $BM = x \text{ km} (0 < x < 7)$

$$\Rightarrow MC = 7 - x (\text{km})$$

Ta có: $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + x^2} (\text{km})$

Thời gian từ A đến M là: $\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} (\text{h})$

Thời gian từ M đến C là: $\frac{7 - x}{5} (\text{h})$

Tổng thời gian từ A đến C là 148 phút nên ta có:

$$\frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{148}{60}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{16 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{5} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\sqrt{16 + x^2}}{15} + \frac{3 \cdot (7 - x)}{15} = \frac{37}{15}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} + 3 \cdot (7 - x) = 37$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{16 + x^2} = 16 + 3x$$

$$\Leftrightarrow 25 \cdot (16 + x^2) = 9x^2 + 96x + 256$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 - 96x + 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 (\text{km})$$

Vậy khoảng cách từ vị trí B đến M là 3 km.

Phần 4: Tự luận:

Câu 1: Tìm m để biểu thức sau luôn dương $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m + 1)x + 1$.

Lời giải

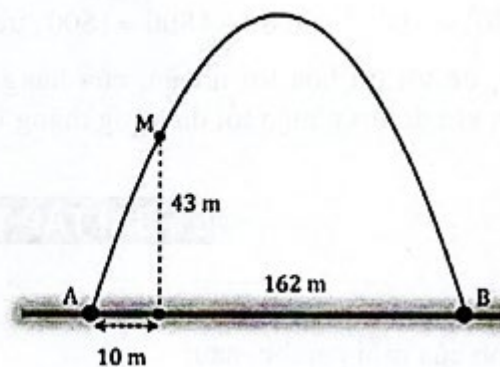
Vi $m^2 + 2 > 0$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0 \\ m^2 + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + 2) < 0$$

$$\Leftrightarrow 2m < 1 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}.$$

Vậy $m < \frac{1}{2}$ thỏa mãn

Câu 2: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m . Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng 10 m . Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).

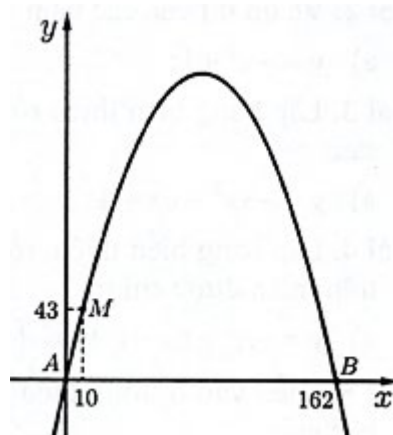


Lời giải

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

Vì parabol qua ba điểm $A(0;0), B(162;0), M(10;43)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

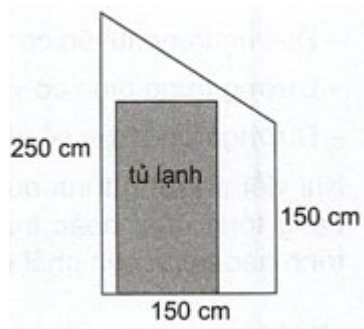


Do vậy ta xác định được hàm số là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 81, y_I \approx 185,6$.

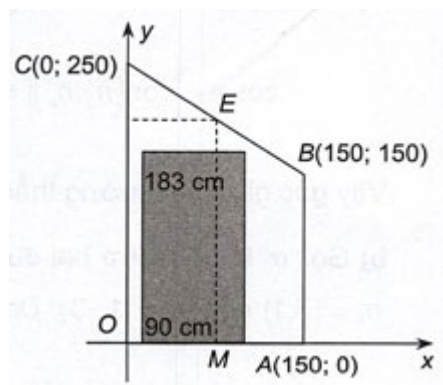
Vậy, chiều cao của cổng gần bằng $185,6m$.

Câu 3. Nhà bạn Nam định đổi tủ lạnh và dự định kê vào vị trí dưới cầu thang. Biết vị trí định kê tủ lạnh có mặt cắt là một hình thang vuông với hai đáy lần lượt là $150cm$ và $250cm$, chiều cao là $150cm$ (như hình vẽ). Bố mẹ bạn Nam định mua một $250cm$ tủ lạnh 2 cánh (Side by side) có chiều cao là $183cm$ và bề ngang $90cm$. Bằng cách sử dụng tọa độ trong mặt phẳng, em hãy giúp Nam tính xem bố mẹ bạn Nam có thể kê vừa chiếc tủ lạnh vào vị trí cần kê không?



Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Khi đó để tận dụng tối đa chiều cao có thể khi kê tủ lạnh thì bố mẹ bạn Nam sẽ kê tủ sát vào trục Oy . Do đó để kê được một chiếc tủ lạnh 2 cánh với bề ngang $90cm$ thì chiều cao của tủ phải nhỏ hơn tung độ của điểm E thuộc đường thẳng BC với hoành độ điểm E bằng 90 .

Ta có $B(150;150), C(0;250) \Rightarrow \overline{BC} = (-150;100) \Rightarrow \overline{n_{BC}} = (100;150)$.

Phương trình đường thẳng BC là: $100(x-0)+150(y-250)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-750=0$.

Điểm E thuộc BC có hoành độ bằng 90 nên tung độ của E tính theo công thức $2 \cdot 90 + 3y_E - 750 = 0 \Rightarrow y_E = 190$.

Do $183cm < 190cm$ nên bố mẹ bạn Nam có thể kê chiếc tủ lạnh có bề ngang là $90cm$ và chiều cao $183cm$.

Đề chính thức

Gồm có 04 trang

Mã đề thi 101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4}-1 & \text{khi } x > 4 \\ x-1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$. Tính $f(5) + f(-5)$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\frac{15}{2}$.

C. $\frac{17}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 3. Tọa độ giao điểm của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ với trục Oy là

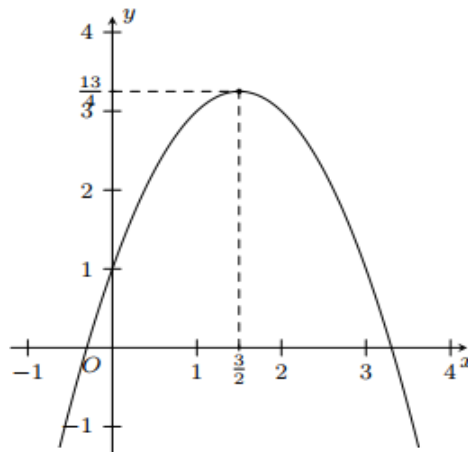
A. $(0; 6)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(-1; 8)$.

D. $(-1; 6)$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

A. $y = x^2 + 3x - 1$.

B. $y = x^2 - 3x - 1$.

C. $y = -x^2 - 3x - 1$.

D. $y = -x^2 + 3x + 1$.

Câu 5. Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$

với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

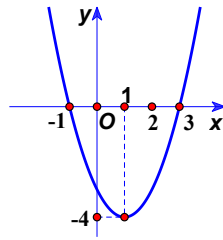
A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 6. Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Nhận xét nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 0$ khi $x \in (-1; 3)$. B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in [-1; 3]$.
 C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in (-1; 3)$. D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in [-1; 3]$

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. Cho đường thẳng (d): $2x - 3y - 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng (d)?

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 0)$ và song song với đường thẳng $d_1: 3x + 2y = 0$?

- A. $d: 3x + 2y - 6 = 0$. B. $d: 3x + 2y + 6 = 0$.
 C. $d: 2x - 3y + 4 = 0$. D. $d: 2x - 3y - 4 = 0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và

$$\Delta_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \text{ bằng}$$

- A. $-\frac{56}{65}$. B. $-\frac{33}{65}$. C. $\frac{56}{65}$. D. $\frac{33}{65}$.

Câu 11. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và đi qua điểm $M(2; 1)$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$.

Câu 12. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng Oxy , tìm tiêu cự của elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

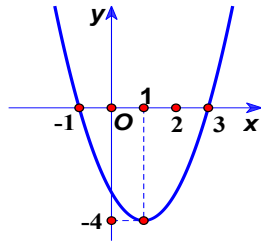
- A. 3 B. 6 C. 4 D. 5

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d)

ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có tập xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị là parabol

(P) như hình vẽ bên dưới.



- Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số đồng biến.
- Parabol (P) có đỉnh là $(-4; 1)$.
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có trục đối xứng $x = 1$.
- Tập giá trị của hàm số là $(-4; +\infty)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

- Đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ đi qua $A(1; 2)$.
- Đường tròn (C) có tọa độ tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$.
- Đường tròn (C) không cắt đường thẳng Δ .
- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(0; 4)$ là $x - 2y + 8 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

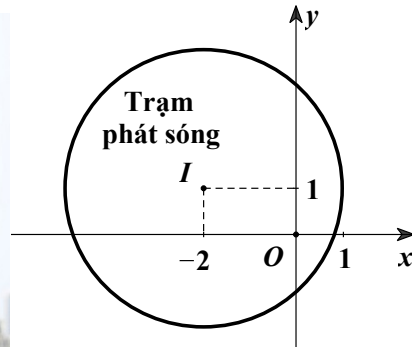
Câu 1. Đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ là một parabol có đỉnh $I(2; 5)$. Khi đó $b + c$ bằng bao nhiêu.

Câu 2. Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $A(3; 0)$. Điểm B, C

nằm trên (E) sao cho B, C đối xứng nhau qua trục Ox và ΔABC đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

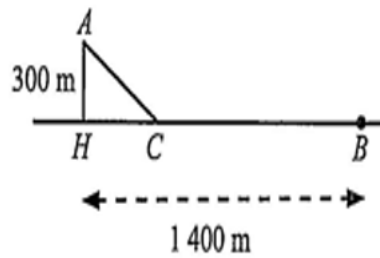
Câu 3. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa

độ $(-2; 1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3; 4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km.



Câu 4. Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc 6 km/h

để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc 3 km/h . Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300\text{ m}$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400\text{ m}$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C (Hình 22). Tính khoảng cách CB (theo đơn vị là mét).

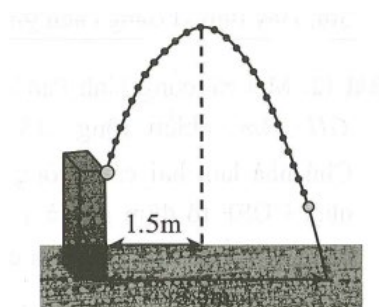


Hình 22

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để hàm số: $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 3}$ có nghĩa với mọi x

Câu 2: Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất $1,75\text{ m}$ nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong Parabol và chạm đất tại một vị trí cách chân tháp $3,5\text{ m}$ (tham khảo hình vẽ bên). Người ta ghi nhận được tại một vị trí trên mặt đất cách tháp $1,5\text{ m}$ thì giọt nước ở vị trí cao nhất. Hỏi vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất bao nhiêu mét?



Câu 3: Tại một trạm rada của bộ đội phòng không, rada cảnh giới đã phát hiện được một máy bay

xâm nhập trái phép vào không phận. Tại thời điểm đó có hai quả tên lửa phòng không sẵn sàng xuất kích bắn hạ mục tiêu, hai quả tên lửa cách nhau 3 km (quả thứ 2 cách quả 1 3 km) mỗi quả đặt trên bệ phóng cách mặt đất 1 m . Sau khi tính toán chỉ ra các thông số khi máy bay cách vị trí quả tên lửa thứ 2 là $7\sqrt{2}\text{ km}$ và bay ở độ cao 8 km so với mặt đất thì hai quả tên lửa sau khi rời bệ phóng sẽ tiêu diệt mục tiêu với **góc bắn (tham khảo hình vẽ minh họa)** đã xác định. Cùng thời điểm này rada phát hiện một tên lửa đánh chặn (do máy bay địch phóng) bay ở độ cao 7 km và cách tên lửa thứ hai là $6\sqrt{2}\text{ km}$ và cách máy bay $\sqrt{2}\text{ km}$. Trong hai quả tên lửa được bắn ra tên lửa nào hạ được mục tiêu? (**Giả sử rằng quỹ đạo bay tên lửa bay theo đường thẳng**)

----- **Hết** -----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Họ tên, chữ kí của giám thị

(Giám thị không giải thích gì thêm. Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.A	4.D	5.A	6.B
7.A	8.A	9.B	10.D	11.A	12.B

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} & \text{khi } x > 4 \\ 3-x & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$. Tính $f(5) + f(-5)$.

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{15}{2}$. C. $\frac{17}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

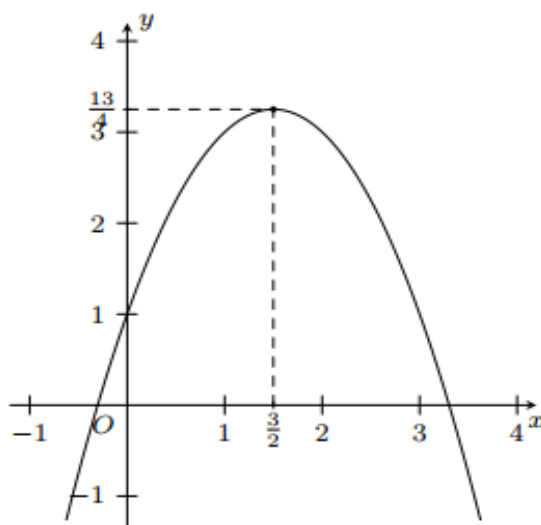
Câu 2. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 3. Tọa độ giao điểm của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ với trục Oy là

- A. $(0; 6)$. B. $(1; 0)$. C. $(-1; 8)$. D. $(-1; 6)$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A. $y = x^2 + 3x - 1$. B. $y = x^2 - 3x - 1$. C. $y = -x^2 - 3x - 1$. D. $y = -x^2 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A, B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án C.

Câu 5. Mức độ 1 Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

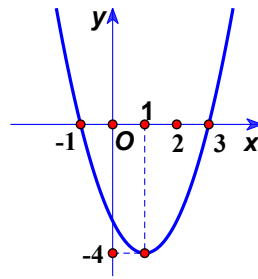
A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 6. Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Nhận xét nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0$ khi $x \in (-1; 3)$.

B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in [-1; 3]$.

C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in (-1; 3)$.

D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in [-1; 3]$

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy $f(x) \leq 0$ khi $x \in [-1; 3]$.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\sqrt{2x^2 + 5x + 3} = -3 - x \Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 = 9 + 6x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$

Câu 8. [Mức độ 1] Cho đường thẳng (d): $2x - 3y - 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ

phương của đường thẳng (d)?

A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; 3)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 0)$ và song song với đường thẳng $d_1: 3x + 2y = 0$?

A. $d: 3x + 2y - 6 = 0$.

B. $d: 3x + 2y + 6 = 0$.

C. $d: 2x - 3y + 4 = 0$.

D. $d: 2x - 3y - 4 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{d_1} = (3; 2)$

Vì đường thẳng d song song với đường thẳng d_1 nên chọn vectơ pháp tuyến $\vec{n}_d = \vec{n}_{d_1} = (3; 2)$

Phương trình đường thẳng d là $3(x+2) + 2y = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + 6 = 0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và

$$\Delta_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \text{ bằng}$$

- A. $-\frac{56}{65}$. B. $-\frac{33}{65}$. C. $\frac{56}{65}$. **D. $\frac{33}{65}$.**

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (3; 4)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; -12)$.

$$\Rightarrow \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{33}{65}.$$

Câu 11. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và đi qua điểm $M(2; 1)$ có phương trình là

- A.** $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Đường tròn có tâm $I(-1; 2)$ và đi qua $M(2; 1)$ thì có bán kính là: $R = IM = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$

Khi đó có phương trình là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$

Câu 12. [Mức độ 1] Trong mặt phẳng Oxy , tìm tiêu cự của elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

- A.** 3 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

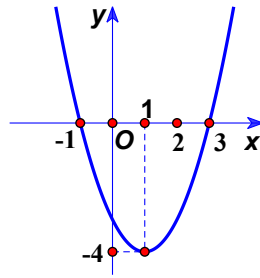
$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow c = 3 \text{ nên tiêu cự } 2c = 6.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d)

ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có tập xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị là parabol

(P) như hình vẽ bên dưới.



- a) Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số đồng biến.
- b) Parabol (P) có đỉnh là $(-4; 1)$.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có trục đối xứng $x = 1$.
- d) Tập giá trị của hàm số là $(-4; +\infty)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

Từ đồ thị, ta thấy:

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ nên cũng nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.
- b) Parabol có đỉnh là $(1; -4)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có trục đối xứng $x = 1$.
- d) Vì $f(x) \geq -4 \forall x$ nên tập giá trị của hàm số là $(-4; +\infty)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

- a) Đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ đi qua $A(1; 2)$.
- b) Đường tròn (C) có tọa độ tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$.
- b) Đường tròn (C) không cắt đường thẳng Δ .
- c) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(0; 4)$ là $x - 2y + 8 = 0$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ có tọa độ tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$

b) $d(I; \Delta) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = 0 < R$, suy ra Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

c) Ta có $M(0;4) \in (C)$

Tiếp tuyến của (C) tại $M(0;4)$ có vectơ pháp tuyến $\overline{MI} = (1; -2)$, nên có phương trình

$$1 \cdot (x - 0) - 2 \cdot (y - 4) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 8 = 0.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là: $x - 2y + 8 = 0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ là một parabol có đỉnh $I(2;5)$. Khi đó $b + c$ bằng bao nhiêu.

Đáp số 5

Lời giải

Xét (P): $y = x^2 + bx + c$.

Ta có $a = 1$.

$$x_I = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \Rightarrow b = -4.$$

$$\text{Đỉnh } I(2;5) \in (P) \text{ nên } 5 = 2^2 + 2b + c \Leftrightarrow 2b + c = 1 \Leftrightarrow c = 1 - 2b \Leftrightarrow c = 1 - 2 \cdot (-4) \Leftrightarrow c = 9.$$

$$\text{Vậy } b + c = -4 + 9 = 5$$

Câu 2. Cho đường elip có phương trình chính tắc (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $A(3;0)$.

Điểm B, C nằm trên (E) sao cho B, C đối xứng qua trục Ox và ΔABC đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Đáp số 5,2

Lời giải

Hai điểm B, C đối xứng qua trục Ox. Giả sử $B(x_0; y_0), C(x_0; -y_0)$ với $y_0 > 0$.

$$B, C \text{ nằm trên (E)} \Rightarrow \frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{3} = 1 \Leftrightarrow x_0^2 + 3y_0^2 = 9 \text{ và } (BC): x = x_0 \Rightarrow d(A, (BC)) = |3 - x_0|.$$

Vì $A(3;0) \in Ox$, B, C đối xứng qua trục $\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A $\Rightarrow \Delta ABC$ đều

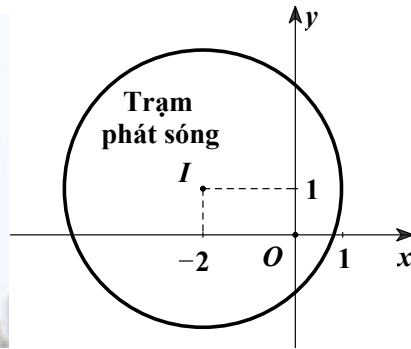
$$\Leftrightarrow d(A, (BC)) = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \Leftrightarrow |3 - x_0| = \sqrt{3} y_0 \Leftrightarrow 3y_0^2 = (x_0 - 3)^2 \Rightarrow x_0^2 + (x_0 - 3)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = \sqrt{3} \Rightarrow BC = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BC.BA.\sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$.

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 0$ (loại).

