

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 02 trang)

Mã đề: 101

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

I. TRẢ LỜI NGẮN (Viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

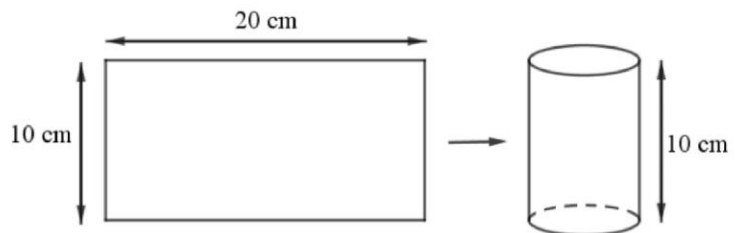
Câu 1 (0,5 điểm). Rút gọn biểu thức $P = \frac{(\sqrt{x} + 3)(x\sqrt{x} - 27)}{x - 9} - x$ với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

Câu 2 (0,5 điểm). Biết $x = 4$ là một nghiệm của phương trình $x^2 + (a + 5)x - a = 0$ (a là tham số thực). Tìm nghiệm còn lại của phương trình trên.

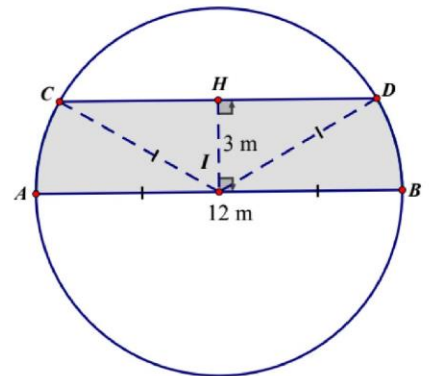
Câu 3 (0,5 điểm). Để trộn ra hai loại bột khác nhau, một người làm bánh dùng hết 17 kg bột gạo nếp và 19 kg bột gạo tẻ. Loại bột thứ nhất chứa khối lượng bột gạo nếp gấp 3 lần khối lượng bột gạo tẻ. Loại bột thứ hai chứa khối lượng bột gạo tẻ gấp 3 lần khối lượng bột gạo nếp. Tính khối lượng loại bột thứ nhất người làm bánh đó trộn được.

Câu 4 (0,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: y = x + m$ và $d_2: y = (m - 2)x + 9$ (m là tham số thực) cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung. Tìm tất cả các giá trị của m .

Câu 5 (0,5 điểm). Cho một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 20 cm và 10 cm. Bác Thành gò rồi hàn miếng tôn đó thành một ống hình trụ không đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của hình trụ đó (bỏ qua độ dày của miếng tôn và các mối hàn).



Câu 6 (0,5 điểm). Trong một khu vui chơi, người ta trang trí một mảnh đất phẳng hình tròn có đường kính 12 m bằng cách trồng cỏ và làm một lối đi rộng 3 m được lát sỏi (tham khảo hình vẽ bên). Lối đi này được giới hạn bởi một đường kính AB và một dây cung CD song song với AB (phần in đậm trong hình bên). Tính diện tích phần trồng cỏ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai và theo đơn vị mét vuông; lấy $\pi \approx 3,14$).



II. TỰ LUẬN (Trình bày chi tiết lời giải)

Câu 7 (1,0 điểm). Giải phương trình $(x^2 - x - 2)(x^2 - x - 1) = 20$.

Câu 8 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$, với m là tham số thực.

1) Chứng minh rằng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .

2) Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm của d và (P) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|x_1| + |x_2| = |x_1^2 - x_2^2|$.

Câu 9 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H . Hai đường thẳng EF và BC cắt nhau tại I . Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K ($K \neq A$). Chứng minh rằng:

- 1) Hai tứ giác $AEHF$ và $BCEF$ nội tiếp.
- 2) $IE \cdot IF = IB \cdot IC = IK \cdot IA$ và $HK \perp AI$.
- 3) Trung điểm của BC thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác KFC .

