

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\sqrt{25}$ bằng

- A. -5 . B. 5 . C. ± 10 . D. 25 .

Câu 2. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị x thuộc \mathbb{R} . Hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} khi

- A. $a \geq 0$. B. $a > 0$. C. $a \leq 0$. D. 25 .

Câu 3. Cho đường thẳng $(d): y = x + 2$. Đường thẳng song song với đường thẳng (d) là đường thẳng

- A. $y = -x + 2$. B. $y = 3x + 2$ C. $y = x$. D. $y = 2x + 1$.

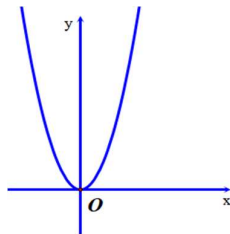
Câu 4. Hệ phương trình nào sau đây có nghiệm duy nhất

- A. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -\frac{1}{2}x + y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = -4 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ -2x + 6y = -10 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases}$

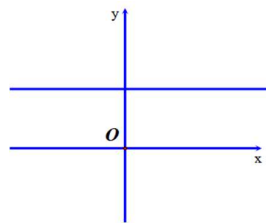
Câu 5. Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 89. Bình phương của tổng hai số đó bằng

- A. 1. B. 221. C. 441. D. 181.

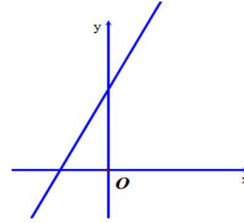
Câu 6. Đồ thị hàm số $y = ax^2$ với a là số thực dương có hình dạng nào dưới đây



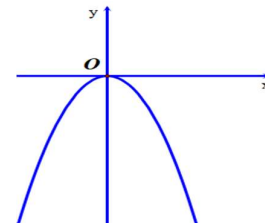
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 7. Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có $a - b + c = 0$ thì phương trình này có một nghiệm là $x_1 = -1$, còn nghiệm kia là

- A. $x_2 = -\frac{b}{a}$. B. $x_2 = \frac{b}{a}$. C. $x_2 = \frac{-c}{a}$. D. $x_2 = \frac{c}{a}$.

Câu 8. Phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ có biệt thức Δ bằng

- A. 17. B. -1 . C. 1. D. 8.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2, BC = 3$ thì $\sin \widehat{ABC}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $HB = 5, BC = 9$. Khi đó độ dài cạnh AC bằng

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = 24\text{cm}, AC = 10\text{cm}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. 15cm . B. 14cm . C. 13cm . D. 12cm .

Câu 12. Cho đường tròn tâm (O) có bán kính $R=2$. Từ điểm M cách O một khoảng bằng 4 kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là các tiếp điểm). Độ dài đoạn AB bằng

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. $2 + \sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A = 2\sqrt{x} + 1$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 2\sqrt{x} + 1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- b) Rút gọn biểu thức B .
- c) Tìm x để $A + B = 5$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = -(m + 2)x + m + 1$ (với m là tham số).

- a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 0)$.
- b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.

2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases}$ (với m là tham số).

- a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.
- b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $y = \sqrt{x + 1}$.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ (R không đổi). Lấy điểm C trên nửa đường tròn đó (C không trùng với A, B), kẻ $CH \perp AB$ tại H , kẻ $HM \perp AC$ tại M , kẻ $HN \perp BC$ tại N .

- a) Chứng minh rằng tứ giác $CMHN$ nội tiếp đường tròn.
- b) Chứng minh rằng hai tam giác ABC và NMC đồng dạng với nhau.
- c) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AH và HB , P là giao điểm của IN và KM . Chứng minh rằng $HP \perp MN$.
- d) Xác định vị trí điểm C để $MK^2 + NI^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{x}{y-1} = \frac{28x + 4\sqrt{y-1}}{27x^2 + y-1} \\ x - 2\sqrt{2x+3} + y + 3\sqrt{y-1} - 1 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$

.....**Hết**.....

Câu 7. Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có $a - b + c = 0$ thì phương trình này có một nghiệm là $x_1 = -1$, còn nghiệm kia là

- A. $x_2 = -\frac{b}{a}$. B. $x_2 = \frac{b}{a}$. C. $x_2 = \frac{-c}{a}$. D. $x_2 = \frac{c}{a}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 8. Phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$ có biệt thức Δ bằng

- A. 17. B. -1. C. 1. D. 8.

