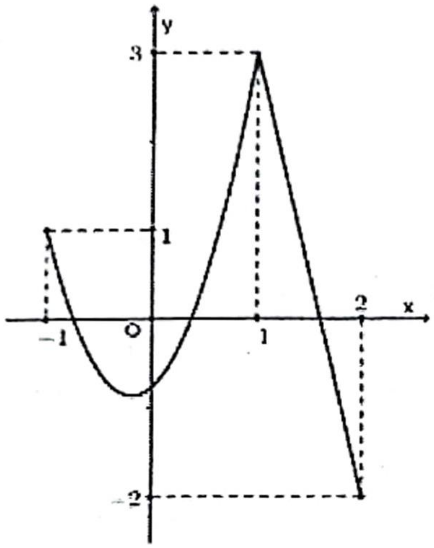
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI	KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2024
TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ - HOÀN KIẾM	Bài thi: **TOÁN**
	Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)
(Đề có 07 trang)	
Mã đề thi: 110	

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Câu 1: Họ các nguyên hàm của hàm số $y=\cos x+x$ là

A. $\sin x+x^2+C$ **B.** $\sin x+\frac{1}{2}x^2+C$ **C.** $-\sin x+x^2+C$ **D.** $-\sin x+\frac{1}{2}x^2+C$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M+2m$ bằng:



A. 1 **B.** 7 **C.** -1 **D.** 4

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	+	0	−	0	+	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 4: Giả sử $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int_0^3 g(x)\mathrm{d}x=2$. Khi đó $I=\int_0^3[f(x)+2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=12$ **B.** $I=14$ **C.** $I=3$ **D.** $I=11$

Câu 5: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ **B.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$ **C.** $y=\log_3 x$ **D.** $f(x)=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-x}$

Câu 6: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi lớn nhất. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $d=R$ **B.** $0<d<R$ **C.** $d>R$ **D.** $d=0$

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Số hạng u_5 là

A. 12. **B.** 15. **C.** 11. **D.** 14.

Câu 8: Hệ số của x^6 trong khai triển nhị thức $(x+1)^{10}$ là

A. A_{10}^6 **B.** $\frac{10!}{6!}$ **C.** C_{10}^6 **D.** $6!$

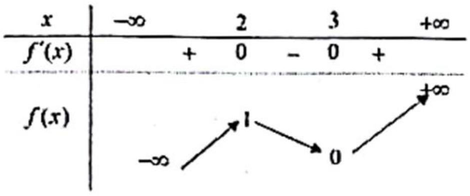
Câu 9: Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 3

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$ và $z_2 = -4-5i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $2+2i$ **B.** $-2+2i$ **C.** $2-2i$ **D.** $-2-2i$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x)-2=0$ là



A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 12: Cho số phức $z = i(1-2i)$. Tổng phần thực và phần ảo của $\overline{z}$ bằng

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** -1

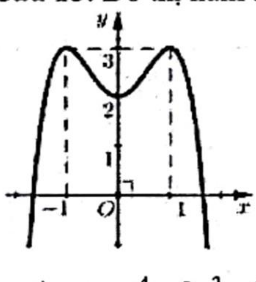
Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n} = (1;2;-3)$ **B.** $\vec{n} = (1;2;3)$ **C.** $\vec{n} = (1;-2;3)$ **D.** $\vec{n} = (-2;3;-4)$

Câu 14: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = 1$ **B.** $y = -1$ **C.** $y = \frac{1}{4}$ **D.** $y = 4$

Câu 15: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$ **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ **C.** $y = x^3 + 2x^2 + 2$ **D.** $y = -x^3 + 2x^2 + 2$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$ và $\overrightarrow{OB} = 9\vec{i} + 7\vec{j} + 4\vec{k}$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-7;-3;-10)$ **B.** $(7;-3;10)$ **C.** $(11;11;-2)$ **D.** $(7;3;10)$

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(2;+\infty)$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho các phương trình sau:

i. $(x-1)^2+y^2+z^2=1;$ ii. $x^2+(2y-1)^2+z^2=4$

iii. $x^2+y^2+z^2+1=0$ iv. $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16$