Câu 10 (1,0 điểm).

- 1) Tìm các số tự nhiên x, y biết rằng $x^2 + xy - 2y^2 - 7 = 0$.
- 2) Cho x, y là hai số thực không âm thoả mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{x} + \sqrt{16 + 9y}.$$

————— **HẾT** —————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....**Số báo danh:**.....

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 02 trang)

Mã đề: 102

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

I. TRẢ LỜI NGẮN (Viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

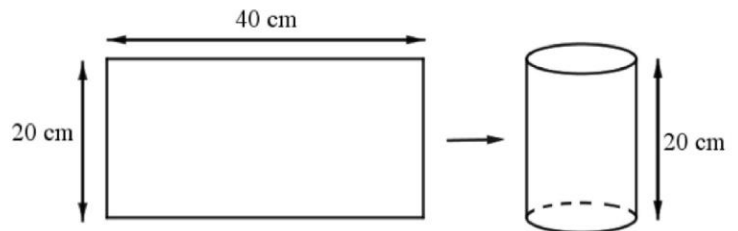
Câu 1 (0,5 điểm). Rút gọn biểu thức $P = \frac{(\sqrt{x}-3)(x\sqrt{x}+27)}{x-9} - x$ với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

Câu 2 (0,5 điểm). Biết $x = 3$ là một nghiệm của phương trình $x^2 - (a+5)x + a = 0$ (a là tham số thực). Tìm nghiệm còn lại của phương trình trên.

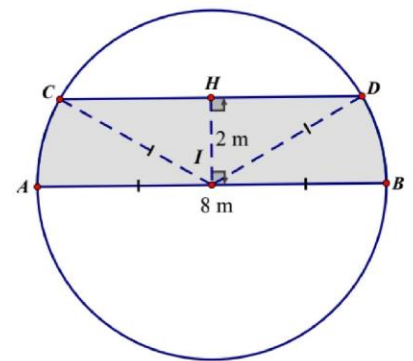
Câu 3 (0,5 điểm). Để trộn ra hai loại bột khác nhau, một người làm bánh dùng hết 17 kg bột gạo nếp và 19 kg bột gạo tẻ. Loại bột thứ nhất chứa khối lượng bột gạo nếp gấp 3 lần khối lượng bột gạo tẻ. Loại bột thứ hai chứa khối lượng bột gạo tẻ gấp 3 lần khối lượng bột gạo nếp. Tính khối lượng loại bột thứ hai người làm bánh đó trộn được.

Câu 4 (0,5 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: y = x + m$ và $d_2: y = (m+2)x - 9$ (m là tham số thực) cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung. Tìm tất cả các giá trị của m .

Câu 5 (0,5 điểm). Cho một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 40 cm và 20 cm. Bác Thành gò rì hàn miếng tôn đó thành một ống hình trụ không đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của hình trụ đó (bỏ qua độ dày của miếng tôn và các mối hàn).



Câu 6 (0,5 điểm). Trong một khu vui chơi, người ta trang trí một mảnh đất phẳng hình tròn có đường kính 8 m bằng cách trồng cỏ và làm một lối đi rộng 2 m được lát sỏi (tham khảo hình vẽ bên). Lối đi này được giới hạn bởi một đường kính AB và một dây cung CD song song với AB (phần in đậm trong hình bên). Tính diện tích phần trồng cỏ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai và theo đơn vị mét vuông; lấy $\pi \approx 3,14$).



II. TỰ LUẬN (Trình bày chi tiết lời giải)

Câu 7 (1,0 điểm). Giải phương trình $(x^2 - x - 2)(x^2 - x - 1) = 20$.

Câu 8 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$, với m là tham số thực.

1) Chứng minh rằng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .

2) Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm của d và (P) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho $|x_1| + |x_2| = |x_1^2 - x_2^2|$.

