

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{2 - \sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = \frac{4}{9}$ .
- 2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}}$ .
- 3) Cho  $P = A.B$ . Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để  $P$  nhận giá trị nguyên.

**Bài II (2,0 điểm)**

Tại một hội nghị, người ta dự định xếp ghế chia đều thành các hàng cho các đại biểu tham dự (mỗi hàng ghế có số ghế ngồi như nhau). Nếu tăng mỗi hàng thêm 4 ghế thì số hàng cần xếp giảm đi 2 hàng. Ngược lại, nếu giảm mỗi hàng đi 4 ghế thì lại cần thêm xếp thêm 3 hàng nữa so với dự định. Hỏi lúc đầu số ghế mỗi hàng trong dự định là bao nhiêu?

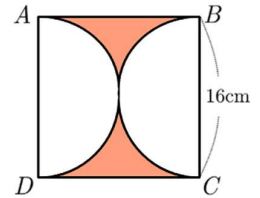


**Bài III (2,0 điểm)** Cho hàm số  $y = -x^2$ .

- 1) Điểm  $A(3;9)$  có thuộc đồ thị của hàm số trên hay không? Vì sao?
- 2) Vẽ đồ thị của hàm số trên.
- 3) Tìm điểm  $B(x_B; y_B)$  thuộc đồ thị của hàm số trên sao cho  $x_B + y_B = -2$ .

**Bài IV (3,5 điểm)**

- 1) Một viên gạch lát nền hình vuông có độ dài cạnh bằng  $16\text{cm}$  có hoa văn như hình vẽ bên. Tính diện tích của phần tô đậm trong viên gạch trên (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



- 2) Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Vẽ đường kính  $AK$  của đường tròn  $(O)$ . Gọi  $AD$  là đường cao của tam giác  $ABC$ . Gọi  $T$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  trên  $AK$ .

- a) Chứng minh bốn điểm  $A, D, T, C$  cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh  $\widehat{CDT} = \widehat{CAT}$  và  $DT \parallel BK$ .
- c) Gọi  $J$  là giao điểm của  $AK$  và  $BC$ . Qua  $J$  vẽ đường thẳng song song với  $DK$  cắt  $DO$  tại  $I$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh  $OM$  đi qua trung điểm của  $IJ$  và  $M, I, K$  thẳng hàng.

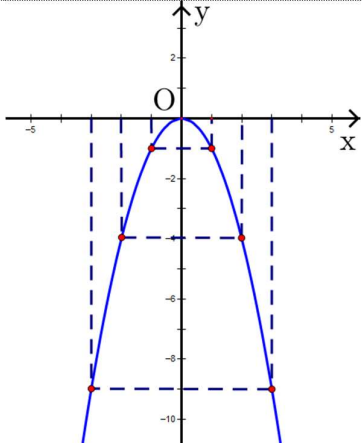
**Bài V (0,5 điểm)** Một trang trại nuôi 100 con gà. Mỗi con gà đẻ trung bình 250 quả trứng mỗi năm. Giá bán mỗi quả trứng là 3000 đồng. Chủ trang trại nhận thấy có thể tăng số lượng gà đẻ tăng doanh thu khi bán trứng nên chủ trang trại đã nuôi thêm một số con gà nữa. Nhưng với mỗi 1 con gà tăng thêm thì số trứng thu về trên mỗi con lại giảm 2 quả so với trước do ảnh hưởng về điều kiện sống (coi mỗi con gà đẻ được số trứng như nhau). Hỏi nên bổ sung **ít nhất** bao nhiêu con gà để doanh thu từ bán trứng đạt cao nhất? Tính doanh thu tối đa có thể đạt được.