Số phương trình là phương trình mặt cầu là

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 19: Cho các số thực $a,b,m,n\,(a,b>0)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $(a.b)^n=a^n.b^n$ **B.** $\dfrac{a^m}{a^n}=\sqrt[n]{a^m}$ **C.** $\left(a^m\right)^n=a^{m+n}$ **D.** $(a+b)^m=a^m+b^m$

Câu 20: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 5. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 30π **B.** 20π **C.** 10π **D.** 50π

Câu 21: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều cạnh bằng $2cosx$

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{3}}{4}$ **B.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$ **C.** $V=3\pi$ **D.** $V=2\pi\sqrt{3}$

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Phần thực của số phức z bằng

A. 3 **B.** -3 **C.** 2 **D.** 5

Câu 23: Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và diện tích xung quanh của hình trụ bằng 48π. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. 3 **B.** 9 **C.** 4 **D.** 6

Câu 24: Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2+2x}=27$ là

A. $S=\{1;3\}$ **B.** $S=\{-3;1\}$ **C.** $S=\{-1;3\}$ **D.** $S=\{-3;-1\}$

Câu 25: Mođun của số phức $z=4-3i$ bằng

A. 25 **B.** 5 **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** 8

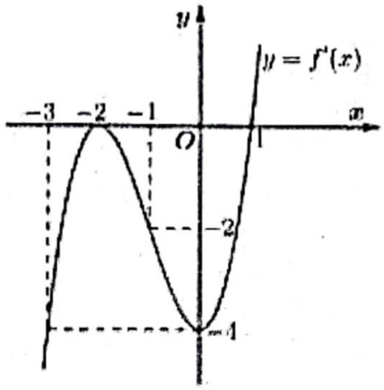
Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;1;-2)$, $\vec{v}=(1;0;m)$. Tìm giá trị của m để góc giữa 2 vectơ $\vec{u},\vec{v}$ bằng $45°$

A. $m=2+\sqrt{6}$ **B.** $m=2$ **C.** $m=2-\sqrt{6}$ **D.** $m=2\pm\sqrt{6}$

Câu 27: Từ một nhóm học sinh gồm 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nữ

A. $\dfrac{10}{21}$ **B.** $\dfrac{5}{42}$ **C.** $\dfrac{25}{42}$ **D.** $\dfrac{5}{14}$

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-2;2)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(-1;+\infty)$

Câu 29: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. $60°$ **B.** $45°$ **C.** $90°$ **D.** $30°$

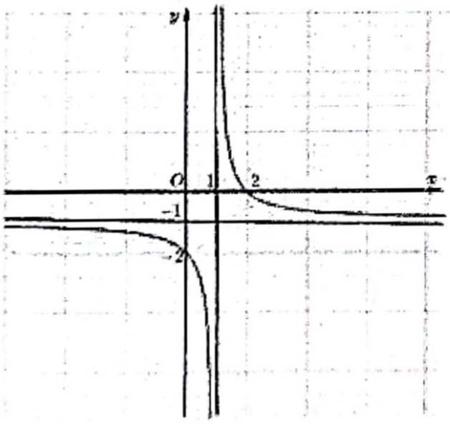
Câu 30: Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$, $y=3x-1$ là

A. 1 (đvdt) **B.** $\frac{2}{3}$ (đvdt) **C.** $\frac{1}{3}$ (đvdt) **D.** $\frac{1}{6}$ (đvdt)

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-5x+4\right)^{\frac{-1}{2}}$ là

A. R **B.** $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$ **D.** $R\setminus\{1;4\}$

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S=a+b+c$ bằng:



A. $S=4$ **B.** $S=-2$ **C.** $S=0$ **D.** $S=2$

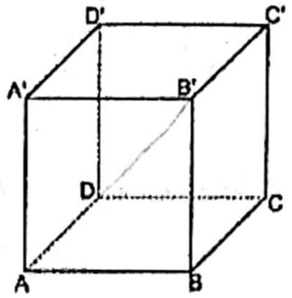
Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\int f(x)\mathrm{d}x=(x-2)\cos x+C$. Tính $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