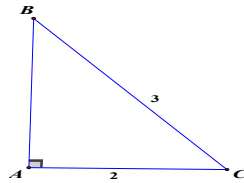
Lời giải

Ta có $\Delta = 3^2 - 4.2 = 1$. **Chọn C.**

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2, BC = 3$ thì $\sin \widehat{ABC}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

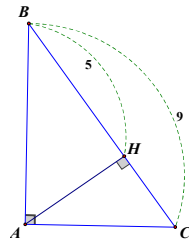


Ta có $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$. **Chọn B.**

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $HB = 5, BC = 9$. Khi đó độ dài cạnh AC bằng

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.

Lời giải

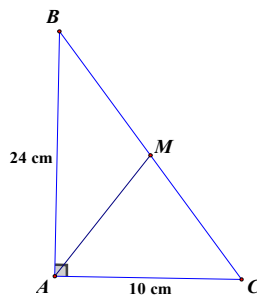


Ta có $HC = 4$. Theo hệ thức lượng cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có $AC^2 = HC.BC \Rightarrow AC = 6$. **Chọn A.**

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = 24\text{cm}, AC = 10\text{cm}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. 15cm. B. 14cm. C. 13cm. D. 12cm.

Lời giải



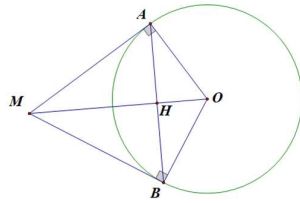
Theo Pytago ta có $BC = 26$. Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

$AM = \frac{1}{2}BC = 13$. **Chọn C.**

Câu 12. Cho đường tròn tâm (O) có bán kính $R=2$. Từ điểm M cách O một khoảng bằng 4 kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là các tiếp điểm). Độ dài đoạn AB bằng

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. $2 + \sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi H là giao AB với MO , ta có $MA=2\sqrt{3}$. Theo hệ thức cạnh và đường cao ta có $AH.MO=MA.AO \Rightarrow AH=\sqrt{3} \Rightarrow AB=2\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Lời Bình: 12 câu trắc nghiệm bám sát ma trận đề thi sở gửi về cho các trường từ đầu năm 10 câu ở mức độ nhận biết, riêng câu 5 với câu 12 mức độ thông hiểu nhưng cũng không quá khó với các em học sinh vì những dạng này các bạn đã được thầy cô ôn luyện kỹ.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=2\sqrt{x}+1$ và $B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{x+\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{x+2\sqrt{x}+1}$ với $x>0, x\neq 1$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm x để $A+B=5$.

Lời giải

a) Ta có $x=4$ thỏa mãn điều kiện $x>0, x\neq 1$. Thay $x=4$ vào biểu thức A ta được $A=2\sqrt{4}+1=5$. Vậy khi $x=4$ thì A nhận giá trị là 5.

b) Ta có $B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{x+\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{x+2\sqrt{x}+1}=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}\right):\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}-1}$
 $=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}\cdot\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$. Vậy $B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 1$.

c) Ta có $A+B=5 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}+1+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=5 \Leftrightarrow 2x+2\sqrt{x}+1=5\sqrt{x} \Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+1=0$

$$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)=0 \Leftrightarrow (2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x}-1=0 \\ \sqrt{x}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ x=1 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $x=1$ (loại), $x=\frac{1}{4}$ (thỏa mãn).

Vậy $x=\frac{1}{4}$ thì $A+B=5$.

Lời bình: Câu 1 năm nay ở mức độ cơ bản tính toán không quá phức tạp chú ý khi giải ý c các bạn phải kết hợp điều kiện nếu không cẩn thận phần này các bạn sẽ mất **0,25** điểm.

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Cho parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=-(m+2)x+m+1$ (với m là tham số).

- Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$.
- Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.

Lời giải

a) Vì đường thẳng (d) đi qua $A(2;0)$ nên $0 = -2(m+2) + m + 1 \Leftrightarrow m = -3$.

Vậy khi $m = -3$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$.

Lời bình: ý a thuộc mức độ nhận biết không quá khó với các bạn học sinh. Chú ý tính toán cẩn thận phần này các bạn sẽ để 0,5 điểm ở lại bài thi.