Câu 9 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H . Hai đường thẳng EF và BC cắt nhau tại I . Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K ($K \neq A$). Chứng minh rằng:

- 1) Hai tứ giác $AEHF$ và $BCEF$ nội tiếp.
- 2) $IE.IF = IB.IC = IK.IA$ và $HK \perp AI$.
- 3) Trung điểm của BC thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác KFC .

Câu 10 (1,0 điểm).

- 1) Tìm các số tự nhiên x, y biết rằng $x^2 + xy - 2y^2 - 7 = 0$.
- 2) Cho x, y là hai số thực không âm thoả mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{x} + \sqrt{16 + 9y}.$$

_____ **HẾT** _____

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....**Số báo danh:**.....

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM
ĐỀ CHÍNH THỨC

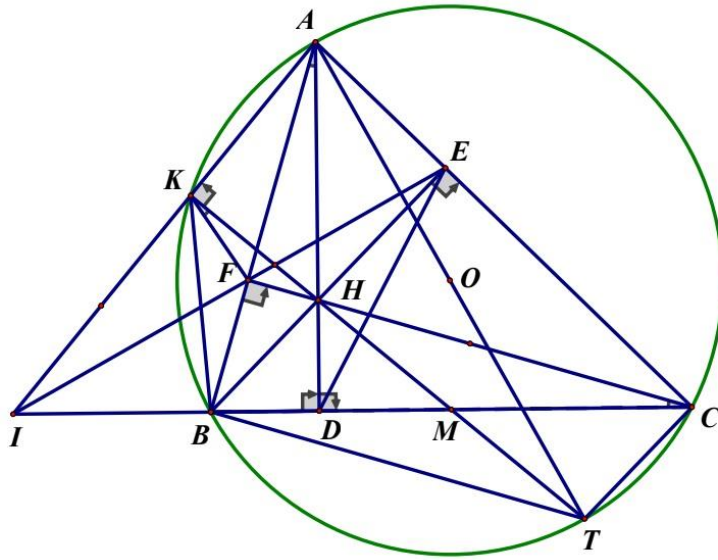
Môn thi: TOÁN

(Đáp án – Thang điểm gồm có 03 trang)

Câu	Ý	Nội dung		Điểm
		Mã 101	Mã 102	
1		$P = 3\sqrt{x} + 9$	$P = -3\sqrt{x} + 9$	0,5
2		$x = 3$	$x = -1$	0,5
3		16 kg	20 kg	0,5
4		$m = 9$	$m = -9$	0,5
5		$\frac{1000}{\pi} \text{ cm}^3$	$\frac{8000}{\pi} \text{ cm}^3$	0,5
6		78,61 m ²	34,94 m ²	0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
7 (1 điểm)		Đặt $t = x^2 - x - 2$, phương trình đã cho trở thành $t(t+1) = 20$	0,25
		$\Leftrightarrow t^2 + t - 20 = 0$.	
		Giải phương trình ta tìm được $t = 4$ và $t = -5$.	0,25
		+) Với $t = 4 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$. Giải phương trình ta tìm được $x = -2$ và $x = 3$.	0,25
	+) Với $t = -5 \Rightarrow x^2 - x + 3 = 0$ vô nghiệm vì $\Delta = -11 < 0$.		
		Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; 3\}$.	0,25
8 (2 điểm)		Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là $\frac{1}{2}x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 4 = 0 \quad (1).$	0,5
	1)	Ta có $ac = -4 < 0$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu với mọi m . Vậy d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .	0,5
		Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) nên theo định lý Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1 \cdot x_2 = -4$.	0,25
		Khi đó x_1, x_2 trái dấu nên suy ra $ x_1 + x_2 = x_1 - x_2 $.	0,25
	2)	Mà $ x_1 + x_2 = x_1^2 - x_2^2 $ nên ta có $ x_1 - x_2 = x_1^2 - x_2^2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = x_1 - x_2 \cdot x_1 + x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 1$ (do $x_1 \neq x_2$).	0,25
	$\Leftrightarrow 2m = 1 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$. Vậy $m = \pm \frac{1}{2}$.	0,25	