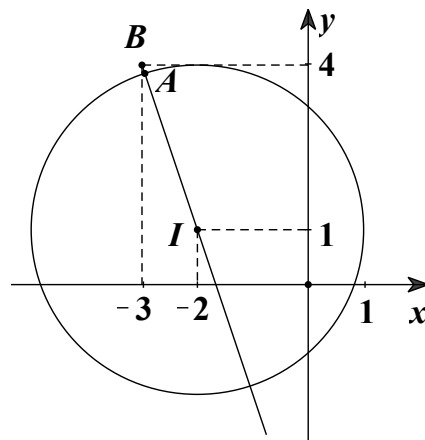
Vậy diện tích của tam giác ABC bằng 5,2.

Câu 3. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km.



Đáp số 0,16

Lời giải



Đường tròn màu đen mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng 3 km nên phương trình đường tròn đó là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI

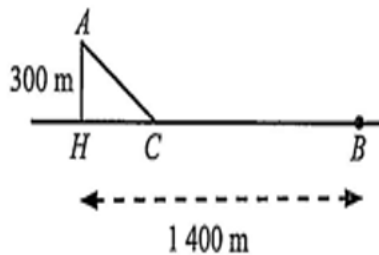
\Rightarrow Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA .

Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$

Suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 = 0,16$.

Câu 4. Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc

6 km/h để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc 3 km/h . Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300\text{ m}$ và gặp người đi bộ tại địa điểm cách B một khoảng $BH = 1400\text{ m}$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không tới cùng lúc. Để hai người đến cùng lúc thì mỗi người cùng di chuyển về vị trí C (Hình 22). Tính khoảng cách CB (theo đơn vị là mét).



Hình 22

Đáp số 1000(m)

Lời giải

Đặt $CH = x(m)$ ($x > 0$). Ta có: $AC = \sqrt{300^2 + x^2}$, $CB = 1400 - x$.

Vì hai người gặp nhau cùng lúc tại C nên

$$\frac{\sqrt{300^2 + x^2}}{3000} = \frac{1400 - x}{6000} \Leftrightarrow 2\sqrt{300^2 + x^2} = 1400 - x.$$

Giải phương trình trên ta có: $x = 400(m)$ với $x > 0$.

Vậy khoảng cách $CB = 1400 - 400 = 1000(m)$.

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để hàm số: $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3}$ có nghĩa với mọi x .

Lời giải:

Hàm số $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3}$ có nghĩa với mọi x

$$\Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

* $m = -1$ không thỏa mãn

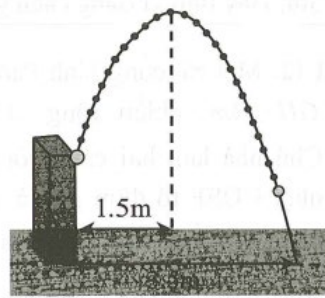
$$* m \neq -1, (1) \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = (m-1)(-2m-4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$$

Vậy với $m \geq 1$ thì hàm số có nghĩa với mọi x .

Câu 2: Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất $1,75\text{ m}$ nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết

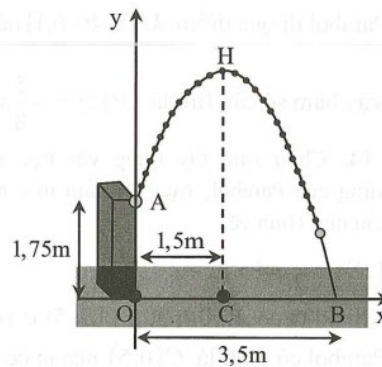
rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong Parabol và chạm đất tại một vị trí cách chân tháp $3,5\text{ m}$ (tham khảo hình vẽ bên). Người ta

ghi nhận được tại một vị trí trên mặt đất cách chân tháp 1,5m thì giọt nước ở vị trí cao nhất. Hỏi vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất bao nhiêu mét?



Lời giải

Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Khi đó $A\left(0; \frac{7}{4}\right); B\left(\frac{7}{2}; 0\right); C\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

Gọi hàm số bậc hai có đồ thị thể hiện đường đi của giọt nước khi ra khỏi vòi phun nước là $y = ax^2 + bx + c$. Khi đó đồ thị hàm số đi qua hai điểm A, B và nhận đường thẳng $x = \frac{3}{2}$ làm trục đối xứng. Do đó

$$\begin{cases} c = \frac{7}{4} \\ a \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{7}{2}\right) + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{7}{4} \\ 49a + 14b + 7 = 0 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{7}{4} \\ a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Do đó hàm số bậc hai là $y = -x^2 + 3x + \frac{7}{4}$.

Gọi H là vị trí giọt nước cao nhất khi đó $CH = y_H = y\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) + \frac{7}{4} = 4$.

Vậy vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất 4 mét.

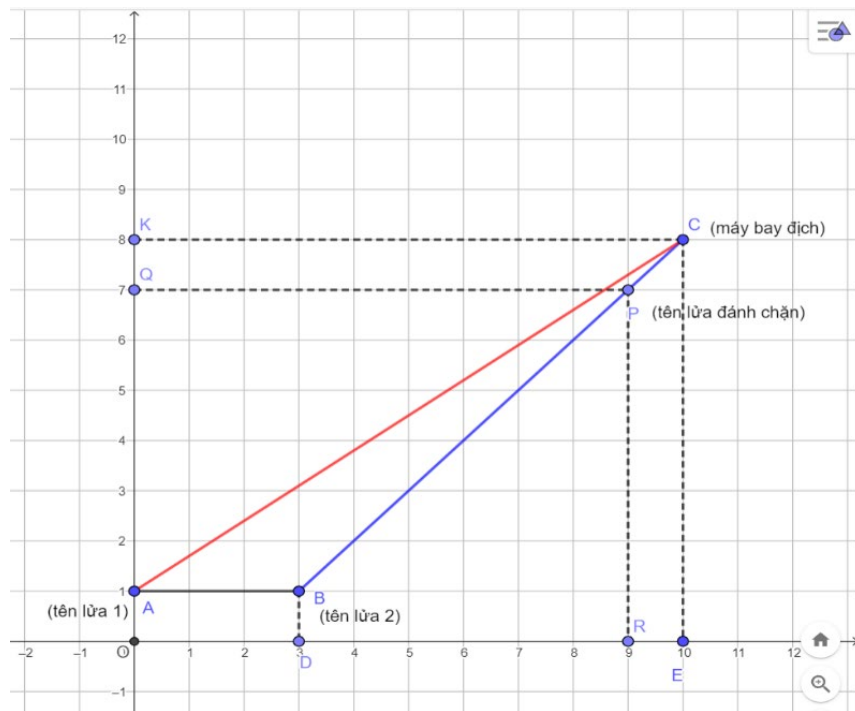
Câu 3: Tại một trạm rada của bộ đội phòng không, rada cảnh giới đã phát hiện được một máy bay

xâm nhập trái phép vào không phận. Tại thời điểm đó có hai quả tên lửa phòng không sẵn sàng xuất kích bắn hạ mục tiêu, hai quả tên lửa cách nhau 3km (quả thứ 2 cách quả 1 3km) mỗi quả đặt trên bộ phóng cách mặt đất 1m. Sau khi tính toán

Chỉ ra các thông số khi máy bay cách vị trí quả tên lửa thứ 2 là $7\sqrt{2} \text{ km}$ và bay ở độ cao 8 km so với mặt đất thì hai quả tên lửa sau khi rời bệ phóng sẽ tiêu diệt mục tiêu với **góc bắn (tham khảo hình vẽ minh họa)** đã xác định. Cùng thời điểm này rada phát hiện một tên lửa đánh chặn (do máy bay định phóng) bay ở độ cao 7 km và cách tên lửa thứ hai là $6\sqrt{2} \text{ km}$ và cách máy bay $\sqrt{2} \text{ km}$. Trong hai quả tên lửa được bắn ra tên lửa nào hạ được mục tiêu? (**Giả sử rằng quỹ đạo bay tên lửa bay theo đường thẳng**)

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có $A(0;1)$, $B(3;1)$, $C(10,8)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = (10;7) \text{ và } \overrightarrow{BC} = (7;7)$$

Phương trình tổng quát của AC và BC lần lượt là:

$$AC : 7x - 10y + 10 = 0, \quad BC : x - y - 2 = 0$$

$$\text{Điểm } P(x_p; 7) \text{ mà } BP = 6\sqrt{2} \Rightarrow x_p = 9 \text{ hoặc } x_p = -3$$

Chọn giá trị thích hợp là $x_p = 9$.

Do đó điểm $P(9;7)$. Thay tọa độ điểm $P(9;7)$ vào phương trình tổng quát của AC

và BC ta có $P \in BC$ và $P \notin AC$.

Vậy tên lửa thứ nhất bắn hạ được mục tiêu là máy bay địch.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x-3}{x+2}$ là:

- A. \mathbb{R} . B. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(-2; +\infty)$.

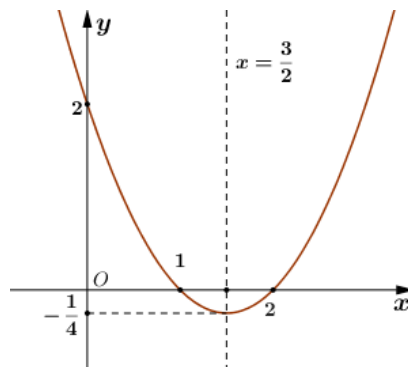
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Kết quả sai là:

- A. $f(1) = 0$. B. $f(2) = 0$. C. $f(3) = 0$. D. $f(-4) = -24$.

Câu 3. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là hàm số bậc hai?

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2$. C. $y = \frac{x^2 - 2}{2x + 2}$. D. $y = 2x^2 - 3x + 1$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ dưới bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



- A. $y = -x^2 + 3x - 2$. B. $y = x^2 - 3x - 2$. C. $y = -x^2 + 3x + 2$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 5: Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

- A. $f(x) = -x^2 + 5x - 6$. B. $f(x) = x^2 - x - 6$. C. $f(x) = -x^2 + x + 6$. D. $f(x) = x^2 - 5x + 6$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $3x + 2y - 1 = 0$. Xác định một vector pháp tuyến của đường thẳng d .

- A. $\vec{n} = (3; 2)$. B. $\vec{n} = (2; 3)$. C. $\vec{n} = (-2; 3)$. D. $\vec{n} = (-3; 2)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ có phương trình tổng quát là

- A. $2x-3y+1=0$. B. $2x+3y+1=0$. C. $3x-2y+1=0$. D. $3x+2y+1=0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=2+3t \\ y=4-2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+3t \end{cases}$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 9: Đường tròn $x^2 + y^2 - 5y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu ?

- A. $\sqrt{5}$. B. 25. C. $\frac{25}{2}$. D. 2,5.

Câu 10: Cho 2 điểm $A(1;1), B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

- A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

Câu 11: Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ tới hai tiêu điểm bằng

- A. 4 B. 6 C. 12 D. $\sqrt{5}$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $(\sqrt{34}; 0)$ và độ dài trục thực bằng 10 là

- A. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. B. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$. C. $(H): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI: Trong mỗi ý ở mỗi câu, hãy chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y - 3 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \end{cases}$. Khi đó:

- a) Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{n}_2 = (2; 1)$.
b) Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại điểm có tọa độ $\left(\frac{7}{2}; -\frac{2}{3}\right)$.
c) $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{10}}{10}$.
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ_2 và $\Delta_3: -2x - y + 1 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{5-4x-x^2}$ là $D = [-5; 1]$.
b) Bình phương 2 vế phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ ta được phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$
c) Cho tam thức $f(x) = x^2 - x - 2$ khi đó $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.

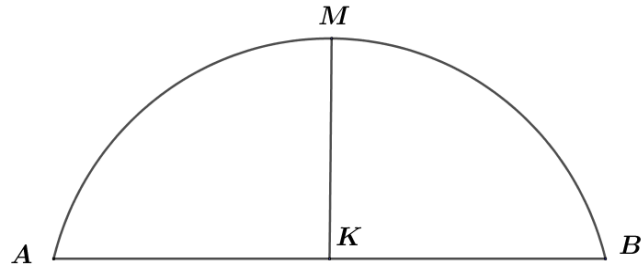
d) Với $m \geq \frac{1}{2}$ thì biểu thức $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ luôn dương.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x} = 2-x$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3; -4)$, $B(1; 5)$, $C(3; 1)$. Tính diện tích ΔABC

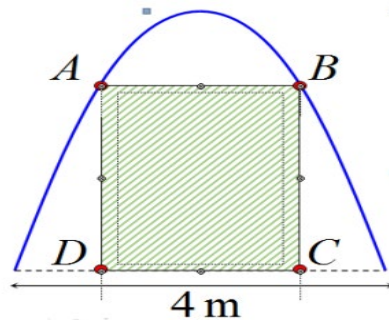
Câu 3: Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)



Biết độ dài $AB = 60\text{m}$, chiều cao $MK = 3\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB

(MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB ,kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

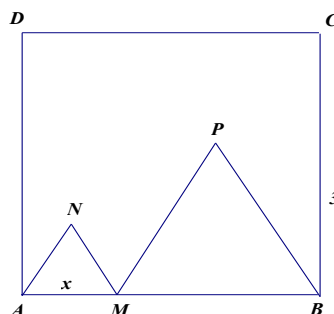
Câu 4. Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên 1 pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 2\text{m}$, $AD = 3\text{m}$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp và pano được đặt sao cho cạnh CD tiếp xúc với mặt đất. Hỏi vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là bao nhiêu mét?



PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(-2;1)$, $B(1;-2)$.

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 và một điểm M di động trên cạnh AB sao cho $AM = x$. Dựng các tam giác đều AMN và MBP nằm bên trong hình vuông $ABCD$. Tìm các giá trị của x sao cho tổng diện tích của hai tam giác đều bé hơn một phần tư diện tích hình vuông $ABCD$.



Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $BC = 2AB$, phương trình đường trung tuyến BM là $x + y - 2 = 0$. Biết $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và $A(3;1)$. Viết phương trình đường tròn tâm B đi qua A .

.....**Hết**.....

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐÁP ÁN PHẦN I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	D	D	C	A	D	A	D	B	B	A

ĐÁP ÁN PHẦN II

CÂU 1	CÂU 2
a) Đúng	a) Đúng
b) Sai	b) Đúng
c) Đúng	c) Sai
d) Sai	d) Sai

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu	1	2	3	4
Trả lời	-1	5	152	4

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số: $y = \frac{x-3}{x+2}$ là:

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Kết quả sai là:

A. $f(1) = 0$.

B. $f(2) = 0$.

C. $f(3) = 0$.

D. $f(-4) = -24$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm $x = \{1, 2, 3\}$.

Câu 3. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là hàm số bậc hai?

A. $y = 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

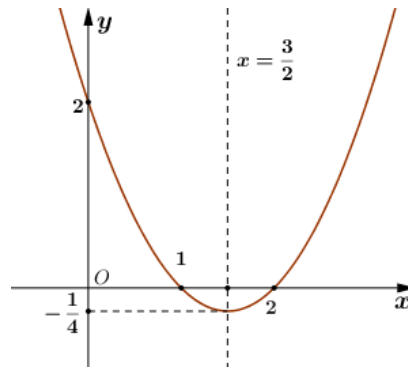
C. $y = \frac{x^2 - 2}{2x + 2}$.

D. $y = 2x^2 - 3x + 1$.

Lời giải

Hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ trong các hàm số trên là hàm số bậc hai. Chọn đáp án D.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ dưới bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



- A. $y = -x^2 + 3x - 2$. B. $y = x^2 - 3x - 2$. C. $y = -x^2 + 3x + 2$. **D. $y = x^2 - 3x + 2$.**

Lời giải

Vì đồ thị là parabol có bề lõm hướng lên phía trên nên hệ số $a > 0$ (vậy loại đáp án A và C).

Xét hàm số $y = x^2 - 3x - 2$ cắt trục Oy tại hai điểm có tung độ $y = -2$ nên không thỏa mãn.

Xét hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$, có đỉnh $S\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$, cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ $x = 1, x = 2$ nên thỏa mãn.

Câu 5. Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f(x)$		$-$	$+$	0	$-$

- A. $f(x) = -x^2 + 5x - 6$. B. $f(x) = x^2 - x - 6$. **C. $f(x) = -x^2 + x + 6$.** D. $f(x) = x^2 - 5x + 6$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn đáp án C.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $3x + 2y - 1 = 0$. Xác định một vector pháp tuyến của đường thẳng d .

- A. $\vec{n} = (3; 2)$.** B. $\vec{n} = (2; 3)$. C. $\vec{n} = (-2; 3)$. D. $\vec{n} = (-3; 2)$.

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình $3x + 2y - 1 = 0$ nên một vector pháp tuyến của đường thẳng d là

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ có phương trình tổng quát là

- A. $2x-3y+1=0$. B. $2x+3y+1=0$. C. $3x-2y+1=0$. **D. $3x+2y+1=0$.**

Lời giải

Đường thẳng d có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;2)$ và đi qua điểm $M(1;-2)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $3x+2y+1=0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=2+3t \\ y=4-2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+3t \end{cases}$ bằng

- A. 90° .** B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(3;-2)$ và $\vec{u}_2=(2;3)$.

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$. Suy ra $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$.

Câu 9. Đường tròn $x^2 + y^2 - 5y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu ?

- A. $\sqrt{5}$. B. 25. C. $\frac{25}{2}$. **D. 2,5.**

Lời giải

Ta có $x^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$ suy ra bán kính của đường tròn là $R = 2,5$.

Câu 10. Cho 2 điểm $A(1;1), B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

- A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$. **B. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.**
C. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Ta có tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và bán kính $R = \frac{AB}{2}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1+7}{2} = 4 \\ y_I = \frac{1+5}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I = (4;3).$$

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(7-1)^2 + (5-1)^2}}{2} = \sqrt{13}.$$

Phương trình đường tròn đường kính AB là: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{13})^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$$

Kết luận phương trình đường tròn đường kính AB là $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.

Câu 11: Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ tới hai tiêu điểm bằng

A. 4

B. 6

C. 12

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 3.$$

Tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên elip tới hai tiêu điểm bằng $2a = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $(\sqrt{34}; 0)$ và độ dài trục thực bằng 10 là

A. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1.$

B. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1.$

C. $(H): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$

D. $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1.$

Lời giải

Phương trình chính tắc của hypebol $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$, ta có một tiêu điểm là $(\sqrt{34}; 0)$ suy ra $c^2 = 34$. Độ dài trục thực $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5 \Leftrightarrow a^2 = 25$.

Ta có: $b^2 = c^2 - a^2 = 34 - 25 = 9$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là: $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI: Trong mỗi ý ở mỗi câu, hãy chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y - 3 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$. Khi đó:

a) Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{n}_2 = (2; 1)$.

b) Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại điểm có tọa độ $\left(\frac{7}{2}; -\frac{2}{3}\right)$.

c) $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ_2 và $\Delta_3: -2x - y + 1 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{u}_2 = (-1; 2) \Rightarrow \vec{n}_2 = (2; 1)$.

Vậy **a. Đúng**.

b) Tọa độ giao điểm của Δ_1, Δ_2 là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{4}{3} \\ x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} . \text{ Vậy } \mathbf{b. Sai} .$$

c) Ta có: $\vec{n}_1 = (1; -1), \vec{n}_2 = (2; 1) \Rightarrow \cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

Vậy **c. Đúng**.

d) Ta có: $\Delta_2 : 2x + y - 4 = 0, \Delta_3 : -2x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0 \Rightarrow \Delta_2 // \Delta_3 \Rightarrow d_{(\Delta_2, \Delta_3)} = \frac{|-4 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Vậy **d. Sai**.