A. $2-\dfrac{\pi}{2}$ **B.** 0 **C.** $1+\dfrac{\pi}{2}$ **D.** $1-\dfrac{\pi}{2}$

Câu 34: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị $T = 2M - m$

A. $T = 20$ **B.** $T = 26$ **C.** $T = 36$ **D.** $T = 16$

Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (tham khảo hình dưới đây).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'D'$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ **B.** $a\sqrt{2}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 36: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = \dfrac{-x+3}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là

A. $y = -2x - 3$ **B.** $y = 2x + 3$ **C.** $y = -2x + 3$ **D.** $y = 2x - 3$

Câu 37: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ có tập nghiệm là $(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng

A. $\dfrac{26}{5}$ **B.** 1 **C.** $\dfrac{8}{3}$ **D.** $\dfrac{5}{2}$

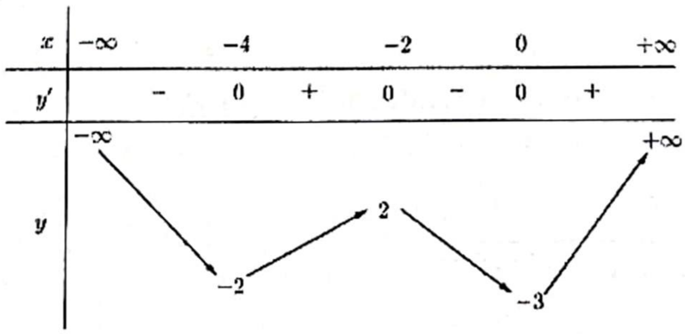
Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng không đi qua gốc tọa độ O, (P) song song với mặt phẳng (Q) và cách mặt phẳng (Q) một khoảng bằng 1. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 2z - 6 = 0$ **B.** $x + 2y + 2z + 3 = 0$ **C.** $x + 2y + 2z + 1 = 0$ **D.** $x + 2y + 2z = 0$

Câu 39: Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T), biết rằng khi cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng $36a^2$

A. $4\sqrt{13}\pi a^2$ **B.** $8\sqrt{13}\pi a^2$ **C.** $6\sqrt{13}\pi a^2$ **D.** $12\sqrt{13}\pi a^2$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 30 **B.** 24 **C.** 29 **D.** 25

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}, AD = a$, $SA \perp (ABCD)$ và khoảng cách từ C đến (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $a^3\sqrt{3}$ **D.** $2a^3\sqrt{3}$

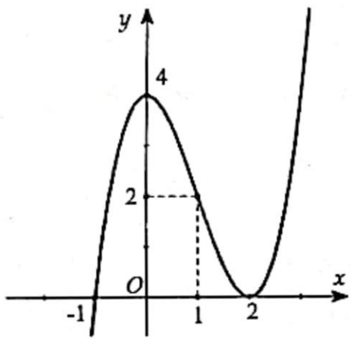
Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = 3$; $\int_0^2 f(x)dx = -1$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x})dx$ ta được

A. $I = 0$. **B.** $I = 10$. **C.** $I = -10$. **D.** $I = 14$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$ **không có điểm cực đại?**

A. 5 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 4

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành



A. $S = \frac{52}{8}$. **B.** $S = \frac{27}{4}$. **C.** $S = \frac{50}{8}$. **D.** $S = \frac{53}{8}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \ln\frac{x}{x+2}$. Giá trị của biểu thức $P = f'(1) + f'(3) + f'(5) + ... + f'(2023)$ là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{2024}{2025}$. **C.** $\frac{2024}{2023}$. **D.** $\frac{2023}{2025}$.

Câu 46: Cho phương trình $\log_2(2x^2 - 4x + 6) = 2^{y^2} + y^2 - x^2 + 2x - 2$. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ với $-10 < x < 10$, $y \in N$ thỏa mãn phương trình đã cho?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

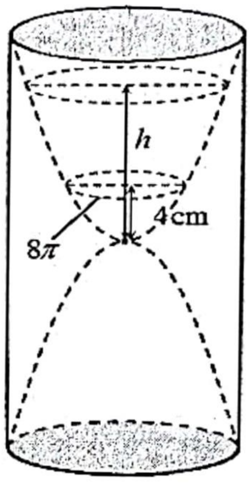
Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 2 là