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) ta có:

$$-x^2 = -(m+2)x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0 \quad (1).$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) .

$$\text{Ta có } \Delta = (m+2)^2 - 4(m+1) = m^2.$$

Do $m^2 \geq 0$ với mọi m nên để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì $m \neq 0$ (2)

Khi $m \neq 0$ thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

$$x = 1; x = m + 1.$$

$$\text{Theo viét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 1 \end{cases}.$$

Vì x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân nên $m > -1$ (3).

Từ (2) và (3) ta có $m > -1, m \neq 0$ (*).

Do $m + 1 \neq 1$ với mọi $m \neq 0, m > -1$ nên để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân thì

$$\text{TH1: } x_1 = 1, x_2 = m + 1 \text{ khi đó ta có } x_1^2 + x_1^2 = x_2^2 \Leftrightarrow 2x_1^2 = x_2^2 \Leftrightarrow 2 \cdot 1 = (m+1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{2} - 1 \\ m = -\sqrt{2} - 1 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện $m = \sqrt{2} - 1$ (thỏa mãn).

$$\text{TH2: } x_1 = m + 1, x_1 = 1 \text{ khi đó ta có } x_1^2 + x_1^2 = x_2^2 \Leftrightarrow 2x_1^2 = x_2^2 \Leftrightarrow 2 \cdot (m+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \\ m = \frac{-\sqrt{2}}{2} - 1 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện (*) $m = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$ (thỏa mãn).

Vậy $m \in \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} - 1; \sqrt{2} - 1 \right\}$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ

x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông cân.

Cách 2:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$-x^2 = -(m+2)x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0 \quad (1).$$

Ta có: $a + b + c = 1 - m - 2 + m + 1 = 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = m + 1 \text{ hoặc } x_2 = 1, x_1 = \frac{c}{a} = m + 1.$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt và x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác thì

$$\begin{cases} x_1 \neq x_2 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 1 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -1 \end{cases} \quad (*)$$

Do $x_1 \neq x_2$ nên x_1, x_2 không là hai cạnh góc vuông của tam giác vuông cân.

Giả sử x_1 là cạnh góc vuông, x_2 là cạnh huyền của một tam giác vuông cân thì ta có:

$$\sin 45^\circ = \frac{x_1}{x_2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} x_2 \Leftrightarrow x_2 = \sqrt{2} \cdot x_1$$

+) Trường hợp 1: $x_1 = 1, x_2 = m + 1$, ta có $x_2 = \sqrt{2} x_1 \Leftrightarrow m + 1 = \sqrt{2} \cdot 1 \Leftrightarrow m = \sqrt{2} - 1$ (thỏa mãn điều kiện (*)).

+) Trường hợp 2: $x_2 = 1, x_1 = m + 1$, ta có $x_2 = \sqrt{2}x_1 \Leftrightarrow 1 = \sqrt{2} \cdot (m + 1) \Leftrightarrow m = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$ (thỏa mãn điều

kiện (*)). Vậy có hai giá trị của m là: $m = \sqrt{2} - 1$ và $m = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$.

Lời bình: Trong các bài toán phụ về sự tương giao giữa đường thẳng và Parabol trong đề thi các năm của tỉnh Phú Thọ năm nay là năm khó nhất, đây là ý đòi hỏi tư duy linh hoạt của học sinh nhiều bạn bị mất điểm ý này, tuy nhiên nếu biết chất chiu cơ hội thì các bạn học sinh vẫn giữ được 0,25 điểm trong bài thi.

2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases}$ (với m là tham số).

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $y = \sqrt{x+1}$.

Lời giải

a) Khi $m = 1$ ta có $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy khi $m = 1$ thì nghiệm của hệ phương trình $(x; y) = (0; 1)$.

Lời bình: ý a thuộc mức độ nhận biết các bạn chú ý trình bày và tính toán.

b) Ta có $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ m(1 - my) - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - my \\ y(1 + m^2) = 2m \end{cases}$.

Vì $1 + m^2 > 0$ với mọi m nên hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m .

Khi đó ta có $\begin{cases} x = \frac{1 - m^2}{1 + m^2} \\ y = \frac{2m}{1 + m^2} \end{cases}$.

Theo đề bài ta có $y = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1 - m^2}{1 + m^2} + 1} = \frac{2m}{1 + m^2}$ điều kiện $m \geq 0$.

$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{2}{1 + m^2}} = \frac{2m}{1 + m^2} \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Kết hợp với điều kiện ta có $m = 1$ thì hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $y = \sqrt{x+1}$.