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ là $D = [-5; 1]$.

b) Bình phương 2 vế phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ ta được phương trình $x^2 - 3x - 10 = 0$

c) Cho tam thức $f(x) = x^2 - x - 2$ khi đó $f(x) > 0$ với mọi $x \in (-1; 2)$.

d) Với $m \geq \frac{1}{2}$ thì biểu thức $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m + 1)x + 1$ luôn dương.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Ta có: $5 - 4x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 1$. Vậy tập xác định của hàm số $D = [-5; 1]$

Vậy **a. Đúng**.

b) Bình phương 2 vế phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$ ta được phương trình $(\sqrt{2x^2 + x - 6})^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$.

Vậy **b. Đúng**.

c) Ta có: $f(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$

Vậy **c. Sai**.

d) Lời giải

Vi $m^2 + 2 > 0$ nên yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (m^2 + 2)x^2 - 2(m + 1)x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 1)^2 - (m^2 + 2) < 0 \\ m^2 + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m + 1)^2 - (m^2 + 2) < 0$

$\Leftrightarrow 2m < 1 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

Vậy **d. Sai**.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x} = 2-x$?

Lời giải

Đáp số: -1

$$\text{Phương trình } \sqrt{6-5x} = 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 6-5x = 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=1 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $1+(-2) = -1$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3; -4)$, $B(1; 5)$, $C(3; 1)$. Diện tích ΔABC là

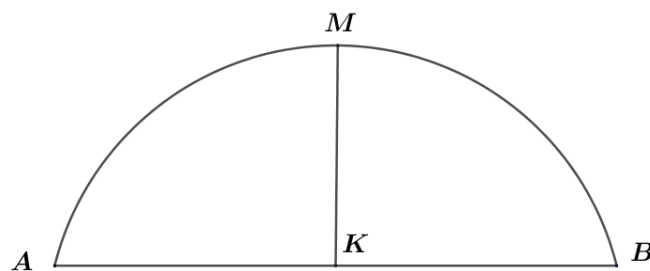
Lời giải

Đáp số: 5

Ta có $\vec{AC} = (0; 5) \Rightarrow \vec{n} = (1; 0)$ là vectơ pháp tuyến của AC .

$$\text{Phương trình đường thẳng } AC: x-3=0 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(B, AC) |\vec{AC}| = 5..$$

Câu 3: Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)

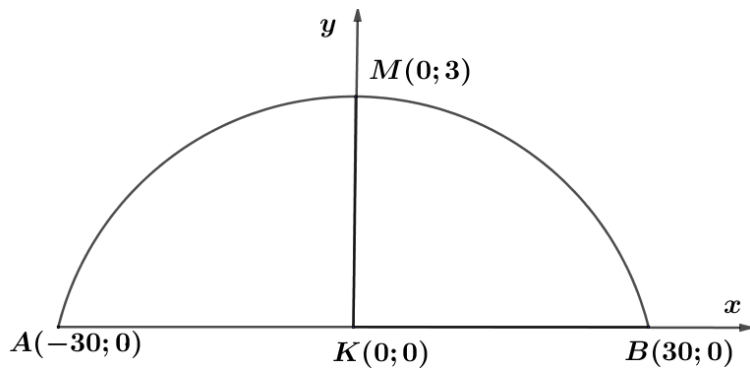


Biết độ dài $AB = 60\text{m}$, chiều cao $MK = 3\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB (MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp số: 152

Chọn hệ trục tọa độ Kxy như hình vẽ $\Rightarrow A(-30; 0)$, $B(30; 0)$, $M(0; 3)$.



Đường tròn chứa cung AMB có phương trình dạng: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ đi qua A, M, B .

Nên ta có hệ phương trình:

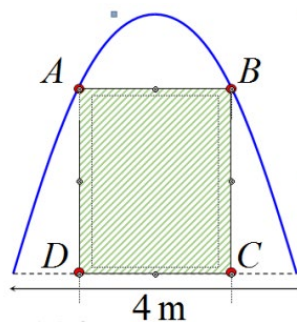
$$\begin{cases} 900 - 60a + c = 0 \\ 900 + 60a + c = 0 \\ 9 + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = -900 \\ b = \frac{297}{2} \end{cases}$$

Bán kính đường tròn chứa cung AMB

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{297}{2}\right)^2 + 900} = 151,5 \text{ m.}$$

Vậy $R = 151,5 \text{ m.}$

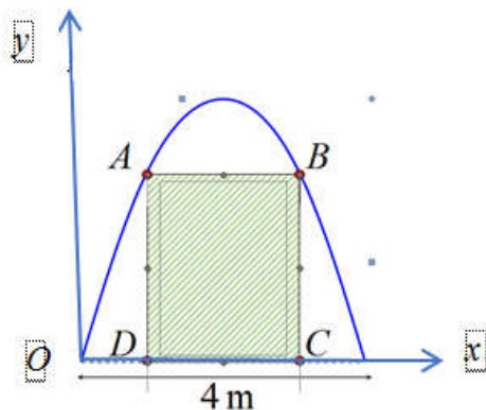
Câu 4. Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên 1 pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 2 \text{ m}, AD = 3 \text{ m}$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp và pano được đặt sao cho cạnh CD tiếp xúc với mặt đất. Hỏi vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp số: 4

Xây dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Bản chất của bài toán: Xác định tung độ đỉnh của parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), biết parabol đi qua các điểm $O(0;0)$, $A(1;3)$, $B(3;3)$.

Ta cso hệ phương trình:

$$\begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a \cdot 1 + b \cdot 1 + c = 3 \\ a \cdot 9 + b \cdot 3 + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$$

\Rightarrow Parabol $y = -x^2 + 4x$ có đỉnh $I(2;4)$.

Vậy vị trí cao nhất của pano so với mặt đất là $4m$.

PHẦN IV. TỰ LUẬN

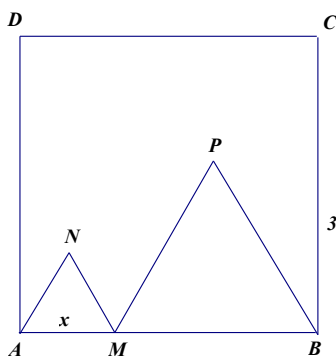
Câu 1. Tìm a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(-2;1)$, $B(1;-2)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(-2;1)$, $B(1;-2)$ nên $\begin{cases} 1 = a \cdot (-2) + b \\ -2 = a \cdot 1 + b \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Câu 2. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 và một điểm M di động trên cạnh AB sao cho $AM = x$. Dựng các tam giác đều AMN và MBP nằm bên trong hình vuông $ABCD$. Tìm các giá trị của x sao cho tổng diện tích của hai tam giác đều bé hơn một phần tư diện tích hình vuông $ABCD$.



Lời giải

Ta có $AM = x, 0 < x < 3$ nên $MB = 3 - x$.

$$\text{Tính được } S_{AMN} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}; S_{MBP} = \frac{(3-x)^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Do đó tổng diện tích của hai tam giác đều là } \frac{x^2\sqrt{3}}{4} + \frac{(3-x)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2x^2 - 6x + 9).$$

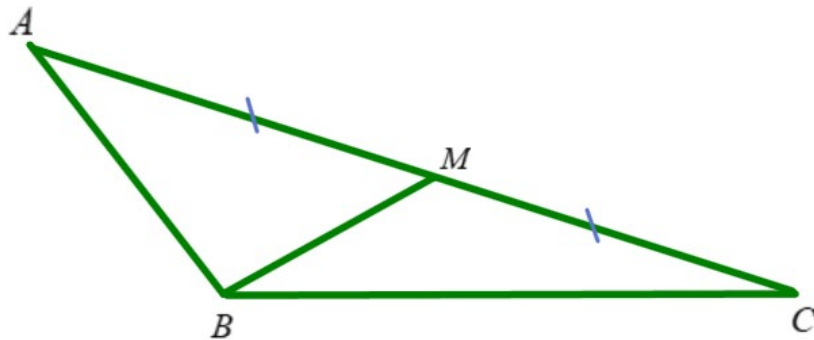
$$\text{Mà } S_{ABCD} = 3^2 = 9 \text{ nên theo giả thiết ta có bất phương trình } \frac{\sqrt{3}}{4}(2x^2 - 6x + 9) < \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 9 - 3\sqrt{3} < 0 \Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

$$\text{Vậy } \frac{3 - \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2}.$$

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $BC = 2AB$, phương trình đường trung tuyến BM là $x + y - 2 = 0$. Biết $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và $A(3;1)$. Viết phương trình đường tròn tâm B đi qua A .

Lời giải



Đặt $AB = x \Rightarrow BC = 2x$ ($x > 0$). Áp dụng định lí Cosin vào tam giác ABC ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 7x^2 \Rightarrow AC = x\sqrt{7}.$$

Áp dụng công thức tính đường trung tuyến vào tam giác ABC ta được

$$BM^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{3x^2}{4}.$$

Trong tam giác ABM có $AB^2 = x^2$, $BM^2 = \frac{3x^2}{4}$, $AM^2 = \frac{7x^2}{4} \Rightarrow AM^2 = AB^2 + BM^2$

$\Rightarrow \Delta ABM$ vuông tại $B \Rightarrow AB \perp BM$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A vuông góc với BM là $x - y - 2 = 0$.

B là giao điểm của AB và BM nên tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 0).$$

Đường tròn tâm B đi qua A có bán kính $AB = \sqrt{2}$ suy ra phương trình là $(x - 2)^2 + y^2 = 2$.

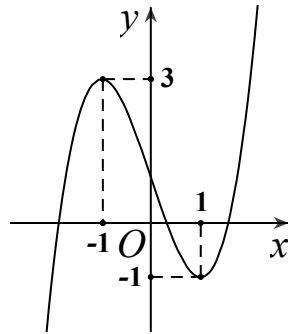
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các hàm số sau hàm số nào có tập xác định là \mathbb{R}

- A. $y = x^2 - 2x - 3$. B. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. C. $y = \sqrt{x-1}$. D. $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x+2}}$.

Câu 2. Cho hàm số có đồ thị như hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = -2x^2 + 3x - 1$, điểm nào sau đây **không** thuộc đồ thị hàm số

- A. $M(0; -1)$. B. $M(1; 0)$. C. $M(2; -3)$. D. $M(2; 0)$.

Câu 4. Trục đối xứng của hàm số $x^2 + 3x - 4$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -3$ B. $y = -\frac{3}{2}$. C. $x = -\frac{3}{2}$. D. $y = 3$

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. $y = 3$

Câu 6. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ là

- A. $\vec{n} = (-1; -2)$. B. $\vec{n} = (3; 0)$. C. $\vec{n} = (3; -2)$. D. $\vec{n} = (2; 3)$.

Câu 7. Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$ có phương trình là

- A. $2x - y - 5 = 0$. B. $2x - y + 5 = 0$. C. $x + 2y + 5 = 0$. D. $x - 2y - 5 = 0$.

Câu 8. Cho đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng Δ_1 ?

- A. $\Delta_2: 3x + 6y - 1 = 0$ B. $\Delta_2: 2x - 4y + 2 = 0$ C. $\Delta_2: 2x + y + 1 = 0$ D. $\Delta_2: 2x - 4y - 2 = 0$

Câu 9. Cho đường tròn tâm I, bán kính R có phương trình: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $I(2; -3)$ và $R = 5$. B. $I(-2; 3)$ và $R = 5$. C. $I(2; -3)$ và $R = 25$. D. $I(-2; 3)$ và $R = 25$.

Câu 10. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1). Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là

- A. $a^2 + b^2 - 4c > 0$. B. $a^2 + b^2 - c > 0$. C. $a^2 + b^2 - 4c \geq 0$. D. $a^2 + b^2 - c \geq 0$.

Câu 11. Một elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tiêu cự của (E) bằng:

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 6.

Câu 12. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

- A. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. C. $9x^2 - 16y^2 = 144$. D. $9x^2 - 16y^2 = 1$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
 b) Phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = x - 2$ có hai nghiệm phân biệt.
 c) $f(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1] \cup [2; 4]$
 d) Bất phương trình $x^2 - 3x - m \leq 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$

Câu 14. Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 5 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng?

- a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (4; 3)$.
 b) Khoảng cách từ điểm $M(1; 2)$ đến đường thẳng Δ bằng 2.
 c) Đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 2 = 0$ vuông góc với Δ .
 c) Đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 2 = 0$ cắt đường thẳng Δ tại điểm $M\left(a; \frac{b}{c}\right)$, trong đó a, b, c là các số thực dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $a = b + c$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

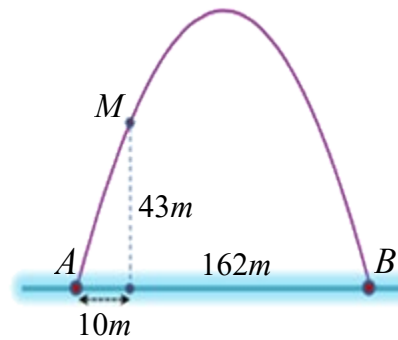
Câu 15. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = \sqrt{2x^2 - x - 12}$ là bao nhiêu?

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Gọi điểm $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng (a): $x - 2y = 0$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng (b): $x + y + 3 = 0$ bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng (c): $x - y - 4 = 0$. Tính $x + y$.

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$. Biết rằng có hai đường tròn có tâm $J(5; -2)$, có bán kính lần lượt là a và b ($a > b$) cùng cắt đường tròn (C) theo

một dây cung có độ dài bằng $\sqrt{2}$. Tính $a^2 - b^2$.

Câu 18. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng) là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

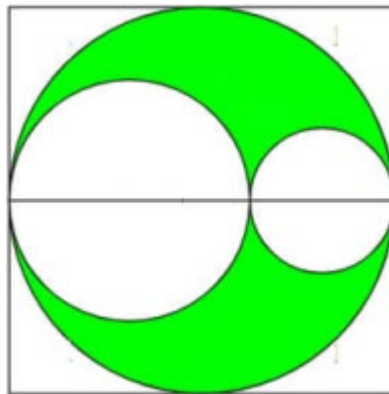


PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \frac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

Câu 20. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao 400 m với vận tốc ban đầu $v_0 = 20\text{ m/s}$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá 100 m? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

Câu 21. Một người xây biệt thự muốn thiết kế khu vườn hình vuông cạnh 10 m như hình vẽ dưới đây.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

-----**HẾT**-----

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Đáp án

1A	2B	3D	4C	5B	6C	7A	8D	9A	10B	11D	12C
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
- b)** Phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = x - 2$ có hai nghiệm phân biệt.
- c)** $f(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1] \cup [2; 4]$
- d)** Bất phương trình $x^2 - 3x - m \leq 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$

Đáp án

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Lời giải

a) ĐKXĐ $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ suy ra TXĐ $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = x - 2 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = (x - 2)^2 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x = 8$

Thay $x = 8$ vào phương trình được $\sqrt{64 - 24 - 4} = 8 - 2 \Rightarrow \sqrt{36} = 6$ thỏa mãn nên phương trình có nghiệm duy nhất.

c) $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 2}$.

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases};$$

$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$		
$x - 2$	-		-	0		+	
$x^2 - 3x - 4$	+	0	-		-	0	+
$f(x)$	-	0	+		-	0	+

Xét dấu $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 2}$

Từ bảng xét dấu ta có $f(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1] \cup [2; 4]$

d) Xét tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 3x - m, \Delta = 9 + 4m$

Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{9}{4}$ thì $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow m + \frac{9}{4}$ thì $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 giả sử ($x_1 < x_2$) thì bất phương trình có tập nghiệm là $(x_1; x_2)$ (vô số nghiệm) nên bất phương trình $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Nếu $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$ thì $f(x) > 0, \forall x \neq \frac{3}{2}$ và $f(x) = 0$ khi $x = \frac{3}{2}$ nên bất phương trình $f(x) \leq 0$ có nghiệm duy nhất $x = \frac{3}{2}$

Bất phương trình $x^2 - 3x - m \leq 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$

Câu 14. Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 5 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng?

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (4; 3)$.

b) Khoảng cách từ điểm $M(1; 2)$ đến đường thẳng Δ bằng 2.

c) Đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 2 = 0$ vuông góc với Δ .

c) Đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 2 = 0$ cắt đường thẳng Δ tại điểm $M\left(a; \frac{b}{c}\right)$, trong đó a, b, c là các số thực dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $a = b + c$.

Đáp án

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Lời giải

a) Một pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\vec{n} = (3; -4)$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 3 \cdot 4 + (-4) \cdot 3 = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{u}$$

suy ra một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (4; 3)$.

b) Khoảng cách từ điểm $M(1; 2)$ đến đường thẳng $d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{25}} = 2$

c) Một pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\vec{n} = (3; -4)$

Một pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (1; -2)$

$$\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = 3 \cdot 1 + (-4) \cdot (-2) = 11 \neq 0 \text{ nên } \Delta_1 \text{ không vuông góc với } \Delta.$$

d) Tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ 3x - 4y - 5 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 9 \\ 3x = \frac{11}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 9, b = 11, c = 2 \Rightarrow a \neq b + c$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 4} = \sqrt{2x^2 - x - 12}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 4

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$x^2 - 3x - 4 = 2x^2 - x - 12 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ hoặc } x = 6.$$

Thay lần lượt $x = -2; x = 6$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều thoả mãn.

Tập nghiệm của phương trình đã cho là $T = \{-2; 6\}$.

Vậy Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là 4.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Gọi điểm $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng (a): $x - 2y = 0$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng (b): $x + y + 3 = 0$ bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng (c): $x - y - 4 = 0$. Tính $x+y$

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có điểm M thuộc đường thẳng (a) khi và chỉ khi $M(2t; t)$ với $t > 0$ là tham số.

Khoảng cách từ M tới (b) bằng hai lần khoảng cách từ M tới (c) nên.

$$\frac{|2t + t + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2 \cdot \frac{|2t - t - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} \Leftrightarrow |3t + 3| = |2t - 8| \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -11.$$

Suy ra $M(2; 1)$ hoặc $M(-22; -11)$. Do $t > 0$ nên $M(2; 1)$. Vậy $x + y = 3$.

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. Biết rằng có hai đường tròn có tâm $J(5; -2)$, có bán kính lần lượt là a và b ($a > b$) cùng cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài bằng $\sqrt{2}$. Tính $a^2 - b^2$.

Lời giải

Đáp án: 48

Đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ có tâm $I(1; 2)$ và có bán kính bằng $\sqrt{5}$.

Gọi R là đường kính của đường tròn (C'), phương trình đường tròn tâm $J(5; -2)$, bán kính R là:

$$(x-5)^2 + (y+2)^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 10x + 4y - R^2 + 29 = 0$$

Tọa độ giao điểm của hai đường tròn (C) và (C') là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \\ x^2 + y^2 - 10x + 4y - R^2 + 29 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 10x + 4y - R^2 + 29 = 0 & (2) \end{cases}$$

Trừ các vế tương ứng của hai phương trình (1) và (2), ta được $8x - 8y + R^2 - 29 = 0$

Ta có phương trình đường thẳng đi qua giao điểm A và B của hai đường tròn (C) và (C')

Lấy H là trung điểm của đoạn AB thì $IH \perp AB$.

$$\text{Ta có } AH = BH = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{5 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow d(I; AB) = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

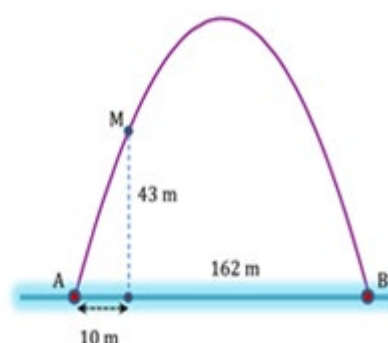
$$\Rightarrow \frac{|8.1 - 8.2 + R^2 - 29|}{\sqrt{8^2 + (-8)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |R^2 - 37| = 24 \Leftrightarrow \begin{cases} R^2 - 37 = 24 \\ R^2 - 37 = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R^2 = 61 \\ R^2 = 13 \end{cases}$$

Do đó $\begin{cases} a^2 = 61 \\ b^2 = 13 \end{cases}$

Ta có $a^2 - b^2 = 61 - 13 = 48$

Vậy $a^2 - b^2 = 48$.