A. $(Q): 2y + z = 0$ **B.** $(Q): 2y - z = 0$ **C.** $(Q): y - 2z = 0$ **D.** $(Q): 2x - z = 0$

Câu 48: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

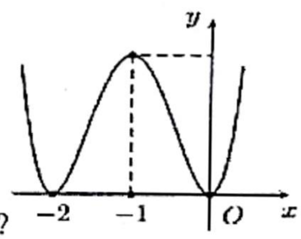
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 49: Một chiếc đồng hồ cát gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt nằm ngang và đặt trong một hình trụ như hình vẽ (mặt nằm ngang là mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu ngoại tiếp hình trụ và song song với hai mặt đáy của hình trụ). Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao h của mực cát bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của phần trên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $2,90\left(cm^3 / phút\right)$. Khi chiều cao của cát còn $4cm$ thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn chu vi $8\pi\left(cm\right)$. Biết sau 30 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài gần với số nào nhất?



A. $8cm$. **B.** $12cm$. **C.** $9cm$ **D.** $10cm$.

Câu 50: Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $f\left(2x-1\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(2;3\right)$. **C.** $\left(3;4\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

----------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.D	5.B	6.D	7.C	8.C	9.A	10.D
11.A	12.C	13.C	14.D	15.B	16.D	17.B	18.A	19.A	20.C
21.B	22.A	23.A	24.B	25.B	26.C	27.C	28.C	29.A	30.D
31.B	32.D	33.A	34.C	35.C	36.A	37.D	38.A	39.D	40.D
41.A	42.D	43.D	44.B	45.B	46.C	47.B	48.B	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT.

Câu 1. Họ các nguyên hàm của hàm số $y=\cos x+x$ là

A. $\sin x+x^2+C$.

B. $\sin x+\frac{1}{2}x^2+C$.

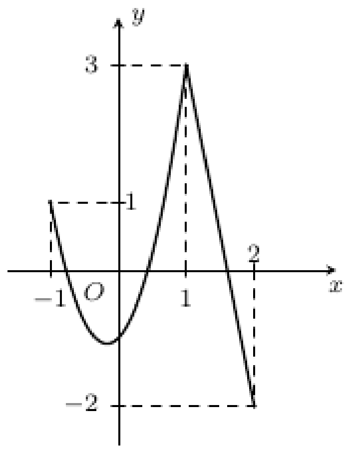
C. $-\sin x+x^2+C$.

D. $-\sin x+\frac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải

Ta có $\int y\,\mathrm{d}x=\int \cos x+x\,\mathrm{d}x=\sin x+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;2\right]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-1;2\right]$. Ta có $M+2m$ bằng



A. 1.

B. 7.

C. -1.

D. 4.

Lời giải

Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất là $M=3$ và giá trị nhỏ nhất là $m=-2$.

Khi đó, $M+2m=3+2\cdot\left(-2\right)=-1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\searrow$	$f(4)$	$\nearrow$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$, $x=4$.

Vậy hàm số có hai cực tiểu.

Câu 4: Giả sử $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x=2$. Khi đó $I=\int\limits_0^3\left[f\left(x\right)+2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=12$. **B.** $I=14$. **C.** $I=3$. **D.** $I=11$.

Lời giải

$$I=\int\limits_0^3\left[f\left(x\right)+2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+2\int\limits_0^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x=7+2.2=11.$$

Câu 5: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

A. $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-x}$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì $\frac{\pi}{3}>1$.

Hàm số $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì $0<\frac{2}{e}<1$.

Hàm số $y=\log_3 x$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ vì $3>1$.

Hàm số $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-x}=\left(\sqrt{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì $\sqrt{3}>1$.

Câu 6: Mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt mặt cầu $S\left(O;R\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi lớn nhất. Gọi d là khoảng cách từ O đến $\left(P\right)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $d=R$. **B.** $0<d<R$. **C.** $d>R$. **D.** $d=0$.

Lời giải

Mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt mặt cầu $S\left(O;R\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi lớn nhất khi và chỉ khi mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua tâm O của mặt cầu. Vậy $d=0$.

Câu 7. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và công sai $d=2$. Số hạng u_5 là

A. 12 . **B.** 15 . **C.** 11 . **D.** 14 .

Lời giải

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4.2 = 11$.