Lời bình: Ý b là một ý các bạn học sinh được ôn tập rất kĩ, tuy nhiên phần trình bày và tính toán tương đối đối nếu các bạn không chắc tính toán vẫn mất điểm ý này, ngoài ra khi bình phương đưa từ phương trình chứa căn thức sang phương trình bậc hai các bạn không tìm điều kiện, thì có thể sẽ bị mất điểm phần này.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ (R không đổi). Lấy điểm C trên nửa đường tròn đó (C không trùng với A, B), kẻ $CH \perp AB$ tại H , kẻ $HM \perp AC$ tại M , kẻ $HN \perp BC$ tại N .

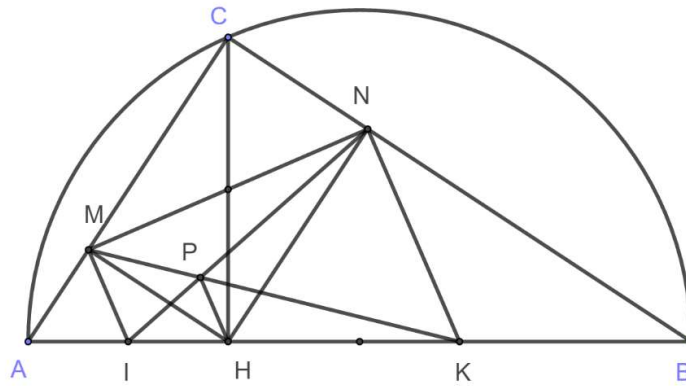
a) Chứng minh rằng tứ giác $CMHN$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng hai tam giác ABC và NMC đồng dạng với nhau.

c) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AH và HB , P là giao điểm của IN và KM . Chứng minh rằng $HP \perp MN$.

d) Xác định vị trí điểm C để $MK^2 + NI^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải



a) Xét tứ giác $CMHN$ có $\widehat{CMH} = \widehat{CNH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CMH} + \widehat{CNH} = 180^\circ$

Mà hai góc $\widehat{CMH}, \widehat{CNH}$ là hai góc đối nhau của tứ giác $CMHN \Rightarrow CMHN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

Lời bình: ý a ở mức độ nhận biết cơ bản với các bạn học sinh, chú ý các bạn vẽ hình chính xác thì phần này các bạn giữ được **1,0** điểm ở lại bài thi.

b) Xét hai tam giác ABC và NMC có góc \widehat{ACB} chung (1).

$\widehat{CNM} = \widehat{CHM}$ (cùng chắn cung \widehat{CM} do tứ giác $CMHN$ nội tiếp)

Mà $\widehat{CHM} = \widehat{CAH}$ (cùng phụ với góc \widehat{ACH}) $\Rightarrow \widehat{CNM} = \widehat{CAB}$ (2).

Từ (1) và (2) ta được hai tam giác ABC và NMC đồng dạng với nhau.

Lời bình: ý b đã bắt đầu phân loại học sinh các bạn biết vận dụng ý a và dựa vào cộng góc để xử lí bài toán.

c) $\widehat{NMH} = \widehat{CHM}$ (do $CMHN$ là hình chữ nhật)

$\widehat{IMH} = \widehat{IHM}$ (do ba điểm A, M, H thuộc đường tròn tâm I đường kính AH)

$\Rightarrow IM = IH \Rightarrow IHM$ là tam giác cân $\Rightarrow \widehat{IMN} = \widehat{IHC} = 90^\circ \Rightarrow IM \perp MN$ (3)

Tương tự: $KN \perp MN \Rightarrow IM \parallel KN \Rightarrow$ tam giác PMI đồng dạng với tam giác PKN

$\Rightarrow \frac{PM}{PK} = \frac{IM}{NK}$, mà $IM = IH, NK = HK \Rightarrow \frac{MP}{PK} = \frac{IH}{HK} \Rightarrow HP \parallel IM$ (4)

Từ (3) và (4) ta có $HP \perp MN$.