Câu 18. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng) là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 185 m

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Phương trình Parabol (P) có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Parabol (P) đi qua điểm $A(0;0)$, $B(162;0)$, $M(10;43)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

Do đó chiều cao của cổng là $h = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \approx 185 \text{ m}$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu	Đáp án	Điểm
-----	--------	------

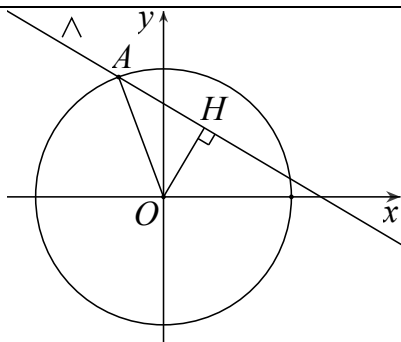
Câu 19	Hàm số xác định khi: $\begin{cases} 5 - 2x \geq 0 \\ x - 2 \neq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ \sqrt{x - 1} \neq 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \\ x \geq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$	0.5
	Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left(1; \frac{5}{2}\right] \setminus \{2\}$.	0.25
Câu 20	<p>Vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới nên vật chuyển động nhanh dần đều.</p> <p>Chọn trục tọa độ theo phương thẳng đứng, có chiều dương là chiều chuyển động của vật và gốc tọa độ nằm trên mặt đất.</p> <p>Độ cao so với mặt đất của vật được mô tả bởi một hàm số bậc hai</p> $h(t) = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, trong đó $v_0 = 20 \text{ m/s}$ là vận tốc ban đầu của vật, t là thời gian chuyển động tính bằng giây, g là gia tốc trọng trường (thường lấy $g \approx 10 \text{ m/s}^2$) và độ cao $h(t)$ tính bằng mét. <p>Khi đó ta có $h(t) = -320 + 20t + 5t^2$ hay $h(t) = 5t^2 + 20t - 400$</p>	0.5
	Vật ném xuống từ độ cao 400 m nên khi vật cách mặt đất không quá 100 m tức là $h(t) > -100 \Leftrightarrow 5t^2 + 20t - 400 > -100 \Leftrightarrow 5t^2 + 20t - 300 > 0$ Giải bất phương trình ta được $t < 10$ hoặc $t > 6$	0.25
	Do thời gian $t > 0$ nên $t > 6$ Vậy sau ít nhất khoảng 6 giây thì vật đó cách mặt đất không quá 100 m	0.25
Câu 3	Gọi x, y (mét) lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn ($x, y > 0$), ta có $x + y = 5$.	0.25
	Gọi $S (\text{m}^2)$ là phần diện tích được lát gạch của khu vườn ($S > 0$), ta có $S = 100 - 25\pi + \pi x^2 + \pi y^2 = 100 + \pi(x^2 + y^2 - 25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}$.	0.25

Ta có $(C): x^2 + y^2 = \frac{S + 25\pi - 100}{\pi}$ có tâm $O(0;0)$,

bán kính $R = \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Khi đó bài toán

trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương?

0.25



Ta có (C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$$R \geq d(O, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{S + 25\pi - 100}{\pi}} \geq \frac{5}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow S + 25\pi - 100 \geq \frac{25\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow S \geq 100 - \frac{25\pi}{2}$$

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min} = 100 - \frac{25\pi}{2}$. Từ đó chi phí để

thi công khu vườn Hạnh Phúc là $100 \cdot (100 - S_{\min}) + 300 \cdot S_{\min} = 22146$ nghìn đồng.

0.25

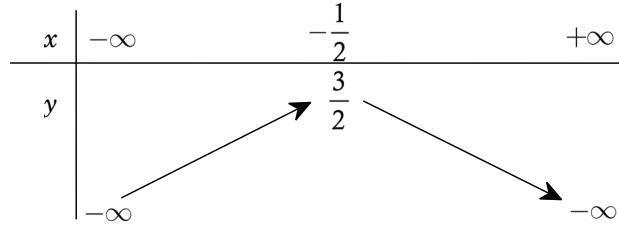
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-7}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . D. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 2: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?



- A. $y = 2x^2 + 2x - 1$. B. $y = 2x^2 + 2x + 2$.
C. $y = -2x^2 - 2x$. **D.** $y = -2x^2 - 2x + 1$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số $y = x^2 - 2x + 1$ là

- A.** $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = (-\infty; 1)$. D. $D = (1; +\infty)$

Câu 4: Cho hàm số $y = 2x^2 - x + 3$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số

- A. $M(2; 1)$. B. $M(-1; 1)$. C. $M(2; 3)$. **D.** $M(0; 3)$.

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 4x + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $f(x) > 0, \forall x \neq -2$.
C. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) < 0, \forall x \neq -2$.

Câu 6: Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d: 2x - 3y - 5 = 0$ là

- A. $\vec{n} = (2; 3)$. B. $\vec{n} = (-2; -3)$. **C.** $\vec{n} = (2; -3)$. D. $\vec{n} = (3; 2)$.

Câu 7: Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (-2; 1)$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Câu 8: Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ được xác định theo công thức:

- A.** $d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. B. $d(M_0, \Delta) = \sqrt{ax_0 + by_0 + c}$.
C. $d(M_0, \Delta) = \sqrt{\frac{ax_0 + by_0 + c}{a^2 + b^2}}$. D. $d(M_0, \Delta) = \left| \frac{ax_0 + by_0 + c}{a^2 + b^2} \right|$.

Câu 9: Phương trình đường tròn tâm $I(2;-3)$ bán kính $R = 5$ là

A. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 38 = 0$.

B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$.

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$.

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Câu 10: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1). Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là

A. $a^2 + b^2 - 4c > 0$.

B. $a^2 + b^2 - c > 0$.

C. $a^2 + b^2 - 4c \geq 0$.

D. $a^2 + b^2 - c \geq 0$.

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $9x^2 + 16y^2 = 1$.

D. $9x^2 + 16y^2 = 144$.

Câu 12: Một elip (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (H). Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $b^2 = c^2 - a^2$.

B. $c = a + b$.

C. $b^2 = a^2 + c^2$.

D. $c^2 = a^2 + b^2$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho tam thức bậc hai $f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{x+6}{x^3-8}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x \neq 2$

b) $f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

c) $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2)$

d) $f(x) < 0, \forall x \in (-2; 1) \cup (2; +\infty)$

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai.

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{x+6}{x^3-8} = \frac{(x^2+2x+4)-(x+6)}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{x^2+x-2}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

$$\text{Điều kiện } (x-2)(x^2+2x+4) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x^2+2x+4 \neq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 2.$$

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow x^2+x-2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}. \text{ Bảng xét dấu } f(x)$$

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
x^2+x-2	+	0	-	0	+
$x-2$	-	-	-	0	+
x^2+2x+4	+	+	+	+	+
$f(x)$	-	+	0	-	+

Kết luận $f(x) > 0, \forall x \in (-2; 1) \cup (2; +\infty); f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2)$.

Câu 14: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2 : x - 2y - 3 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng

a) Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1), \Delta_2$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

b) Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $\frac{23}{\sqrt{5}}$

c) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$

d) Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1), \Delta_2$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

Vì $2 \cdot (-2) \neq 1 \cdot 1$ nên hai vectơ trên không cùng phương, suy ra hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} 2x + y + 15 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{27}{5} \\ y = -\frac{21}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } \Delta_1, \Delta_2 \text{ cắt nhau tại } \left(-\frac{27}{5}; -\frac{21}{5}\right).$$

Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $d(M, \Delta_1) = \frac{23}{\sqrt{5}}$

Mặt khác $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$. Vậy Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ là bao nhiêu

Lời giải

Đáp án: -7

$$\sqrt{x^2 - 4x - 5} - \sqrt{2x^2 + 3x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}.$$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$x^2 - 4x - 5 = 2x^2 + 3x + 1 \Rightarrow x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = -6.$$

Thay lần lượt $x = -1; x = -6$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều thỏa mãn.

Tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -6\}$.

Vậy Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là -7 .

Câu 16: Cho các đường thẳng $d_1 : x + y + 3 = 0$, $d_2 : x - y - 4 = 0$ và $d_3 : x - 2y = 0$. Biết $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2 . Tính $x+y$

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có điểm M thuộc đường thẳng d_3 khi và chỉ khi $M(2t; t)$ với t là tham số.

Khoảng cách từ M tới d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M tới d_2 nên

$$\frac{|2t+t+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2 \cdot \frac{|2t-t-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow |3t+3| = |2t-8| \Leftrightarrow t=1 \text{ hoặc } t=-11.$$

Suy ra $M(2; 1)$ hoặc $M(-22; -11)$. Do M có hoành độ dương nên $x=2; y=1$. Vậy $x+y=3$

Câu 17: Cho đường tròn $(C) : (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1 : x - y = 0$, $d_2 : x - 7y = 0$. Biết đường tròn (C') có tâm $I(a; b)$ nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1, d_2 . Tính $10a-5b$

Lời giải

Đáp án: 12

Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C') . Ta có: $I \in (C) \Leftrightarrow (a-2)^2 + b^2 = \frac{4}{5}$.

Đường tròn (C') tiếp xúc với hai đường thẳng d_1 và d_2

$$\Leftrightarrow d(I, d_1) = d(I, d_2) = R \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a-7b|}{\sqrt{50}} \Leftrightarrow 5|a-b| = |a-7b| \Leftrightarrow a = \frac{-1}{2}b \text{ hoặc } a = 2b.$$

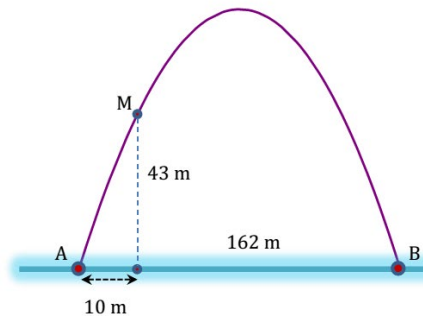
$$\text{- Với } a = \frac{-1}{2}b \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}b - 2\right)^2 + b^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{5}{4}b^2 + 2b + \frac{16}{5} = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

$$\text{- Với } a = 2b \Rightarrow (2b - 2)^2 + b^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 5b^2 - 8b + \frac{16}{5} = 0 \Leftrightarrow b = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{8}{5}, R = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Vậy $10a - 5b = 12$.

Câu 18: Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng) là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 185 m

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Phương trình Parabol (P) có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Parabol (P) đi qua điểm $A(0;0)$, $B(162;0)$, $M(10;43)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

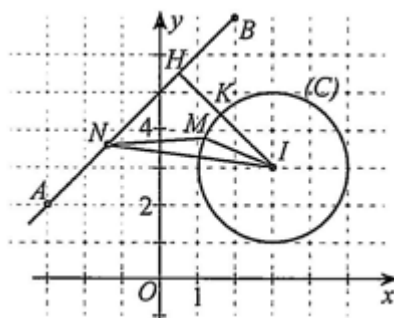
Do đó chiều cao của cổng là $h = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \approx 185$ m.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19: Tìm tập xác định của hàm số sau: $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} + \sqrt[3]{x-1}$

Câu 20. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $300m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 15m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể?

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét.



Câu	Đáp án	Điểm											
Câu 19	Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{3-x}{x+2} \geq 0$.	0.25											
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 3-x \leq 0 \\ x+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq 3 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 3$	0.5											
	Tập xác định hàm số $D = (-2; 3]$.	0.25											
Câu 20	<p>Vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $300m$ nên vật chuyển động nhanh dần đều.</p> <p>Độ cao so với mặt đất của vật được mô tả bởi một hàm số bậc hai $h(t) = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ trong đó $v_0 = 15 m/s$ là vận tốc ban đầu của vật, t là thời gian chuyển động tính bằng giây, g là gia tốc trọng trường (thường lấy $g \approx 10 m/s^2$) và độ cao $h(t)$ tính bằng mét.</p> <p>Khi đó ta có $h(t) = 15t + \frac{1}{2} \cdot 10t^2 = 15t + 5t^2$</p>	0.25											
	<p>Vật ném xuống từ độ cao $300m$ nên khi vật cách mặt đất không quá $100m$ có nghĩa là vật đã chuyển động được quãng đường lớn hơn hoặc bằng $300 - 100 = 200(m)$</p> <p>Khi đó $h(t) \geq 200$ hay $15t + 5t^2 \geq 200 \Leftrightarrow t^2 + 3t - 40 \geq 0(1)$</p> <p>Tam thức $f(t) = t^2 + 3t - 40$ có $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40) = 169 > 0$ nên $f(t)$ có hai nghiệm $t_1 = 5, t_2 = -8$</p>	0.5											
	<p>Mặt khác hệ số $a = 1 > 0$ nên ta có bảng xét dấu:</p> <table border="1" data-bbox="284 1608 1302 1742"> <tr> <td>t</td> <td>$-\infty$</td> <td>-8</td> <td>5</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table> <p>Suy ra bất phương trình (1) có nghiệm $t_1 \leq -8, t_2 \geq 5$</p> <p>Mà thời gian $t > 0$ nên $t \geq 5$</p> <p>Vậy sau ít nhất khoảng 5 giây thì vật đó cách mặt đất không quá 100 m</p>	t	$-\infty$	-8	5	$+\infty$	$f(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0.25
	t	$-\infty$	-8	5	$+\infty$								
$f(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$								
Câu 3	<p>Quỹ đạo chuyển động của chất điểm thứ nhất là đường tròn (C) có phương trình chính tắc $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$.</p>	0.25											

	<p>Vì $\overline{AB} = (5; 5)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB nên phương trình đường thẳng AB là $\frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{5} \Leftrightarrow x - y + 5 = 0$.</p>	0.25
	<p>Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB.</p> <p>Ta có: $IH = \frac{ 3-3+5 }{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} (m)$.</p> <p>Vì $\frac{5}{\sqrt{2}} > 2$, tức là $IH > R$ nên đường thẳng AB và đường tròn (C) không có điểm chung. Gọi K là giao điểm của đoạn thẳng IH và đường tròn. Ta có:</p> $HK = IH - IK = \frac{5}{\sqrt{2}} - 1 > 1(m).$	0.25
	<p>Xét M là điểm bất kì trên đường tròn, N là điểm bất kì trên đường thẳng AB.</p> <p>Ta có $MN \geq IN - IM, IM = IK, IN \geq IH \Rightarrow MN \geq IH - IK = HK > 1m$.</p> <p>Vậy tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn $1m$.</p>	0.25

Họ và tên: Lớp 10A.....

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2 - 4}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. \mathbb{R} .

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 2x^2$. B. $y = 3x + 2022$. C. $y = -5x$. D. $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(1; 1)$ B. $N(1; 2)$
C. $P(0; 2)$. D. $Q(3; 0)$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y = ax^2 + x + a$ đi qua điểm $A(1; 2)$. Giá trị của a là:

- A. $a = \frac{2}{3}$. B. $a = -\frac{2}{3}$. C. $a = -\frac{1}{2}$. D. $a = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Xét dấu tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 8$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left[-\frac{4}{3}; 2\right]$. B. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup [2; +\infty)$.
C. $f(x) \leq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$ D. $f(x) \geq 0$ khi $x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$

Câu 6. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3; 2)$ và nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm vectơ pháp tuyến.

- A. $x - 2y + 1 = 0$. B. $x - 2y - 7 = 0$. C. $3x - 2y + 4 = 0$. D. $2x + y - 8 = 0$.

Câu 7. Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (-2; 1)$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 4), B(0; -2), C(5; 3)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng BC có phương trình là:

- A. $x - y + 5 = 0$. B. $x + y - 5 = 0$. C. $x - y + 2 = 0$. D. $x + y = 0$.

Câu 9. Đường tròn nào sau đây có tâm là $I(-3;5)$ và có bán kính là $R = 4$?

A. $x^2 + y^2 - 3x + 5y + 9 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 9 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 6x - 10y - 18 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$.

Câu 10. Một đường tròn có tâm $I(3;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : x - 5y + 1 = 0$. Bán kính đường tròn bằng:

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$.

B. $\frac{7}{13}$.

C. $\sqrt{26}$.

D. 6.

Câu 11. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $9x^2 + 16y^2 = 1$.

D. $9x^2 + 16y^2 = 144$.

Câu 12. Một hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (H) . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. $b^2 = c^2 - a^2$.

B. $c = a + b$.

C. $b^2 = a^2 + c^2$.

D. $c^2 = a^2 + b^2$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số bậc hai $(P): y = 2x^2 + x - 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $A(0;3)$ thuộc đồ thị (P) .

b) Đồ thị hàm số bậc hai (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng $(d): y = -(m+1)x - m - 2$ cắt đồ thị $(P): y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Thay $x = 0; y = 3$ vào đồ thị (P) thì không thỏa mãn.

a) Sai: Điểm $A(0;3)$ không thuộc đồ thị (P)

b) Đúng: Bảng biến thiên của hàm số bậc hai:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{25}{8}$	$+\infty$

Vậy tọa độ đỉnh của hàm số bậc hai là $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{25}{8}\right)$

c) **Đúng**: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

d) **Sai**: Có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d : $2x^2 + x - 3 = -(m+1)x - m - 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 + (m+1)x + m + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + (m+2)x + m - 1 = 0 \quad (*)$$

Để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung thì ta

$$\text{có điều kiện } \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 12 > 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy có 7 giá trị nguyên dương $m \in [-3; 10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1; -1), E(2; 1), F(3; 5)$. Khi đó:

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận \overline{EF} là một vec tơ chỉ phương

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) **Sai**. Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận

$\overline{EF}(1; 4)$ là một vectơ pháp tuyến.

b) **Sai**. Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là: $(x-1) + 4(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3 = 0$.

c) **Đúng**. Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$.

d) **Đúng** Đường trung tuyến kẻ từ E có vectơ chỉ phương là $\overline{EI} = (0; 1)$ nên nhận $\vec{n} = (1; 0)$ là một vectơ pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tổng các nghiệm của phương trình sau: $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|$;

Lời giải:

Đáp án: $\frac{1}{2}$

Bình phương hai vế phương trình, ta có:

$$3x^2 - 9x - 5 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = \frac{7}{2}.$$

Thay $x = -3$ vào phương trình, ta được: $\sqrt{49} = |-7|$ (thỏa mãn).

Thay $x = \frac{7}{2}$ vào phương trình, ta được: $\frac{1}{2} = \left| -\frac{1}{2} \right|$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \left\{ -3; \frac{7}{2} \right\}$.

Suy ra tổng các nghiệm là $T = \frac{1}{2}$

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(1;1)$, $B(-2;5)$. Đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x - 4 = 0$, trọng tâm G của tam giác ABC thuộc đường thẳng $d': 2x - 3y + 6 = 0$. Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải

Đáp án: 7.5

Đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x - 4 = 0 \Rightarrow C(4; b)$.

$$G \in d': 2x - 3y + 6 = 0 \Rightarrow G\left(a; \frac{2a+6}{3}\right).$$

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} 1-2+4=3a \\ 1+5+b=2a+6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow C(4;2), G\left(1; \frac{8}{3}\right)$.

Ta có phương trình đường thẳng $AB: 4x + 3y - 7 = 0$ và $AB = 5$; $d(C, AB) = 3$.

Vậy diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB) = \frac{15}{2} = 7,5$.

Câu 17. Biết đường tròn (C) có tâm $I(m;n)$ với $(m > 5)$ có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$. Tính $m + n$

Lời giải:

Đáp án: $m + n = 10$

Gọi tâm đường tròn là $I(6a+10; a) \in d$.

Đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R , ta có:

$$d(I, d_1) = d(I, d_2) \Leftrightarrow \frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = \frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5}$$

$$\Leftrightarrow |22a+35| = |21a+35| \Leftrightarrow \begin{cases} 22a+35 = 21a+35 \\ 22a+35 = -21a-35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{70}{43} \end{cases}$$

- Với $a = 0$ thì $K(10; 0)$ và $R = 7$ suy ra $(C): (x-10)^2 + y^2 = 49$.

Suy ra $m+n=10$

- Với $a = -\frac{70}{43}$ thì $K\left(\frac{10}{43}; -\frac{70}{43}\right)$ và $R = \frac{7}{43}$ suy ra

$$(C): \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2. \text{ Không thỏa mãn YCBT}$$

Câu 18 Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5m; sau 4 giây nó đạt độ cao 4,5m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Lời giải

Đáp án: 1,5 m

Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} h(0) = \frac{3}{2} \\ h(2) = 5 \\ h(4) = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = \frac{3}{2} \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Suy ra: $h = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{11}{4}t + \frac{3}{2}$. Khi $t = 5,5$ suy ra $h = 1,5$

Vậy sau 5,5 giây thì quả bóng đạt độ cao 1,5 mét so với mặt đất.

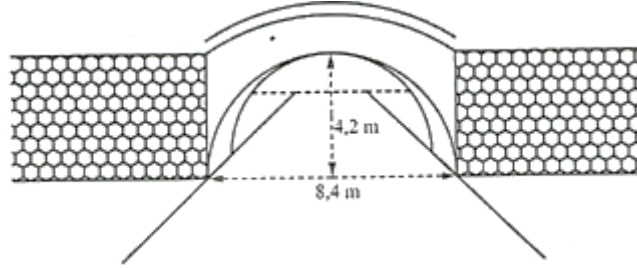
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là \mathbb{R} .

Câu 20. Một cửa hàng bán bánh với giá bán mỗi cái là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 cái. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi cái

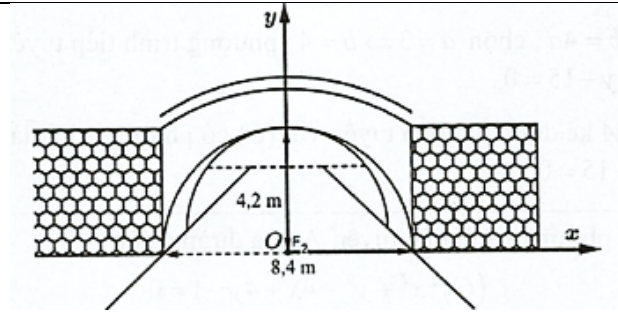
1000 đồng thì số bánh bán tăng thêm được là 10 cái. Biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi cái là 30000 đồng. Giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất bằng bao nhiêu?

Câu 21. Một cái cổng hình bán nguyệt rộng $8,4m$, cao $4,2m$ như hình vẽ. Mặt đường dưới cổng được chia làm hai làn cho xe ra vào. Một chiếc xe tải rộng $2,2m$, cao $2,6m$ đi đúng làn đường quy định có thể đi qua cổng mà không làm hư hỏng cổng hay không? Vì sao?



-----Hết-----

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 19	Lời giải	
	Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là \mathbb{R} khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$	0.5
	Do m nguyên âm nên $m \in \{-3; -2; -1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên âm của m thỏa yêu cầu bài toán.	0.25
Câu 20	Gọi x (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$) là giá bán thực tế của mỗi cái bánh. Tương ứng với giá bán x thì số bánh bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540.$ Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có: $f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000.$	0.5
	Giá trị lớn nhất của hàm $f(x)$ là 1440000 có được khi $x = 42000$ đồng. Vậy với giá bán 42000 đồng một cái bánh thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.	0.5
Câu 21	Lời giải Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ với gốc O là tâm của bán nguyệt.	0.25



Khi đó cái cổng được cho bởi nửa đường tròn tâm O , bán kính $R = 4,2 m$;

phương trình nửa đường tròn là:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4,2^2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

0.25

Xe tải phải đi ở làn đường bên phải (ứng với một phần tư đường tròn bên phải). Xe tải muốn đi qua không vướng gì thì đường chéo mặt cắt ngang của xe tải (giả sử là hình chữ nhật) nhỏ hơn bán kính cổng bán nguyệt.



0.25

Đường chéo cần tìm là: $\sqrt{2,2^2 + 2,6^2} \approx 3,4 m < R$.

Vậy chiếc xe tải như trên có thể qua cổng mà không gây hư hỏng gì.

0.25

Họ tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 001

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-6} + x + 1$ là :

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-\infty; 3)$. C. $D = (3; +\infty)$. **D. $D = [3; +\infty)$.**

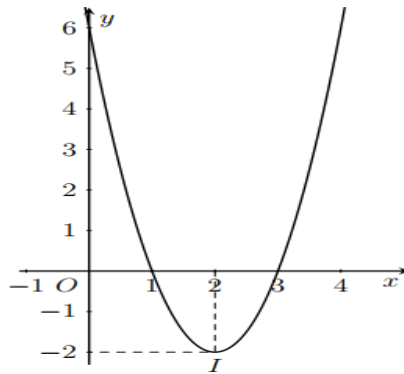
Câu 2. Hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ đi qua điểm nào sau đây:

- A. (0;1).** B. (1;3). C. (2;3). D. (-1;3).

Câu 3. Parabol $y = -x^2 + 4x + 2$ có tọa độ đỉnh là:

- A. $I(-2;10)$. **B. $I(2;6)$.** C. $I(1;2)$. D. $I(-2;6)$.

Câu 4. Hàm số bậc hai có dạng đồ thị như hình dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng:



- A. $(-\infty; 2)$. **B. $(2; +\infty)$.** C. $(1; 3)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 5: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.** B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.
C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

- A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. B. \emptyset . C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$. **D. $[-3; 4]$.**

Lời giải

Ta có $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3;4]$.

- Câu 7:** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$ là
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{0; -\frac{3}{5}\right\}$

- Câu 8:** Cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây **không** là véc tơ chỉ phương của Δ ?

- A.** $\vec{u} = (4; -2)$. **B.** $\vec{v} = (-2; -1)$. **C.** $\vec{m} = (2; 1)$. **D.** $\vec{q} = (4; 2)$.

Lời giải

Nếu \vec{u} là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k\vec{u}, \forall k \neq 0$ cũng là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Từ phương trình đường thẳng Δ ta thấy đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương có toạ độ là $(2; 1)$. Do đó véc tơ $\vec{u} = (4; -2)$ không phải là véc tơ chỉ phương của Δ .

phương án.

- Câu 9:** Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng song song với đường thẳng $(d): 2x + 7y - 1 = 0$?

- A.** $x + 2y - 5 = 0$. **B.** $7x - 2y + 4 = 0$.
C. $2x - 7y - 1 = 0$. **D.** $4x + 14y - 12 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\frac{2}{4} = \frac{7}{14} \neq \frac{-1}{-12}$ nên đường thẳng $(d): 2x + 7y - 1 = 0$ song song với đường thẳng $4x + 14y - 12 = 0$.

- Câu 10:** Khoảng cách từ $A(1; -1)$ đến đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$ là

- A.** $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } d(A, d) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{12}{5}.$$

Câu 11: Trong mặt phẳng (Oxy), cho đường tròn (C): $(x-2)^2 + y^2 = 16$. Xác định tâm và bán kính của đường tròn.

A. $I(-2;1)$ và $R=16$. **B.** $I(2;0)$ và $R=16$.

C. $I(-2;1)$ và $R=4$.

D. $I(2;0)$ và $R=4$.

Lời giải

Từ phương trình đường tròn (C): $(x-2)^2 + y^2 = 16$ suy ra đường tròn có tâm $I(2;0)$ và bán kính $R = \sqrt{16} = 4$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Giả sử phương trình elip có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)

Độ dài trục lớn bằng 10 $\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$

Độ dài tiêu cự bằng 6 $\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$

Ta có $b^2 = a^2 - c^2 = 16$.

Vậy phương trình elip có dạng (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi câu 1, 2 mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + c$ có đồ thị là (P)

a) Tập đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

c) Khi $c = 2$ đồ thị hàm số có tọa độ đỉnh là $I(2; -4)$.

d) Khi $c > 4$ đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

Lời giải

a) Đúng

Trục đối xứng của đồ thị hàm số (P) là $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2$ nên a) Đúng .

b) Sai

Hệ số $a = 1 > 0$. Cho nên

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

c) Sai

Ta có $x = \frac{-b}{2a} = 2; y = -\frac{\Delta}{4a} = f(2) = -2$. Nên tọa độ đỉnh là $I(2; -2)$.

d) Đúng

Hệ số $a = 1 > 0$ cho nên đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 16 - 4c < 0 \Leftrightarrow 4 < c \Leftrightarrow c > 4 .$$

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

b) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ là 5

c) Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C)

d) Phương trình đường tròn tâm $I = (-4; 7)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là:
 $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 20$

Lời giải

a) Đúng

Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1)$.

b) Sai

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ là 5

$$\text{Vì } \begin{cases} O(0; 0) \\ \Delta: 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(O; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

c) Đúng

Đường thẳng Δ không cắt đường tròn (C) .

Vì $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ suy ra (C) có tâm $I = (3; -1)$ và $R = 3$

$$\text{Ta có } \begin{cases} I(3; -1) \\ \Delta: 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot 3 - 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}} > R$$

d) Đúng

Phương trình đường tròn tâm $I = (-4; 7)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ là:

$$(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 20$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} I(-4; 7) \\ \Delta: 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow d(I; (\Delta)) = \frac{|2 \cdot (-4) - 7 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

Suy ra, đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$

Do đó đường tròn có phương trình là: $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 20$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một cửa hàng bán dưa với giá 60.000 đồng một quả. Với mức giá này thì chủ cửa hàng nhận thấy họ chỉ bán được 40 quả mỗi ngày. Cửa hàng nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu giảm giá mỗi quả 1000 đồng thì số dưa bán mỗi ngày tăng thêm 2 quả. Biết giá nhập về của mỗi quả dưa là 30.000 đồng. Lợi nhuận bán dưa mỗi ngày được biểu thị bằng tam thức $f(x) = -2x^2 + 20x + 1200$ với x (nghìn đồng) là số tiền sẽ giảm giá. Tìm x để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất mỗi ngày.

Lời giải

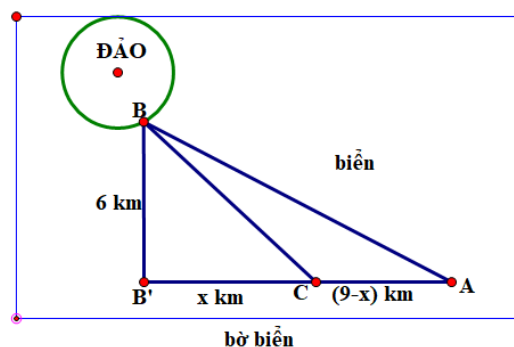
x (nghìn đồng) là số tiền sẽ giảm giá. Ta có $0 < x < 30$

Xét hàm số $f(x) = -2x^2 + 20x + 1200$ trên khoảng $(0; 30)$

Do hàm số có hệ số $a = -2 < 0$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = 5$

Vậy cửa hàng cần giảm giá 5000 đồng cho mỗi quả để đạt được lợi nhuận cao nhất.

Câu 2: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi km, giá để xây đường ống dưới nước là 130000 USD mỗi km; B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9 km. Biết rằng chi phí làm đường ống này là 1170000 USD. Hỏi vị trí C cách vị trí A bao nhiêu km?



Lời giải

Gọi $x = B'C$ ($0 \leq x \leq 9$), khi đó: $BC = \sqrt{x^2 + 36}$.

Số tiền xây đường ống trên bờ: $(9-x) \times 50000$; số tiền xây đường ống dưới biển: $130000 \times \sqrt{x^2 + 36}$.

Tổng chi phí bỏ ra để làm đường ống là: $(9-x) \times 50000 + 130000 \times \sqrt{x^2 + 36}$.

Theo giả thiết: $(9-x) \cdot 50000 + 130000 \sqrt{x^2 + 36} = 1170000$

$$\Leftrightarrow 5(9-x) + 13\sqrt{x^2+36} = 117 \Leftrightarrow 13\sqrt{x^2+36} = 5x+72$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x+72 \geq 0 \\ 169(x^2+36) = 25x^2 + 720x + 5184 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{72}{5} \\ 144x^2 - 720x + 900 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

Ta có $B'C = 2,5 \text{ km} \Rightarrow AC = 9 - 2,5 = 6,5 \text{ km}$. Vậy, vị trí C cách vị trí A một khoảng bằng $6,5 \text{ km}$.

Câu 3: Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1: (2m-1)x + 2y - 5 = 0$ và $d_2: x + my + 1 = 0$ vuông góc với nhau.

Lời giải

Đường thẳng $d_1: (2m-1)x + 2y - 5 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2m-1; 2)$

Đường thẳng $d_2: x + my + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; m)$

Để $d_1 \perp d_2$ thì $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow (2m-1) \cdot 1 + 2 \cdot m = 0 \Leftrightarrow m = 0,25$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;0)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục hoành sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MB, MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm) sao cho BC đi qua A ?

Lời giải

Từ phương trình đường tròn suy ra (C) có tâm $I(-1;3)$ và $R = 2\sqrt{2}$

Để từ M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) thì $MI > R$.

Ta có: $MB^2 = MC^2 = MI^2 - R^2 = m^2 + 2m + 2$

Khi đó, B và C thuộc đường tròn (C') có tâm M , bán kính MB , đường tròn (C')

có phương trình $(C'): (x-m)^2 + y^2 = m^2 + 2m + 2$

Tọa độ B và C thỏa mãn

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0 \\ (x-m)^2 + y^2 = m^2 + 2m + 2 \end{cases} \Rightarrow (BC): (2m+2)x - 6y + m^2 + 2m + 4 = 0$$

$$\text{Do } BC \text{ đi qua } A \text{ nên } m^2 + 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -4 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.

Câu 1: Một vật được ném thẳng đứng lên trên với vận tốc ban đầu $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Bỏ qua sức

cản của không khí, gia tốc trọng trường $g \approx 10m/s^2$. Biết rằng tại thời điểm $t = 1s$ vật đạt độ cao $20m$. Tính độ cao lớn nhất vật có thể đạt được.

Câu 2: Tìm các giá trị của m để tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3: Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao $5m$; sau 4 giây nó đạt độ cao $4,5m$. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	Gọi y_0 là độ cao ban đầu của vật. Vật được ném theo phương thẳng đứng lên trên từ độ cao y_0 . Bỏ qua sức cản của không khí. Khi đó độ cao (so với mặt đất) của vật tại thời điểm t được cho bởi phương trình: $y(t) = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ trong đó $v_0 = 20m/s$ là vận tốc ban đầu của vật, t là thời gian chuyển động tính bằng giây, g là gia tốc trọng trường ($g \approx 10m/s^2$) và độ cao $y(t)$ tính bằng mét. Khi đó ta có $y(t) = y_0 + 20t - \frac{1}{2}.10t^2 = y_0 + 20t - 5t^2$	0.25
	Biết rằng tại thời điểm $t = 1s$ vật đạt độ cao $20m$. Từ đó ta có: $y(1) = y_0 + 20.1 - \frac{1}{2}.10.1^2 = y_0 + 15 = 20 \Leftrightarrow y_0 = 5$. Ta được phương trình chuyển động của vật là : $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$.	0.25
	Bài toán tìm độ cao lớn nhất vật có thể đạt được quy về bài toán: Cho hàm số bậc hai $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$ tìm t để y đạt giá trị lớn nhất. Xét hàm số bậc hai $y(t) = -5t^2 + 20t + 5$ biến t . Tọa độ của đỉnh $(2, 25)$. Hệ số $a = -5 < 0$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 25$ khi $t = 2$.	0.25
	Độ cao lớn nhất vật có thể đạt được là $25m$.	0.25
Câu 2	Ta có : $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - 4(2m+7) < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow m^2 - 6m - 27 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 9$.	0.5 0.5
Câu 3	Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:	0.5

	$\begin{cases} h(0) = \frac{3}{2} \\ h(2) = 5 \\ h(4) = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = \frac{3}{2} \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}.$	
	<p>Suy ra: $h = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{11}{4}t + \frac{3}{2}$. Khi $t = 5,5$ suy ra $h = 1,5$.</p>	0.25
	<p>Vậy sau 5,5 giây thì quả bóng đạt độ cao 1,5 mét so với mặt đất.</p>	0.25

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10 - NHƯ THANH 2

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án (3,0 điểm)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A.** $y = x$. **B.** $y = -2x$. **C.** $y = 2x$. **D.** $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $a < 0$.

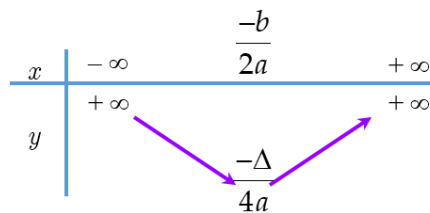
Câu 3. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A.** $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$. **B.** $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$a > 0$. Bảng biến thiên



Câu 4. Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 2-x$ là:

A. $S = \{1; 5\}$. **B.** $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. **D.** $S = \{2; 3\}$.

Lời giải

Chọn B

Thay các giá trị vào phương trình có $x = 1$ vào thỏa mãn phương trình.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = -x^2 - 5$ là

A. $S = \{1; 5\}$. **B.** $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn D

Vì $-x^2 - 5 < 0$ vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $(d): ax + by + c = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) ?

A. $\vec{n} = (a; -b)$. **B.** $\vec{n} = (b; a)$. C. $\vec{n} = (b; -a)$. **D.** $\vec{n} = (a; b)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có một vector pháp tuyến của đường thẳng (d) là $\vec{n} = (a; b)$.

Do đó chọn đáp án **D.** $\vec{n}_1 = (-a; b)$.

Câu 8. Cho đường thẳng $d: 3x + 5y - 15 = 0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào **không** thuộc đường thẳng d

A. $M_1(5; 0)$. **B.** $M_4(-5; 6)$. C. $M_2(0; 3)$. **D.** $M_3(5; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d , ta có $M_1, M_4, M_2 \in d$ và $M_3 \notin d$.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(3; 1), C(5; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

A. $2x + 3y - 8 = 0$. **B.** $2x + 3y + 8 = 0$.
C. $3x - 2y + 1 = 0$. **D.** $2x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (2;3)$

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận $\overrightarrow{BC} = (2;3)$ làm vector pháp tuyến và đi qua điểm A nên có phương trình: $2(x-1)+3(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-8=0$.

- Câu 10.** Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng **không** song song với đường thẳng $d: y=3x-2$
- A. $-3x+y=0$. B. $3x-y-6=0$.
C. $3x-y+6=0$. **D.** $3x+y-6=0$.

Lời giải

Chọn D

$d: y=3x-2 \Leftrightarrow 3x-y-2=0$. (d) có VTPT $\vec{n}=(3;-1)$.

Đường thẳng $3x+y-6=0$ có VTPT $\vec{n}_1=(3;1) \neq k\vec{n}$ nên \vec{n} và \vec{n}_1 không cùng phương. Do đó đường thẳng $3x+y-6=0$ không song song với đường thẳng (d) .

- Câu 11.** Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

- A.** Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$. **B.** Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=9$.
C. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$. **D.** Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=9$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 12.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của (E) bằng
- A. 10. B. 16. C. 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$).

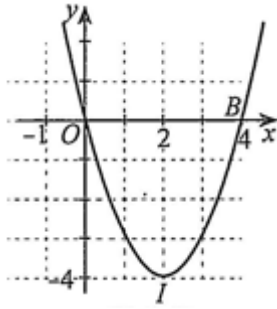
Do đó elip (E) có $\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$.