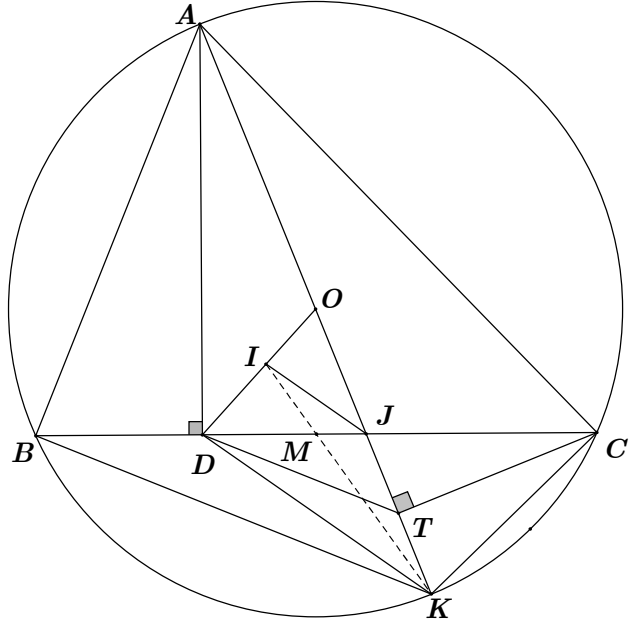
**HẾT**

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Bài I	1) (0,5đ)	Thay $x = \frac{4}{9}$ (TMĐK) vào biểu thức $A$ , ta được: $A = \frac{4 - \sqrt{\frac{4}{9}}}{\sqrt{\frac{4}{9}}} = 5.$	0,5
	2) (1,0đ)	$B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{2 - \sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x}}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt{x} - 2} - \frac{3\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
		$B = \frac{x - 4 + 5\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$ $B = \frac{x + 2\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}}$	0,25
3) (0,5đ)	$P = A.B = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} \cdot \frac{4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{16 - x}{x} = \frac{16}{x} - 1.$ Lập luận $x \in U(16) = \{-1; 1; -2; 2; -4; 4; -8; 8; -16; 16\}.$	0,25	
		KHĐK $x > 0, x \neq 4, x \in \mathbb{Z}$ thì $x \in \{1; 2; 8; 16\}.$	0,25
Bài II	(2,0đ)	Gọi số hàng ghế lúc đầu là $x$ (hàng) Gọi số ghế mỗi hàng ban đầu là $y$ (ghế) ĐK: $x, y \in \mathbb{N}^*; x > 2, y > 4.$ Vì nếu tăng mỗi hàng lên 4 ghế thì số hàng cần xếp giảm đi 2 hàng, ta có phương trình :	0,5
		$(x - 2)(y + 4) = xy \quad (1)$	0,25
		Vì nếu giảm mỗi hàng đi 4 ghế thì lại cần xếp thêm 3 hàng nữa, ta có phương trình: $(x + 3)(y - 4) = xy \quad (2)$	0,25
		Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (x - 2)(y + 4) = xy \\ (x + 3)(y - 4) = xy \end{cases}$	0,25
		Giải hpt thu được kết quả $x = 12(TM), y = 20(TM)$	0,5

		Vậy số ghế mỗi hàng được xếp trong dự định là 20 (ghế).	0,25
<b>Bài III</b>	<b>1</b> <b>(0,5 đ)</b>	Vì $9 \neq -3^2$ nên $A(3;9)$ không thuộc đồ thị của hàm số $y = -x^2$ .	0,5
	<b>2</b> <b>(1,0 đ)</b>	Lập bảng giá trị	0,25
		Đồ thị của hàm số $y = -x^2$ là một đường parabol đi qua các điểm .....trong mặt phẳng tọa độ Oxy.	0,25
			0,5
	<b>3</b> <b>(0,5 đ)</b>	Vì $B(x_B; y_B)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = -x^2$ nên ta có: $y_B = -x_B^2$ . Theo đề bài, ta có: $x_B + y_B = -2$ $x_B - x_B^2 = -2$	0,25
Giải được $x_B = -1$ hoặc $x_B = 2$ . Từ đó suy ra các điểm cần tìm là $(-1; -1); (2; -4)$		0,25	
<b>Bài IV</b>	<b>1)</b>	Diện tích viên gạch hình vuông là: $S_1 = 16^2 = 256 (cm^2)$ .	0,25
		Diện tích 2 nửa hình tròn đường kính AD là: $S_2 = \pi \cdot 8^2 = 64\pi (cm^2)$ .	0,25
		Diện tích phần tô đậm là: $S_1 - S_2 = 256 - 64\pi \approx 55,04 (cm^2)$ .	

	2a)	 <p>(vẽ hình đúng đến câu 1)</p>	0,25
		Vi tam giác $ADC$ vuông tại $D$ nên $D$ thuộc đường tròn đường kính $AC$ (1).	0,25
		Vi $AT$ vuông góc với $AK$ tại $T$ nên $\widehat{ATC} = 90^\circ$ .	0,25
		Vi tam giác $ATC$ vuông tại $T$ nên $T$ thuộc đường tròn đường kính $AC$ (2).	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra $A, D, T, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính $AC$ .	0,25
	2b)	Chứng minh được $\widehat{CDT} = \widehat{CAT}$	0,5
		Chứng minh được $\widehat{CBK} = \widehat{CAT}$	0,25
		Suy ra $\widehat{CDT} = \widehat{CBK} \Rightarrow DT \parallel BK$	0,25
	2c)	<p>Chứng minh được <math>OM</math> vuông góc <math>BC</math> nên <math>OM \parallel AD</math>.</p> <p>Mà <math>O</math> là trung điểm của <math>AK</math> nên suy ra được <math>OM</math> đi qua trung điểm của <math>DK</math>.</p>	0,25
		Mà $IJ \parallel DK$ nên suy ra $OM$ đi qua trung điểm $IJ$ .	0,25
		<p>Gọi giao điểm của <math>IK</math> và <math>DJ</math> là <math>M'</math>. Ta chứng minh được <math>OM'</math> đi qua trung điểm của <math>IJ</math> (Bổ đề Hình thang). Từ đó, suy ra <math>M'</math> trùng <math>M</math>.</p> <p>Do vậy, ba điểm <math>I, M, K</math> thẳng hàng.</p>	0,25
Bài V		<p>Gọi số gà cần bổ sung là <math>x</math> (con) (<math>x</math> là số tự nhiên)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tổng số gà sau khi bổ sung: <math>100 + x</math> (con)</li> <li>• Sản lượng trung bình mỗi con: <math>250 - 2x</math> (quả)</li> <li>• Tổng số trứng: <math>(100 + x)(250 - 2x)</math> (quả)</li> </ul>	0,25

	<p>• Doanh thu: <math>R(x) = 3000 \cdot (100 + x)(250 - 2x)</math> (đồng)</p> <p>Ta có:</p> $T(x) = (100 + x)(250 - 2x)$ $= -2x^2 + 50x + 25000$ $= -2\left(x - \frac{25}{2}\right)^2 + 25312,5$ <p>Để doanh thu <math>R(x)</math> lớn nhất thì <math>T(x)</math> phải đạt giá trị lớn nhất.</p> <p>Để <math>T(x)</math> phải đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi <math>\left(x - \frac{25}{2}\right)^2</math> đạt giá trị nhỏ nhất với <math>x</math> là số tự nhiên, <math>x</math> nhỏ nhất.</p> <p>Suy ra tìm được <math>x=12</math>.</p> <p>Vậy số gà ít nhất cần bổ sung để đạt doanh thu cao nhất là 12 con.  Tính được doanh thu tối đa là: 75 936 000 đồng.</p>	0,25
--	--	------