Lời bình: ý c là một ý khó trong đề thi năm nay phần này đối với các bạn học đội tuyển toán hoặc muốn thi chuyên toán – tin xử lí bài này đơn giản. Tuy nhiên hầu hết các bạn học sinh bỏ ý này các bạn quên định lý Ta – lét các bạn luôn nghĩ đến cộng góc nên hướng đi bài toán sẽ bị loạn.

d) Ta có: $MK^2 = MN^2 + NK^2 = HC^2 + \left(\frac{1}{2}BH\right)^2, NI^2 = MN^2 + MI^2 = HC^2 + \left(\frac{1}{2}AH\right)^2$

$\Rightarrow 4(MK^2 + NI^2) = 8HC^2 + BH^2 + AH^2 = 6HC^2 + (HC^2 + BH^2) + (HC^2 + AH^2)$

$= 6HC^2 + AC^2 + CB^2 = 6HC^2 + AB^2$

$\Rightarrow MK^2 + NI^2 = \frac{3}{2}HC^2 + \frac{1}{4}AB^2$.

Mà độ dài đoạn $AB = 2R$ không đổi nên $MK^2 + NI^2$ đạt giá trị lớn nhất khi HC lớn nhất hay C là điểm chính giữa cung \widehat{AB} .

Lời bình: ý d dành cho các bạn muốn lấy điểm 9 hoặc 10, ý d năm nay không khó như mọi năm, các bạn bám vào yếu tố cố định là AB và nhớ tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền thì có thể xử lí phần này.

Câu 4 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{x}{y-1} = \frac{28x+4\sqrt{y-1}}{27x^2+y-1} \\ x-2\sqrt{2x+3}+y+3\sqrt{y-1}-1=0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Lời giải

Điều kiện: $y > 1; -\frac{3}{2} \leq x \neq 0$

Đặt $\sqrt{y-1} = tx \Rightarrow y-1 = t^2x^2$ thay vào (1) ta được:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{x}{t^2x^2} &= \frac{28x+4tx}{27x^2+t^2x^2} \Leftrightarrow \frac{t^2x+x}{t^2x^2} = \frac{28x+4tx}{27x^2+t^2x^2} \Leftrightarrow \frac{t^2+1}{t^2} = \frac{28+4t}{27+t^2} \\ &\Leftrightarrow t^4 - 4t^3 + 27 = 0 \Leftrightarrow (t-3)^2(t^2+2t+3) = 0 \Leftrightarrow t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{y-1} = 3x. \end{aligned}$$

Do $y > 1, \sqrt{y-1} = 3x \Rightarrow x > 0; y > 1 (*)$.

Với $\sqrt{y-1} = 3x \Rightarrow y-1 = 9x^2$, thay vào (2) ta được:

$$\begin{aligned} x - 2\sqrt{2x+3} + 9x + 9x^2 &= 0 \Leftrightarrow 9x^2 + 10x = 2\sqrt{2x+3} \\ \Leftrightarrow 9x^2 + 12x + 4 &= 2x + 3 + 2\sqrt{2x+3} + 1 \Leftrightarrow (3x+2)^2 = (\sqrt{2x+3} + 1)^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2 = \sqrt{2x+3} + 1 \\ 3x+2 = -\sqrt{2x+3} - 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+3} = 3x+1 \quad (3) \\ \sqrt{2x+3} = -3x-3 \quad (4) \end{cases} \end{aligned}$$

+) (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 2x+3 = (3x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ 9x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2 + \sqrt{22}}{9} \Rightarrow y = 9x^2 + 1 = \frac{35 - 4\sqrt{22}}{9}$ (thỏa mãn điều kiện (*)).

+) (4) vô nghiệm do $x > 0 \Rightarrow -3x - 3 < 0$.

Vậy nghiệm của hệ $(x; y) = \left(\frac{-2 + \sqrt{22}}{9}; \frac{35 - 4\sqrt{22}}{9} \right)$.

Lời bình: Câu cuối dành cho các bạn muốn lấy điểm 10. Phần này đòi hỏi các bạn quan sát từ hệ 1 để đặt ẩn hợp lý chú ý trong quá trình tính toán cẩn thận và khi kết luận nghiệm hệ phải chú ý điều kiện.

Tổng quan: Đề thi năm nay là năm khó nhất trong các năm thi vào 10 của tỉnh Phú thọ các câu đều có phần mà nếu học sinh không chắc kiến thức sẽ bị trừ điểm trình bày. Rất ít bạn sẽ được 10 điểm trọn vẹn. Tuy nhiên đối với đề tuyển sinh theo ý kiến các nhận của người giải thì đây là một đề hay có tính phân loại và chọn lọc học sinh rất tốt. Các bạn học sinh khóa sau chú ý ôn tập, luyện đề phải thật sự cẩn thận.

.....**Hết**.....