Tiêu cự của elip (E) bằng $2c = 8$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai. (2,0 điểm)

- Câu 1.** Cho hàm số bậc hai $y = x^2 + 2x - 3$. Khi đó:
- a) Tập xác định $D = \mathbb{R}$
b) Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(2; -4)$

- c) Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.
d) Ta có đồ thị như Hình dưới đây.



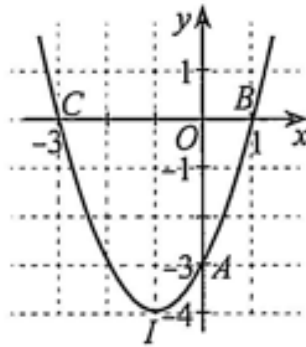
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, đỉnh $I(-1; -4)$, trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.

Giao điểm với trục Oy là $A(0; -3)$, giao điểm với trục Ox là $B(1; 0), C(-3; 0)$.

Ta có đồ thị như Hình.



Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1; -1), E(2; 1), F(3; 5)$. Khi đó:

- a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận \overline{EF} là một vec tơ chỉ phương.
b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.
c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$.
d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận $\overline{EF}(1; 4)$ là một vectơ pháp tuyến.

Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là: $(x - 1) + 4(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3 = 0$.

Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2;2)$. Đường trung tuyến kẻ từ E có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{EI}(0;1)$ nên nhận $n(1;0)$ là một vectơ pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x-2=0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2, 0 điểm)

Câu 1. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ có dạng $[a; b]$. Tính $a-b$?

Lời giải

Đáp số: -2

Điều kiện xác định: $4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$. Tập xác định: $D = [-2; 2]$.

$\forall x \in D$ ta có $x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 4-x^2 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} \leq 2$.

Mặt khác: $\sqrt{4-x^2} \geq 0$. Nên $0 \leq \sqrt{4-x^2} \leq 2, \forall x \in D$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = [0; 2]$.

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm?

Lời giải

Đáp số: 3

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m .

Câu 3. Cho hai điểm $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng qua điểm $S(3;2)$ và song song với đường thẳng PQ có dạng $ax+by-3=0$. Tính $a+b$?

Lời giải

Đáp số: -1

Đường thẳng PQ có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1 \Leftrightarrow x - 2y - 4 = 0$.

Đường thẳng d song song với PQ có phương trình $x - 2y + c = 0$ với $c \neq 4$.

Vì d qua $S(3;2)$ nên $3 - 2 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$.

Vậy phương trình của đường thẳng d : $x - 2y + 1 = 0$. Suy ra $a + b = -1$.

Câu 4. Cho đường thẳng Δ : $5x + 3y - 5 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và Δ' : $5x + 3y + 8 = 0$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

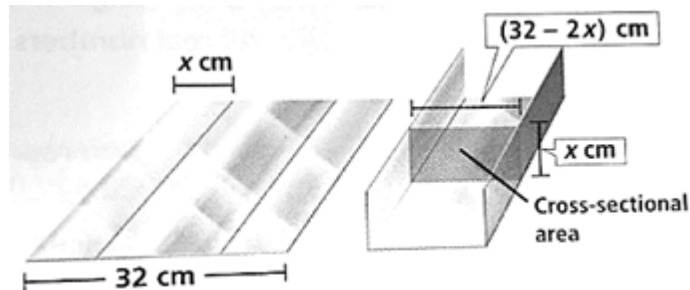
Lời giải.

Đáp số: $2,2$

$$\text{Do } M(1; 0) \in \Delta \text{ nên ta có } d(\Delta, \Delta') = d(M, \Delta') = \frac{|5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{34}}.$$

PHẦN IV. Tự luận (3 điểm)

Câu 1. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



Lời giải

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x (cm) của phần gấp hai bên, ta có:

$$S(x) = x(32 - 2x), \text{ với } 0 < x < 16.$$

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 16)$.

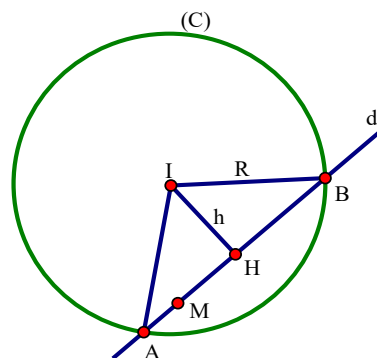
$$\text{Ta có: } S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x - 8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0; 16).$$

$$\Rightarrow \max S(x) = S(8) = 128.$$

Vậy $x = 8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.

Câu 2. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. I là tâm (C) , đường thẳng d đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại A, B . Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là: $x + by + c = 0$. Tính $b + c$

Lời giải



(C) có tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

$$\text{Đặt } h = d(I, AB). \text{ Ta có: } S_{IAB} = \frac{1}{2} h \cdot AB = 8 \Rightarrow h \cdot AB = 16.$$

Mặt khác: $R^2 = h^2 + \frac{AB^2}{4} = 20$

Suy ra: $\begin{cases} h = 4 \\ AB = 4 \end{cases}; \begin{cases} h = 2 \\ AB = 8 \end{cases}$

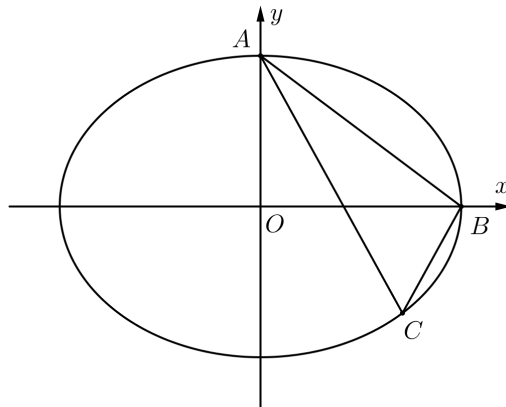
Vì d đi qua $M(1; -3)$ nên $1 - 3b + c = 0 \Rightarrow 3b - c = 1 \Rightarrow c = 3b - 1$

Với $h = 4 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}}$ (Vô nghiệm)

Với $h = 2 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow b + c = 2.$

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$. Đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm A, B . Tìm tọa độ điểm C trên (E) sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 6.

Lời giải



Do $A, B = d \cap (E)$ nên tọa độ điểm A, B là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 \\ 9x^2 + 16y^2 = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Suy ra $A(4;0), B(0;3)$ hoặc $A(0;3), B(4;0)$.

Khi đó $AB = 5$.

Gọi $C(a;b) \in (E)$ nên $\frac{a^2}{16} + \frac{b^2}{9} = 1.$ (1)

Mặt khác, ta lại có theo giả thiết

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB) = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, d) = \frac{|3a + 4b - 12|}{2} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 24 \\ 3a + 4b = 0 \end{cases}.$$

(2)

Từ (1) và (2), ta tìm được $C\left(2\sqrt{2}; -\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $C\left(-2\sqrt{2}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

Câu 11. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

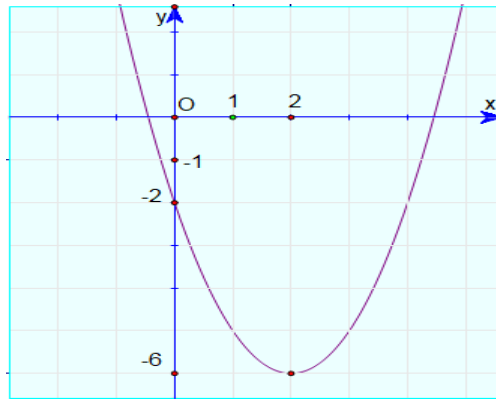
- A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $9x^2 + 16y^2 = 1$. D. $9x^2 + 16y^2 = 144$.

Câu 12. Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

- A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.
 C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. : Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ở hình dưới đây



- a) Hệ số $a > 0; c > 0$
 b) Tọa độ đỉnh $I(2; -6)$, trục đối xứng $x = 2$
 c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
 d) M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ thì $M+m=-8$

Câu 14. Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2 : x - 2y - 3 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng

- a) Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$, Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.
 b) Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $\frac{23}{\sqrt{5}}$
 c) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$
 d) Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tính tổng các nghiệm của phương trình sau: $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$

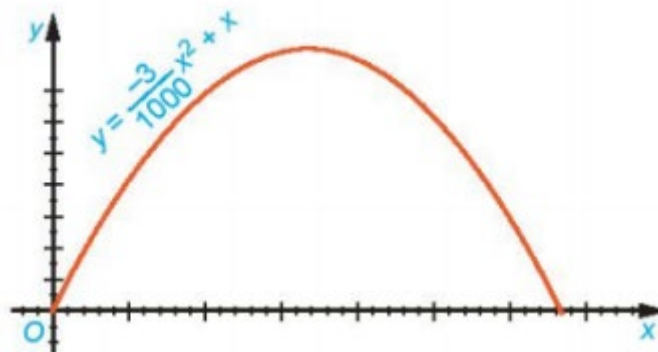
Câu 16. Cho các đường thẳng $d_1 : x + y + 3 = 0$, $d_2 : x - y - 4 = 0$ và $d_3 : x - 2y = 0$. Biết $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2 . Tính $x+y$

Câu 17. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ $21,2^\circ$ Bắc, kinh độ $105,8^\circ$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ $16,1^\circ$ Bắc, kinh độ $108,2^\circ$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x^0 Bắc, kinh độ y^0 Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$$

Hỏi chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

Câu 18. Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một parabol có phương trình $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O , y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất



Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O . Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là một Parabol (P).

Vẽ đồ thị và xác định các khoảng đồng biến- nghịch biến của hàm số trên.

Câu 20. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho điểm $M(-1; 2)$ và đường thẳng $d : x - 2y - 3 = 0$.

a. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng d . Tìm hình chiếu của M trên d .

b. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d : x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1 : 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2 : 4x - 3y - 5 = 0$.

Câu 21. Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng $12 m$ và chiều cao $8 m$ như hình vẽ.



Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là hàm số bậc hai?

A. $y = x - 5$.

B. $y = x^2 - 8x + 6$.

C. $y = 4x^4 - 3x + 2024$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 3$.

Câu 2: Cho hàm số $y = 3x - 2$ có đồ thị (C) . Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị (C) ?

A. $N\left(0; \frac{2}{3}\right)$.

B. $P(2; 4)$.

C. $M(3; -2)$.

D. $Q(1; 3)$.

Câu 3: Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có trục đối xứng là đường thẳng

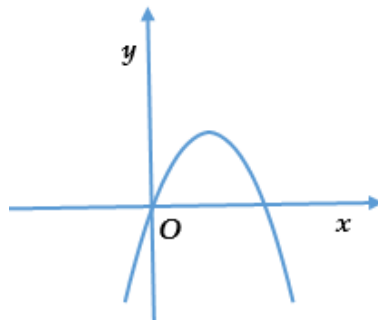
A. $x = -\frac{b}{a}$.

B. $x = \frac{b}{2a}$.

C. $x = -\frac{b}{2a}$.

D. $y = -\frac{b}{2a}$.

Câu 8: Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Hệ số a thỏa mãn

A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = 1$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^2 - 2$.

A. $D = [-2; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $D = (2; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 6: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$.

B. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$.

D. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 7: Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua $M(-2; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; -4)$.

A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -4 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$ và $d_2: 2x - 3y + 6 = 0$. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $M(-8; -9).$

B. $M(-9; -8).$

C. $M(8; 9).$

D. $M(9; 8).$

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0.$

C. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0.$

D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0.$

Câu 10: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.

B. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.

C. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$.

D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Câu 11. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1.$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$

C. $9x^2 + 16y^2 = 1.$

D. $9x^2 + 16y^2 = 144.$

Câu 12. Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$

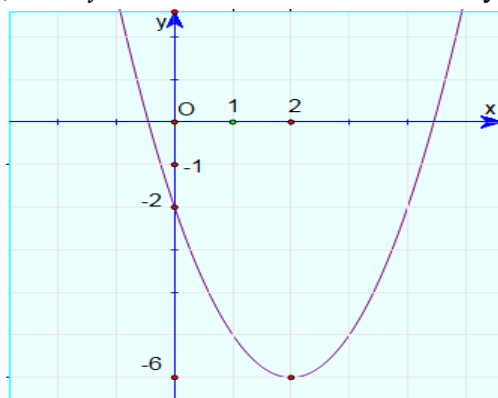
B. $9x^2 + 16y^2 = 1.$

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$

D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1.$

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2, câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. : Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ở hình dưới đây



a) Hệ số $a > 0; c > 0$

b) Tọa độ đỉnh $I(2; -6)$, trục đối xứng $x = 2$

c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

d) M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ thì $M+m=-8$

Lời giải

a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

- a) Bề lõm của đồ thị hướng lên trên nên hệ số $a > 0$; đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = -2$,
 Vậy a) **sai**.
 b) Toạ độ đỉnh $I(2; -6)$, trục đối xứng $x = 2$; Vậy b) **đúng**.
 c) Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$; Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; . Vậy c) **sai**.
 d) $M = -2$ và $m = -6$. Vậy d) **đúng**

Câu 14. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$. Khi đó, khẳng định nào sau đây là đúng

- a) Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$, Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.
 b) Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $\frac{23}{\sqrt{5}}$
 c) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau tại $\left(-\frac{27}{4}; -\frac{21}{4}\right)$
 d) Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

a) **Đúng**; b) **Đúng**; c) **Sai**; d) **Đúng**.

Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$, Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

Vì $2 \cdot (-2) \neq 1 \cdot 1$ nên hai vectơ trên không cùng phương, suy ra hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} 2x + y + 15 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{27}{5} \\ y = -\frac{21}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } \Delta_1, \Delta_2 \text{ cắt nhau tại } \left(-\frac{27}{5}; -\frac{21}{5}\right).$$

Khoảng cách từ điểm $M(3; 2)$ đến đường thẳng Δ_1 là $d(M, \Delta_1) = \frac{23}{\sqrt{5}}$

Mặt khác $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$. Vậy Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 15. Tính tổng các nghiệm của phương trình sau: $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$

Lời giải

Đáp án: -3

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 + 2x + 4 = 2 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = -1 \vee x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm phương trình là $S = -1 + (-2) = -3$.

Câu 16. Cho các đường thẳng $d_1 : x + y + 3 = 0$, $d_2 : x - y - 4 = 0$ và $d_3 : x - 2y = 0$. Biết $M(x; y)$ là điểm có hoành độ dương trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến d_2 . Tính $x+y$

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có điểm M thuộc đường thẳng d_3 khi và chỉ khi $M(2t; t)$ với t là tham số.

Khoảng cách từ M tới d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M tới d_2 nên

$$\frac{|2t+t+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2 \cdot \frac{|2t-t-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow |3t+3| = |2t-8| \Leftrightarrow t=1 \text{ hoặc } t=-11.$$

Suy ra $M(2;1)$ hoặc $M(-22;-11)$. Do M có hoành độ dương nên $x=2; y=1$. Vậy $x+y=3$

Câu 17. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ $21,2^\circ$ Bắc, kinh độ $105,8^\circ$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ $16,1^\circ$ Bắc, kinh độ $108,2^\circ$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x° Bắc, kinh độ y° Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$$

Hỏi chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

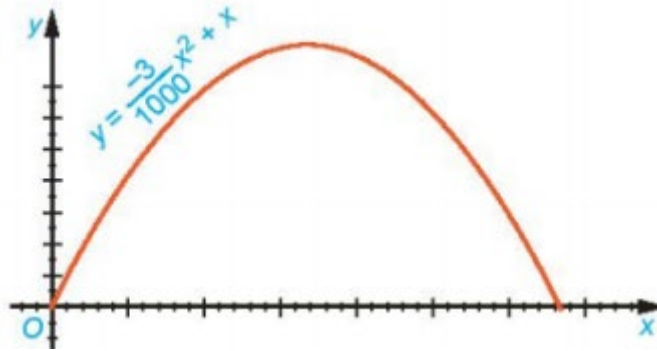
Lời giải

. Nếu máy bay đến Đà Nẵng thì $x = 16,1$ và $y = 108,2$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 16,1 = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ 108,2 = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{4}{3}$$

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất gần 1,33 giờ

Câu 18. Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một parabol có phương trình $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O , y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất



Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O . Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.

Lời giải

Điểm chạm đất sau khi bay của vật có tọa độ $A(a;0)$ với a là số thực dương.

$$\text{Ta có: } 0 = \frac{-3}{1000}x^2 + x \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{1000}{3}$$

$$\text{Suy ra: } a = \frac{1000}{3}$$

Vậy khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O là: $\frac{1000}{3} \approx 333m$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 19. Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là một Parabol (P).

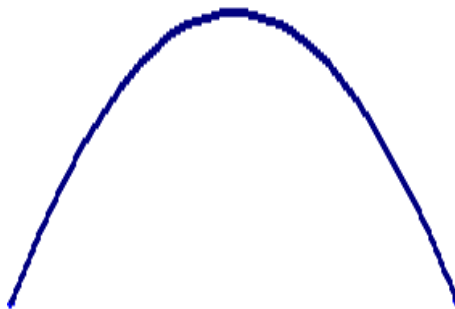
Vẽ đồ thị và xác định các khoảng đồng biến- nghịch biến của hàm số trên.

Câu 20. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho điểm $M(-1;2)$ và đường thẳng $d : x - 2y - 3 = 0$.

a. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng d . Tìm hình chiếu của M trên d .

b. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d : x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1 : 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2 : 4x - 3y - 5 = 0$.

Câu 21. Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng $12m$ và chiều cao $8m$ như hình vẽ.



Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang $6m$ đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 19	Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là một Parabol (P). Vẽ đồ thị và xác định các khoảng đồng biến- nghịch biến của hàm số trên.	(1,0đ)
	Xác định đúng tọa độ đỉnh, trục đối xứng, hướng bề lõm	0,25
	Tìm được 3 điểm (cùng 1 phía đối với trục đx), vẽ đúng dạng và đi qua đúng các điểm	0,5
	Xác định đúng các khoảng biến thiên	0,25
Câu 20	a/ (1,0đ) Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho điểm $M(-1; 2)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng d . Tìm hình chiếu của M trên d . b/ (1,0đ) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.	(1,0đ)
	a/ Viết được dạng phương trình đường thẳng Δ (dựa vào quan hệ vuông góc) Tìm được phương trình Δ	0,25
	Lập luận và tìm được tọa độ điểm M	0,25
	b/ Tâm I của đường tròn (C) thuộc d nên $I(6a + 10; a)$ Dựa vào đk tiếp xúc đưa ra được phương trình $\frac{ 3(6a + 10) + 4a + 5 }{5} = \frac{ 4(6a + 10) - 3a - 5 }{5}$ $\Leftrightarrow 22a + 35 = 21a + 35 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{-70}{43} \end{cases}$ Kết luận	0,25
		0,25
Câu 21	Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao 8 m như hình vẽ(đề). Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường? Dựng hệ trục như hình vẽ	1,0đ
		0,25
	Lập được hệ $\begin{cases} 12a + b = 0 \\ 36a + 6b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}$	0,25

	<p>Tìm được phương trình hàm bậc 2 $\Rightarrow (P): y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}x$</p> <p>Lập luận và suy ra được xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3; 6)$ và $B(9; 6)$, khi đó chiều cao của xe là 6 m.</p> <p>Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào cổng mà không chạm tường là $0 < h < 6$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
--	---	-------------------------

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 2: Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là

- A.** $I(-1; 8)$. **B.** $I(1; 0)$. **C.** $I(2; -10)$. **D.** $I(-1; 6)$.

Lời giải

Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là $\begin{cases} x = -\frac{-4}{2 \cdot (-2)} = -1 \\ y = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 6 = 8 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 8)$.