9
(3
điểm)



1)

Xét tứ giác $AEHF$ có $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

0,5

Xét tứ giác $BCEF$ có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$. Mà E, F là hai đỉnh kề nhau nên tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

0,5

Vì tứ giác $BCEF$ nội tiếp nên $\widehat{IFB} = \widehat{ICE}$, do đó

$$\Delta IBF \text{ đồng dạng } \Delta IEC (g - g) \Rightarrow \frac{IB}{IE} = \frac{IF}{IC} \Rightarrow IE \cdot IF = IB \cdot IC \quad (1).$$

0,25

Vì tứ giác $AKBC$ nội tiếp nên $\widehat{IKB} = \widehat{ICA}$, do đó

$$\Delta IBK \text{ đồng dạng } \Delta IAC (g - g) \Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{IK}{IC} \Rightarrow IB \cdot IC = IA \cdot IK \quad (2).$$

Từ (1) và (2), ta suy ra $IE \cdot IF = IB \cdot IC = IK \cdot IA$.

0,25

2)

$$\text{Ta có } IE \cdot IF = IK \cdot IA \Rightarrow \frac{IA}{IF} = \frac{IE}{IK} \Rightarrow \Delta IAE \text{ đồng dạng } \Delta IFK (c - g - c).$$

Khi đó $\widehat{IAE} = \widehat{IFK} \Rightarrow$ tứ giác $AEFK$ nội tiếp.

0,25

Mà tứ giác $AEHF$ nội tiếp nên 5 điểm A, E, H, F, K cùng thuộc một đường tròn

hay tứ giác $AEHK$ nội tiếp. Do đó $\widehat{AKH} = 180^\circ - \widehat{AEH} = 90^\circ \Rightarrow HK \perp AI$.

0,25

Đường thẳng HK cắt BC tại M và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là

$T (T \neq K)$. Do $\widehat{AKH} = 90^\circ$ nên AT là đường kính của (O) .

0,25

$$\text{Khi đó } \widehat{ACT} = \widehat{ABT} = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} CT \perp AC \\ BT \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BH \parallel CT \\ CH \parallel BT \end{cases}. \text{ Suy ra tứ giác } BHCT$$

3)

là hình bình hành. Do đó M là trung điểm của BC .

0,25

Ta có tứ giác $AKFH$ nội tiếp nên $\widehat{FKH} = \widehat{FAH}$.

Mà $\widehat{FAH} = \widehat{FCM}$ (cùng phụ \widehat{ABC}) nên $\widehat{FKH} = \widehat{FCM}$.

0,25

Khi đó tứ giác $KCMF$ nội tiếp. Vậy trung điểm M của BC thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác KFC .

0,25

10 (1 điểm)	1)	Ta có $x^2 + xy - 2y^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow (x - y)(x + 2y) = 7$. Khi đó $x - y$ và $x + 2y$ là ước của 7.	0,25
		Mà x, y là các số tự nhiên nên $x + 2y$ và $x - y$ là hai ước tự nhiên của 7. Lại có $x + 2y \geq x - y$ nên $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} (t/m)$. Vậy $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$.	0,25
	2)	Ta có x, y là hai số thực không âm thỏa mãn $x + y = 1$ nên $0 \leq x, y \leq 1$. Suy ra $\begin{cases} x \geq x^2 \\ y \geq y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \geq x \\ 16 + 9y \geq 16 + 8y + y^2 = (4 + y)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \geq x \\ \sqrt{16 + 9y} \geq 4 + y \end{cases}$.	0,25
		Khi đó $T = \sqrt{x} + \sqrt{16 + 9y} \geq x + y + 4 = 5$. Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x = 0, y = 1 \\ x = 1, y = 0 \end{cases}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của T bằng 5.	0,25

❖ **Ghi chú:** Trong từng ý, nếu học sinh giải bằng cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tương đương.

-----**Hết thang điểm-đáp án**-----