Câu 3: Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A.** $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0$; $-\frac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 4: Xét dấu các tam thức sau $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$. Chọn kết luận đúng

- A.** $g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **C.** $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **D.** $g(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + x - 12 < 0$

- A.** $S = (-4; 3)$ **B.** $S = (-\infty; -4)$ **C.** $S = (3; +\infty)$ **D.** $S = \mathbb{R}$

Câu 6: Một nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 11. **D.** 4.

Lời giải

Thay $x = 0$ vào phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ thấy thỏa mãn. Do đó $x = 0$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 7: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$?

- A.** $\vec{u}(1; 2)$ **B.** $\vec{u}(2; 3)$. **C.** $\vec{u}(-3; 2)$. **D.** $\vec{u}(2; -3)$.

Lời giải

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(2; -3)$

- Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?
A. $x + 2y + 1 = 0$. **B.** $2x - y = 0$. **C.** $-x + 2y + 1 = 0$. **D.** $-2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Xét tỉ số $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ta có đáp án D

- Câu 9:** Khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 6 = 0$ là
A. 13. **B.** -13. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Áp dụng công thức $d(M, \Delta) = \frac{|a.x_M + b.y_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ta có khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ là: $d(A, \Delta) = \frac{|5.1 - 12.1 - 6|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 1$

- Câu 10:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?
A. $x^2 + 2y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + 6 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 4xy - 2y + 10 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Phương án A loại vì hệ số của x^2 và y^2 không bằng nhau.

Phương án B loại vì $a^2 + b^2 - c = -6 < 0$.

Phương án C loại vì có số hạng chứa xy .

Phương án D nhận vì phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ là pt đường tròn có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

- Câu 11:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) có phương trình $(x + 2)^2 + y^2 = 3$ là
A. $I(-2; 0)$ và $R = 3$. **B.** $I(2; 0)$ và $R = 3$.
C. $I(2; 0)$ và $R = \sqrt{3}$. **D.** $I(-2; 0)$ và $R = \sqrt{3}$.

Lời giải

Phương trình của đường tròn đã cho có dạng: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ với $I(a; b)$ là tâm của đường tròn và R là bán kính của đường tròn.

Từ phương trình của đường tròn $(C): (x + 2)^2 + y^2 = 3$ ta suy ra $a = -2$, $b = 0$, $R = \sqrt{3}$.

Vậy tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) là $I(-2; 0)$ và $R = \sqrt{3}$.

- Câu 12:** Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng
A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $(-2; +\infty)$.

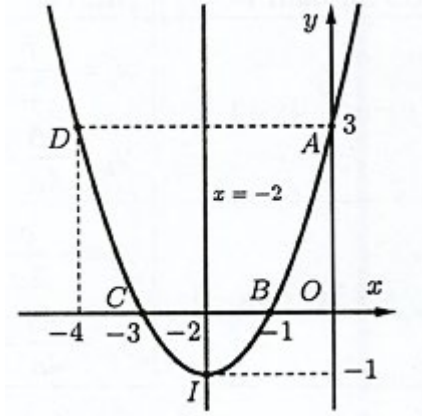
Lời giải

Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có $a^2 = 16$, $b^2 = 7$ suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 7 = 9 \Leftrightarrow c = 3$.

Vậy tiêu cự $2c = 2.3 = 6$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- b) Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = -2$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất là -1 .
- d) Có 1 giá trị x nguyên để $f(x) \leq 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) sai
---------	--------	---------	--------

a) Hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ là hàm đa thức nên hàm số có tập xác định là \mathbb{R}

Nên mệnh đề a đúng.

b) Dựa vào đồ thị ta thấy: Phương trình trục đối xứng của parabol là: $x = -2$.

Nên mệnh đề b sai.

c) Dựa vào đồ thị ta thấy: Parabol có tọa độ đỉnh là $I(-2; -1)$ và $a > 0$ nên hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất là -1

Nên mệnh đề c đúng.

d) Dựa vào đồ thị ta thấy: $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq -1$

Mặt khác: $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-3; -2; -1\}$

Vậy Có 3 giá trị x nguyên để $f(x) \leq 0$

Nên mệnh đề d sai.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2;1)$.

b) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau.

c) Góc tọa độ O cách đều 2 đường thẳng Δ_1, Δ_2

d) Đường tròn có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là:

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y = 70.$$

Lời giải

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2;1)$. Mệnh đề đúng

b) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2;1)$

Đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1;-2)$

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$ nên hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 vuông góc với nhau. Mệnh đề đúng

c) Ta có

$$d(O, \Delta_1) = \frac{|2 \cdot 0 + 0 + 15|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 3\sqrt{5}$$

$$d(O, \Delta_2) = \frac{|0 - 2 \cdot 0 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$\Rightarrow d(O, \Delta_1) \neq d(O, \Delta_2)$. Mệnh đề sai

d) Đường tròn có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ_1 nên ta có bán kính đường tròn

là: $R = d(I, \Delta_1) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 + 15|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 4\sqrt{5}$

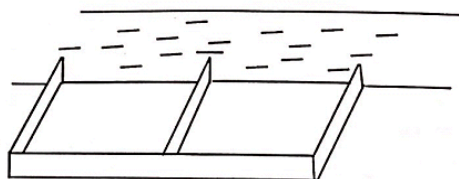
Phương trình đường tròn tâm $I(1;3)$, bán kính: $R = 4\sqrt{5}$ là: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = (4\sqrt{5})^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 6y = 70$$

Mệnh đề đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Một người nông dân có 15000000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (theo đơn vị mét vuông).



Lời giải

Đáp án: 6250

Gọi x là chiều dài một mặt hàng rào hình chữ E (trong ba mặt song song, $x > 0$).
 Gọi y là chiều dài mặt hàng rào hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).

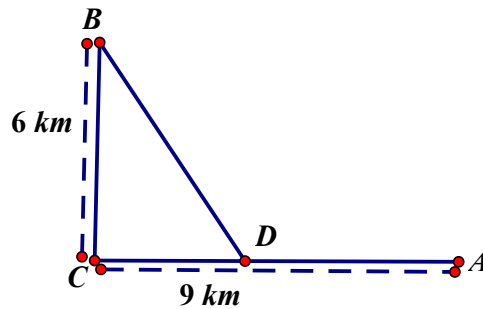
$$\text{Số tiền phải làm là: } x \cdot 3.50000 + y \cdot 60000 = 15\,000\,000 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{2} \quad (x < 100).$$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích đất: } S &= x \cdot y = x \cdot \frac{500 - 5x}{2} = 250x - \frac{5}{2}x^2 = -\frac{5}{2}(x^2 - 100x + 2500) + 6250 \\ &= -\frac{5}{2}(x - 50)^2 + 6250 \leq 6250 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 50$.

Vậy $\max_{(0;100)} S = 6250 \text{ (m}^2\text{)}$ khi $x = 50$.

Câu 2: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Người ta đã xác định được một vị trí D trên AC để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ADB có số tiền chi phí thấp nhất là 2 340 000 000 đồng. Khi đó khoảng cách AD bằng bao nhiêu km, biết rằng giá để lắp đặt mỗi km đường ống trên bờ là 100 000 000 đồng và dưới nước là 260 000 000 đồng?

**Lời giải****Đáp án: 6,5**

$$\text{Đặt } AD = x \text{ km, } x > 0. \quad CD = 9 - x; \quad BD = \sqrt{36 + (9 - x)^2}$$

$$\text{Giá thành lắp đặt là: } 100 \cdot 10^6 x + \sqrt{36 + (9 - x)^2} \cdot 260 \cdot 10^6 = 10^7 \left[10x + 26\sqrt{36 + (9 - x)^2} \right]$$

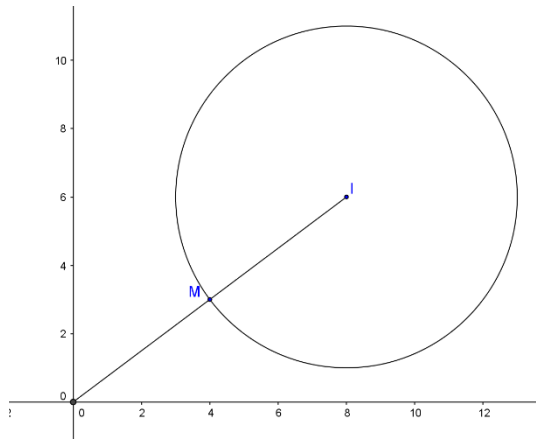
Do chi phí thấp nhất là 2.340.000000 đồng nên ta có phương trình:

$$10^7 \left[10x + 26\sqrt{36 + (9 - x)^2} \right] = 234 \cdot 10^7 \Leftrightarrow 13\sqrt{x^2 - 18x + 117} = 117 - 5x.$$

Giải phương trình trên ta được $x = 6.5$. Vậy $AD = 6.5$ km.

Câu 3: Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 360 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó tại thời điểm t ($0 \leq t \leq 360$) vật thể ở vị trí có tọa độ $(8 + 5 \sin t^\circ; 6 + 5 \cos t^\circ)$. Biết tọa độ của chất điểm M khi M ở gần gốc tọa độ nhất là $(a; b)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

Lời giải**Đáp án: 7**



Từ cách xác định tọa độ của chất điểm M ta có:

$$\begin{cases} x_M = 8 + 5 \sin t^\circ \\ y_M = 6 + 5 \cos t^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 8 = 5 \sin t^\circ \\ y_M - 6 = 5 \cos t^\circ \end{cases} \Rightarrow (x_M - 8)^2 + (y_M - 6)^2 = 25(1).$$

Vậy chất điểm M luôn thuộc đường tròn (C) tâm $I(8;6)$ và có bán kính $R = 5$.

M ở gần gốc tọa độ nhất khi M là giao điểm của OI và (C) , tức là $\overline{OM} = k\overline{OI} (0 < k < 1)$

$$\text{Hay } \begin{cases} x_M = 8k \\ y_M = 6k \end{cases}, \text{ thay vào (1) ta được } (8k - 8)^2 + (6k - 6)^2 = 25 \Leftrightarrow (k - 1)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } 0 < k < 1 \text{ nên ta lấy } k = \frac{1}{2}, \text{ khi đó tọa độ } M \text{ là } M(4;3) \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7$$

Câu 4: Cho parabol $(P): y^2 = 2x$. Gọi điểm $M(a;b), b > 0$ thuộc (P) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm của (P) bằng 4 thì $4a^2 + b^2$

Lời giải

Đáp án: 56

Parabol (P) có đường chuẩn là $\Delta: x + \frac{1}{2} = 0$ và tiêu điểm $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cần tìm. Có $M \in (P)$ nên $y_0^2 = 2x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2}y_0^2 \Rightarrow x_0 \geq 0$.

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến tiêu điểm } F \text{ bằng 4 nên } MF = d(M; \Delta) = \frac{\left|x_0 + \frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 4 \Leftrightarrow \left|x_0 + \frac{1}{2}\right| = 5.$$

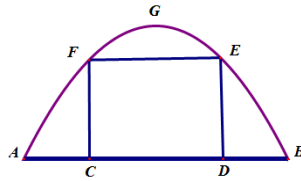
$$\Rightarrow x_0 = \frac{7}{2} \text{ hoặc } x_0 = \frac{-9}{2}. \text{ Mà } x_0 \geq 0 \text{ nên } x_0 = \frac{7}{2} \Rightarrow y_0^2 = 7 \Rightarrow y_0 = \pm\sqrt{7}.$$

Vậy $M\left(\frac{7}{2}; \sqrt{7}\right)$ hoặc $M\left(\frac{7}{2}; -\sqrt{7}\right)$. (Loại)

$$\text{Vậy } M\left(\frac{7}{2}; \sqrt{7}\right) \Rightarrow 4a^2 + b^2 = 56$$

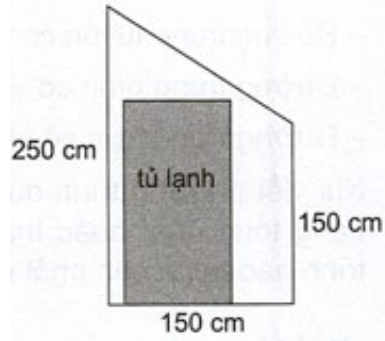
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

Câu 1: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B theo đơn vị mét. (xem hình vẽ bên dưới).



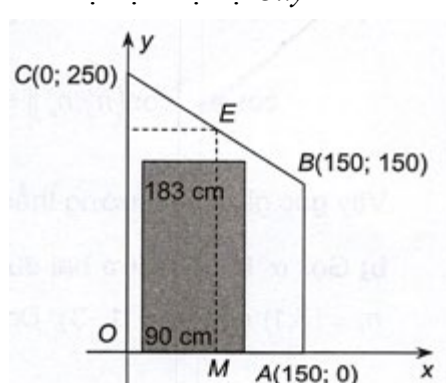
Câu 2: Tìm tất cả giá trị m để phương trình sau có nghiệm: $x^2 - mx + m + 3 = 0$

Câu 3: Nhà bạn Nam định đổi tủ lạnh và dự định kê vào vị trí dưới cầu thang. Biết vị trí định kê tủ lạnh có mặt cắt là một hình thang vuông với hai đáy lần lượt là 150 cm và 250 cm , chiều cao là 150 cm (như hình vẽ). Bố mẹ bạn Nam định mua một 250 cm tủ lạnh 2 cánh (Side by side) có chiều cao là 183 cm và bề ngang 90 cm . Bằng cách sử dụng tọa độ trong mặt phẳng, em hãy giúp Nam tính xem bố mẹ bạn Nam có thể kê vừa chiếc tủ lạnh vào vị trí cần kê không?



Lời giải

Câu	Nội dung	Điểm	
Câu 19 (1,0đ)	<p>Giải thích</p>	<p>0,25đ</p>	
	<p>Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc công là một phần của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.</p> <p>Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.</p>		
	<p>Chiều cao của công parabol là $4m$ nên $G(0; 4) \Rightarrow c = 4$.</p> <p>$\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$</p>		<p>0,25đ</p>
	<p>Lại có, kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$ nên $E(2; 3), F(-2; 3) \Rightarrow 3 = 4a + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$</p> <p>Suy ra $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.</p>		<p>0,25đ</p>

	Ta có $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$ nên $A(-4;0), B(4;0)$ hay $AB = 8$ (m).	0,25đ															
Câu 20 (1,0đ)	Ta có: $a = 1 \neq 0, b = -m, c = m + 3$. Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = (-m)^2 - 4(m + 3) \geq 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 \geq 0$. Xét $m^2 - 4m - 12 = 0 \Leftrightarrow m = 6 \vee m = -2$.	0,25đ															
	Bảng xét dấu: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>m</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>6</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$m^2 - 4m - 12$</td> <td></td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	m	$-\infty$	-2	6	$+\infty$	$m^2 - 4m - 12$		$+$	0	$-$			0	$+$		0,5đ
	m	$-\infty$	-2	6	$+\infty$												
$m^2 - 4m - 12$		$+$	0	$-$													
		0	$+$														
Ta có: $m^2 - 4m - 12 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 6 \end{cases}$. Vậy với $m \in (-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$ thì phương trình đã cho có nghiệm.	0,25đ																
Câu 21 (1,0đ)	Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. 	0,25đ															
	Khi đó để tận dụng tối đa chiều cao có thể khi kê tủ lạnh thì bố mẹ bạn Nam sẽ kê tủ sát vào trục Oy . Do đó để kê được một chiếc tủ lạnh 2 cánh với bề ngang 90 cm thì chiều cao của tủ phải nhỏ hơn tung độ của điểm E thuộc đường thẳng BC với hoành độ điểm E bằng 90. Ta có $B(150;150), C(0;250) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-150;100) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BC}} = (100;150)$.	0,25đ															
	Phương trình đường thẳng BC là: $100(x - 0) + 150(y - 250) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 750 = 0$.	0,25đ															
	Điểm E thuộc BC có hoành độ bằng 90 nên tung độ của E tính theo công thức $2 \cdot 90 + 3y_E - 750 = 0 \Rightarrow y_E = 190$. Do $183\text{ cm} < 190\text{ cm}$ nên bố mẹ bạn Nam có thể kê chiếc tủ lạnh có bề ngang là 90 cm và chiều cao 183 cm.	0,25đ															

----- HẾT -----

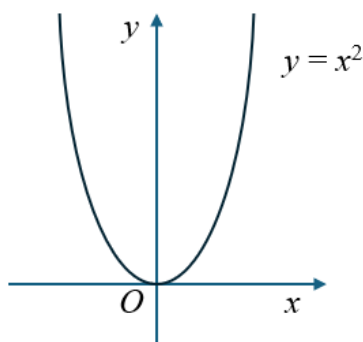
Họ và tên thí sinh.....SBD.....

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án**Câu 1:** Cho hàm số $y = g(x)$ được mô tả bởi bảng sau:

x	3	4	6	8	11	12
$g(x)$	22	28	35	34	25	25

Tập xác định của hàm số đã cho là

- A.** $\{3; 4; 6; 8; 11; 12\}$. **B.** $(3; 12)$. **C.** $[3; 12]$. **D.** $\{22; 28; 35; 34; 25\}$.
- Câu 2:** Biểu thức nào sau đây là hàm số theo biến x ?
- A.** $y^2 = 2x + 3$. **B.** $y = 2x - 1$. **C.** $x^2 + y^2 = 1$. **D.** $y^4 = 2x - 1$.
- Câu 3:** Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) , đỉnh của (P) là điểm có tọa độ
- A.** $\left(-\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$. **B.** $\left(\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$. **C.** $\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. **D.** $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x) = x^2$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.** Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . **B.** Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
C. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.
- Câu 5:** Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:
- A.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 6: Bảng xét dấu dưới đây là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- A.** $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. **B.** $f(x) = x^2 - 4x - 5$.
C. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$. **D.** $f(x) = -x^2 + 4x - 5$.
- Câu 7:** Cho phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = -3(x - 2)$. Bình phương hai vế của phương trình trên ta được phương trình
- A.** $3x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2$. **B.** $3x^2 - 4x + 1 = 9(x - 2)^2$.
C. $3x^2 - 4x + 1 = -9(x - 2)^2$. **D.** $3x^2 - 4x + 1 = 3(x - 2)^2$.

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x} = \sqrt{3x - x^2}$ là
A. $T = \{0\}$. B. $T = \emptyset$. C. $T = \{0; 3\}$. D. $T = \{3\}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$. Đường thẳng (d) có một vectơ chỉ phương là
A. $\vec{u}_1 = (2; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1)$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 5 = 0$. Khoảng cách h từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ là:

A. $h = 2$. B. $h = 1$. C. $h = 3$. D. $h = 4$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$. Tâm và bán kính của đường tròn đã cho lần lượt là

A. $I(-2; 3)$, $R = 9$. B. $I(2; -3)$, $R = 9$. C. $I(-2; 3)$, $R = 3$. D. $I(2; -3)$, $R = 3$.

Câu 12: [Mức độ 1] Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.
C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^2 + 2$. Khi đó:

- a) Điểm $A(0, 2)$ thuộc đồ thị hàm số.
- b) Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.
- c) Đồ thị hàm số là một đường Parabol và cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(0; 3)$, $B(1; -2)$, $C(5; 3)$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A xuống BC . Khi đó:

- a) Một vectơ pháp tuyến của đường cao AH là \vec{CB} .
- b) Phương trình đường cao AH là $4x + 5y - 16 = 0$.
- c) Phương trình đường thẳng BC là $5x - 4y - 13 = 0$.
- d) Độ dài đường cao AH bằng $\frac{10}{\sqrt{41}}$.

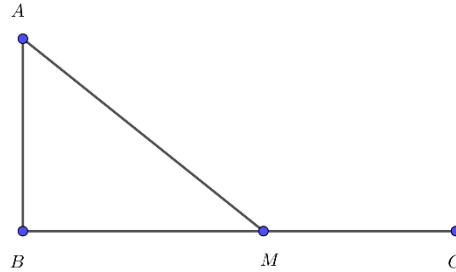
Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ là bao nhiêu?

Câu 2: Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng với giá nhập ban đầu là 40000 đồng một quả. Qua thống kê chủ cửa hàng nhận thấy nếu cửa hàng bán với giá 65000 đồng một quả thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 30 quả. Nhưng nếu cửa hàng giảm giá bán mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán được một ngày lại tăng 10 quả. Xác định giá bán (đơn vị nghìn đồng) để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $d: 2x + 6y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song d có phương trình $ax + by - 7 = 0, (a, b \in \mathbb{R})$. Tính giá trị biểu thức $a^2 + b^2$.

Câu 4: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 3 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cửa hàng lương thực đặt ở vị trí C cách B một khoảng 15 km . Hàng tháng, để mua lương thực người canh hải đăng phải đi xuống máy từ A đến bến tàu M với vận tốc trung bình 10 km/h rồi đi xe gắn máy đến C với vận tốc trung bình 30 km/h . Tính tổng quãng đường (theo đơn vị km) người đó phải đi, biết rằng thời gian đi từ A đến C là 52 phút.



PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 - 2mx - 5m + 4 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = 2x + 3$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho điểm $I(2; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm I và cắt đường thẳng Δ tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông.

----- HẾT -----

LỜI GIẢI

Phần 1:

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐA	A	B	D	D	A	C	B	C	B	B	D	A

Phần 2:

Câu 1:

- a) Đúng
b) Đúng
c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại duy nhất 1 điểm. Vậy c) sai
d) Trục đối xứng $x = 0, a < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. Vậy d) đúng

Câu 2:

- a) Đúng
b) Phương trình đường cao AH đi qua điểm A và có VTPT $\overline{BC}(4;5)$ là $4x + 5y - 15 = 0$. Vậy b) sai
c) Phương trình đường thẳng BC đi qua điểm B và có VTCP $\overline{BC}(4;5)$ nên VTPT $\overline{BC}(5;-4)$ là $5x - 4y - 13 = 0$. Vậy c) đúng
d) Độ dài đường cao AH bằng $\frac{25}{\sqrt{41}}$. Vậy d) sai

Phần 3:

Câu 1. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 5} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: -7

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$x^2 - 4x - 5 = 2x^2 + 3x + 1 \Rightarrow x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = -6.$$

Thay lần lượt $x = -1; x = -6$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều thoả mãn.

Tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -6\}$.

Vậy Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là -7.

Câu 2: Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng với giá nhập ban đầu là 40000 đồng một quả. Qua thống kê chủ cửa hàng nhận thấy nếu cửa hàng bán với giá 65000 đồng một quả thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 30 quả. Nhưng nếu cửa hàng giảm giá bán mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán được một ngày lại tăng 10 quả. Xác định giá bán (đơn vị nghìn đồng) để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất.

Lời giải

Đáp án: 54

Gọi x (nghìn đồng) là số tiền giảm mỗi quả $0 \leq x < 65$

Số tiền bán được là $(65 - x)(30 + 10x)$

Tiền nhập vào $(30 + 10x)40$

Lợi nhuận thu được $-x^2 + 22x + 75$ lớn nhất khi $x = 11$

Vậy phải bán với giá 54000

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $d: 2x + 6y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song d có phương trình $ax + by - 7 = 0, (a, b \in \mathbb{R})$. Tính giá trị biểu thức $a^2 + b^2$.

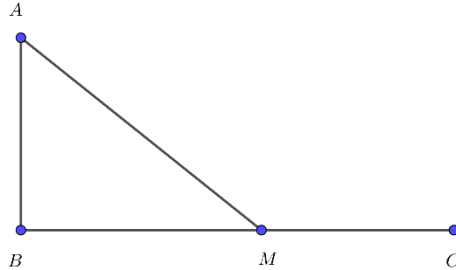
Lời giải

Đáp án: 10

Đường thẳng Δ đi qua M và song song d có phương trình $x + 3y - 7 = 0$.

$$a^2 + b^2 = 1^2 + 3^2 = 10.$$

Câu 4: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 3 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cửa hàng lương thực đặt ở vị trí C cách B một khoảng 15 km . Hàng tháng, để mua lương thực người canh hải đăng phải đi xuống máy từ A đến bến tàu M với vận tốc trung bình 10 km/h rồi đi xe gắn máy đến C với vận tốc trung bình 30 km/h . Tính tổng quãng đường (theo đơn vị km) người đó phải đi, biết rằng thời gian đi từ A đến C là 52 phút.



Lời giải

Đáp án: 16

$$\text{Đặt } BM = x (\text{km}) \Rightarrow MC = 15 - x, AM = \sqrt{9 + x^2}$$

$$\text{Tổng thời gian đi là } \frac{\sqrt{9 + x^2}}{10} + \frac{15 - x}{30} = 52$$

Giải phương trình ta được $x = 4$

Tổng quãng đường là 16 km

Phần 4:

Câu	Lời giải tóm tắt	Thang điểm
1	Ta thấy vế trái của bất phương trình là tam thức bậc hai có hệ số $a = -1 < 0, \Delta' = m^2 - 5m + 4$. Nên để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta cần có $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 4$.	0,5 đ 0,5 đ
2	Giải Bình phương 2 vế của phương trình đã cho ta được: $3x^2 - 4x + 1 = (2x + 3)^2 \Leftrightarrow x^2 + 16x + 8 = 0$. Giải phương trình: $x^2 + 16x - 8 = 0$ được nghiệm $x = -8 \pm 2\sqrt{14}$. Thử lại ta được nghiệm của phương trình là $x = -8 + 2\sqrt{14}$.	0,5 đ 0,5 đ
3	Ta có khoảng cách từ I đến Δ là: $d = 1$. Gọi R là bán kính của đường tròn. Theo giả thiết ta có tam giác IAB vuông cân tại I nên: $AB = 2d = 2; R = IA = \frac{AB \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.	0,25 đ 0,5 đ
	Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$.	0,25 đ

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2 – TOÁN 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị của x sao cho
- A.** biểu thức $f(x)$ có nghĩa. **B.** giá trị biểu thức $f(x) > 0$.
C. biểu thức $f(x) \neq 0$. **D.** biểu thức $f(x) \geq 0$.

Lời giải

Ta có: Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị của x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

- Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$.
- A.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Suy ra tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- Câu 3.** Hàm số $y = x^2 - 4x + 11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?
- A.** $(-2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$):

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

- Câu 4.** Đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x - 1$ có tọa độ đỉnh là
- A.** $I(-1; -2)$. **B.** $I(-1; 2)$. **C.** $I(1; 2)$. **D.** $I(-1; -4)$.

Lời giải

Ta có tọa độ đỉnh của parabol là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(-1; -2)$.

- Câu 5.** Xét dấu của tam thức sau $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$.
- A.** $-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$. **B.** $-4x^2 + 12x - 9 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.
C. $-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $-4x^2 + 12x - 9 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Ta có $\Delta' = 0, a < 0$ suy ra $-4x^2 + 12x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

- Câu 6.** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng (d) , biết (d) đi qua điểm $M(0;1)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (3;2)$.
- A.** $3x + 2y - 2 = 0$. **B.** $y - 2 = 0$.
C. $-3x + 2y - 2 = 0$. **D.** $3x - 2y - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có phương trình tổng quát của (d) là $3(x-0) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 2 = 0$.

- Câu 7.** Phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+3t \end{cases}$ là

- A.** $3x + y - 1 = 0$. **B.** $3x - y - 1 = 0$. **C.** $x - 3y - 1 = 0$. **D.** $x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 3)$.

Suy ra vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1)$, do đó loại các đáp án A, C, D.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: mx - 3y = 5$ và $d_2: 2x + 6y = 1$. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

- A.** $m = -1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Vì d_1 và d_2 song song nên $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Leftrightarrow \frac{m}{2} = \frac{-3}{6} \neq \frac{5}{1} \Leftrightarrow m = -1$ (nhận).

Câu 9. Cho các phương trình sau, phương trình nào **không** là phương trình đường tròn?

- A.** $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 12 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 15 > 0.$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 3 > 0.$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 12 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -2 < 0.$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 8 > 0.$$

Vậy phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 12 = 0$ không là phương trình đường tròn.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn có tâm $I(1; -2)$ và đường kính bằng 10 là

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 100$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$.

Lời giải

Ta có: Đường kính bằng 10 suy ra bán kính bằng 5. Vậy phương trình đường tròn tâm $I(1; -2)$ bán kính bằng 5 là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

Câu 11. Tọa độ tiêu điểm với hoành độ âm của đường Elip $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ là

- A.** $(2; 0)$. **B.** $(-2\sqrt{2}; 0)$. **C.** $(2\sqrt{2}; 0)$. **D.** $(-2; 0)$.

Lời giải

Từ phương trình Elip ta có: $a^2 = 8, b^2 = 4 \Rightarrow c^2 = 4 \Rightarrow c = 2$.

\Rightarrow Tọa độ tiêu điểm với hoành độ âm của đường Elip là $(-2; 0)$.

Câu 12. Cho hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$ và điểm M thuộc hypebol. Khi đó $|MF_1 - MF_2|$ bằng

- A.** 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $a^2 = 4$ suy ra $a = 2$.

Vậy $|MF_1 - MF_2| = 2a = 2 \cdot 2 = 4$.

Phần II. Thí sinh trả lời câu 1, câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{3x+4}{x^3-1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x \neq 1$

b) $f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

c) $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; 3)$

d) $f(x) < 0, \forall x \in (-1; 1) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai.

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{3x+4}{x^3-1} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)(x^2+x+1)}.$$

Điều kiện $(x-1)(x^2+x+1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2+x+1 \neq 0, \forall x \in R \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 1.$

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
f(x)	-	0	+		- 0 +

Kết luận $f(x) > 0, \forall x \in (-1; 1) \cup (3; +\infty); f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; 3).$

Câu 2. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho điểm $N(-7; -5)$ và đường thẳng $\Delta: 4x - 10y - 108 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -10)$.

b) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến điểm N bằng $\sqrt{74}$.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ bằng $\frac{54\sqrt{14}}{7}$.

d) Hình chiếu vuông góc của điểm N trên đường thẳng Δ là điểm $H\left(-\frac{17}{29}; -\frac{320}{29}\right)$.

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

a) Ta có đường thẳng $\Delta: 4x - 10y - 108 = 0$. Nên Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -10)$. Suy ra mệnh **Đúng**.

b) Áp dụng công thức ta có $ON = |\overline{ON}| = \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2} = \sqrt{74}$.

Suy ra mệnh **Đúng**.

c) Áp dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng. Ta có

$$d(O, \Delta) = \frac{|-108|}{\sqrt{16+100}} = \frac{54\sqrt{29}}{29}.$$

Suy ra mệnh **Sai**.

d) Gọi $H(x_0; y_0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm N trên đường thẳng Δ .

Đường thẳng NH qua $N(-7; -5)$ và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình:

$$-10(x+7) - 4(y+5) = 0 \Leftrightarrow -10x - 4y - 90 = 0.$$

Do đó: tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x_0 - 10y_0 = 108 \\ -10x_0 - 4y_0 = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{17}{29} \\ y_0 = -\frac{320}{29} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } H\left(-\frac{17}{29}; -\frac{320}{29}\right)$$

Suy ra mệnh **Đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{-x^2 + 10x - 4} = -\frac{1}{2}x + 5$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 12

Bình phương hai vế của phương trình $\sqrt{-x^2 + 10x - 4} = -\frac{1}{2}x + 5$ ta được

$$-x^2 + 10x - 4 = \frac{1}{4}x^2 - 5x + 25$$

Thu gọn ta được $-\frac{5}{4}x^2 + 15x - 29 = 0$.

Từ đó tìm được hai nghiệm $x = \frac{30 + 8\sqrt{5}}{5}$ và $x = \frac{30 - 8\sqrt{5}}{5}$

Thay lần lượt hai giá trị này vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị đều thỏa mãn phương trình $\sqrt{-x^2 + 10x - 4} = -\frac{1}{2}x + 5$.

Ta có, tổng hai nghiệm là 12.

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1;1)$, $B(2;4)$, $C(3;-2)$. Tính khoảng cách từ D đến đường thẳng AB (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 4,95

Đường thẳng AB nhận $\overline{AB} = (3;3)$ làm vector chỉ phương nên có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1;1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng AB : $-x + y - 2 = 0$.

Ta có: $d(D; AB) = d(C; AB) = \frac{|-3 - 2 - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \approx 4,95$

Câu 3. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và điểm $A(-1;-2)$. Điểm B thuộc đường tròn (C) sao cho $AB = 4$ có khoảng cách đến gốc tọa độ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 3,6

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 2$.

Nhận xét $A(-1;-2) \in (C)$

Đường tròn (C) có bán kính $R = 2$

Suy ra đường kính của đường tròn (C) là $d = 2R = 4$.

Mà theo đề ta có $AB = 4 = d$

Suy ra AB là đường kính.

$$\Rightarrow \overline{AB} = 2\overline{AI}$$

Gọi $B(x; y)$ là tọa độ điểm B .

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (x+1; y+2)$$

$$\overline{AI} = (2; 0) \Rightarrow 2\overline{AI} = (4; 0)$$

$$\text{Mà } \overline{AB} = 2\overline{AI} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=4 \\ y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$$

Suy ra $B(3; -2)$

$$\Rightarrow \overline{OB} = (3; -2) \Rightarrow OB = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13} \approx 3.60555$$

Câu 4. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 2,4m. Biết rằng, khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất và quỹ đạo của quả bóng là một phần của parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Sau 2 giây kể từ khi đá lên, nó đạt độ cao 17m và sau 4 giây kể từ khi đá lên, nó ở độ cao 12m. Hỏi thời gian quả bóng đạt độ cao tối đa kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm) là bao nhiêu?

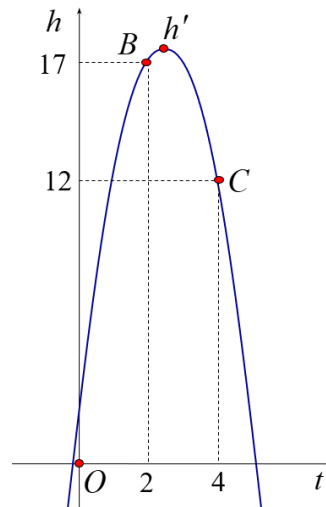
Lời giải

Đáp án: 2,49

Tại $t = 0$ ta có $h = 2,4$;

Tại $t = 2$ ta có $h = 17$;

Tại $t = 4$, ta có $h = 12$.



Chọn hệ trục tọa độ Oth như hình vẽ.

Parabol (P) có phương trình: $h = at^2 + bt + c$, với $a \neq 0$.

Theo đề bài ta có: tại $t = 0$ thì $h = 2,4$ nên $A(0; 2,4) \in (P)$.

Tại $t = 2$ thì $h = 17$ nên $B(2; 17) \in (P)$.

Tại $t = 4$ thì $h = 12$ nên $C(4; 12) \in (P)$.

$$\text{Vậy ta có hệ phương trình: } \begin{cases} c = 2,4 \\ 4a + 2b + c = 17 \\ 16a + 4b + c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2,45 \\ b = 12,2 \\ c = 2,4 \end{cases}$$

Parabol (P) có phương trình: $h = -2,45t^2 + 12,2t + 2,4$.

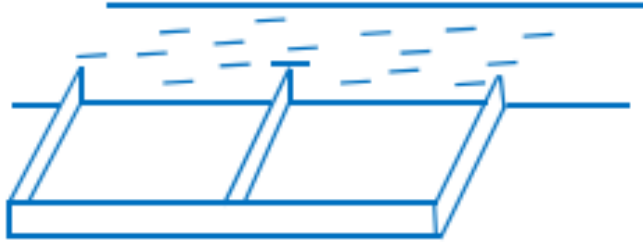
Quả bóng đạt chiều cao tối đa tại đỉnh $I\left(\frac{122}{49}; \frac{4309}{245}\right)$ của Parabol.

Vậy $t = 2,49s$.

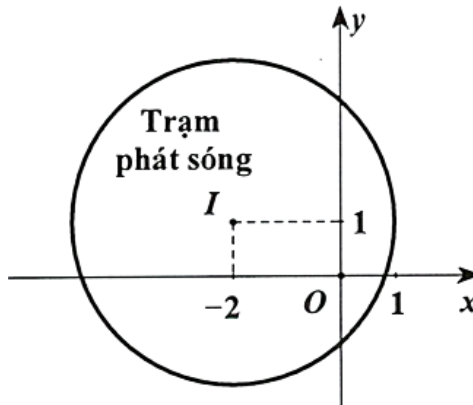
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận

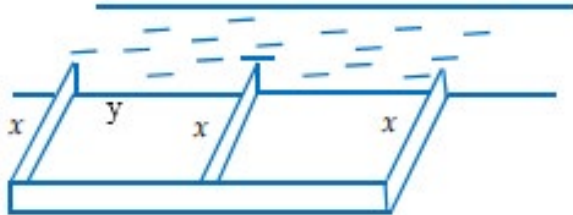
Câu 1. Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số. Tìm số các giá trị nguyên dương của m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Câu 2. Một người nông dân có 18000000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 90000 đồng/1m, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau (vuông góc với bờ sông) thì chi phí nguyên vật liệu là 150000 đồng/1m. Hỏi người nông dân rào được khu đất có diện tích lớn nhất là bao nhiêu (với giả sử hàng rào ở giữa chiếm diện tích không đáng kể so với diện tích khu đất) với số tiền đang có (đơn vị tính là m^2)?



Câu 3. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km .



	Đáp án	Điểm
Câu 1	Ta có điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq 2 - m \\ \sqrt{x - m + 2} - 1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 - m \\ x \neq m - 1 \end{cases}$	0.25
	Hàm số xác định trên $(0;1) \Leftrightarrow (0;1) \subset [m - 2; m - 1) \cup (m - 1; +\infty)$	0.25
	$\begin{cases} (0;1) \subset [m - 2; m - 1) \\ (0;1) \subset (m - 1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \leq 1 \end{cases}$	0.25
	Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m là : 1, 2 .	0.25
Câu 2		0.25

	<p>Gọi x là chiều dài của một hàng rào vuông góc với bờ sông. Điều kiện $0 < x < 40$.</p> <p>Gọi y là chiều dài của một hàng rào song song với bờ sông. Điều kiện $0 < y < 100$.</p>	
	<p>Giá thành làm rào là:</p> $3x \cdot 150000 + 2y \cdot 90000 = 18000000 \Leftrightarrow 5x + 2y = 200 \Leftrightarrow y = \frac{200 - 5x}{2}.$ <p>Diện tích khu vườn sau khi được rào là: $S(x) = x \cdot 2y = x \cdot 2 \cdot \frac{200 - 5x}{2} = -5x^2 + 200x.$</p>	0.25
	<p>Diện tích khu vườn lớn nhất khi hàm số $S(x) = -5x^2 + 200x$ đạt giá trị lớn nhất.</p> <p>Khi đó: $S_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = 2000 \text{ m}^2$ khi $x = 20\text{m}$ và $y = 50\text{m}$.</p>	0.25
	Vậy diện tích lớn nhất mà người nông dân rào được là 2000 m^2 .	0.25
Câu 3		
	<p>Phương trình đường tròn có tâm $I(-2;1)$ và bán kính 3 là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$</p> <p>Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.</p>	0.25
	<p>Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI</p> <p>\Rightarrow Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA</p>	0.25
	<p>Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$</p> <p>Suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 \approx 0,16.$</p>	0.50

----- HẾT -----