Câu 8. Hệ số của x^6 trong khai triển nhị thức $(x+1)^{10}$ là

A. A_{10}^6 . **B.** $\dfrac{10!}{6!}$. **C.** C_{10}^6 . **D.** $6!$.

Lời giải

Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức trên là $C_{10}^k x^{10-k}$.

Theo đề bài ta có $10 - k = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số của x^6 là $C_{10}^4 = C_{10}^6$.

Câu 9. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5 . **B.** 6 . **C.** 4 . **D.** 3 .

Lời giải

Có 5 loại khối đa diện đều là: Khối tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện đều, khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -4 - 5i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

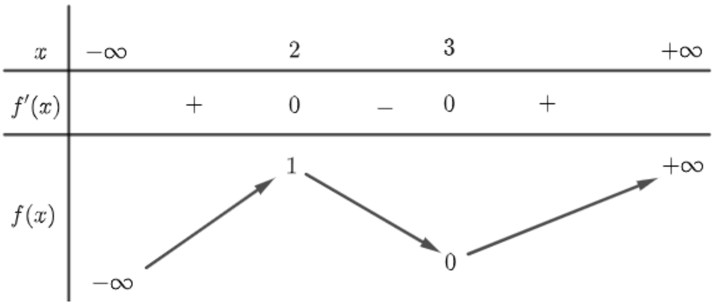
A. $2 + 2i.$ **B.** $-2 + 2i.$

C. $2 - 2i.$ **D.** $-2 - 2i.$

Lời giải

Ta có $z_1 + z_2 = 2 + 3i + (-4 - 5i) = (2 - 4) + (3 - 5)i = -2 - 2i$. Chọn D.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

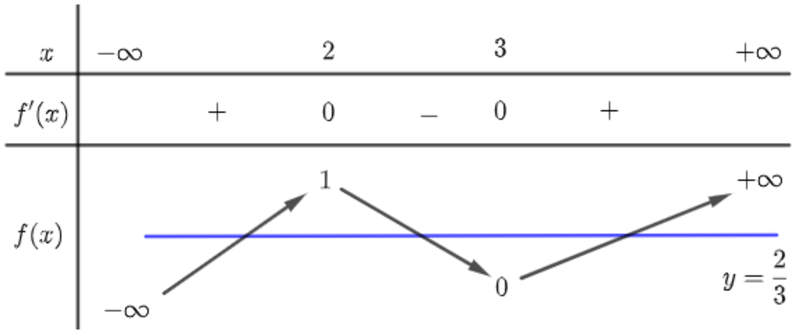


Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{2}{3}$. Vẽ đường thẳng $y = \dfrac{2}{3}$ trên bảng biến thiên như sau



Ta thấy, hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt, do đó phương trình $3f\left(x\right)-2=0$ có 3 nghiệm phân biệt. Chọn A.

Câu 12. Cho số phức $z=i\left(1-2i\right)$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $z=i\left(1-2i\right)=i-2i^2=i-2\left(-1\right)=2+i\Rightarrow\overline{z}=2-i.$ Do đó phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -1. Vậy tổng phần thực và phần ảo bằng 1. Chọn C.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=\left(1;2;-3\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(1;2;3\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;-2;3\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(-2;3;-4\right)$.

Lời giải

Đáp án: vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}=\left(1;-2;3\right)$.

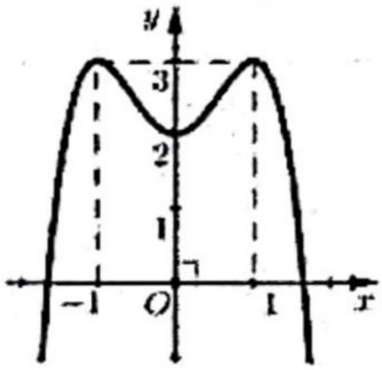
Câu 14: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=\dfrac{1}{4}$. **D.** $y=4$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x+1}{x-1}=4$. Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là $y=4$.

Câu 15: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^4-2x^2-2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+2$. **C.** $y=x^3+2x^2+2$. **D.** $y=-x^3+2x^2+2$.

Dựa vào hình vẽ, ta nhận thấy đây là hàm trùng phương có hệ số $a<0$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+4\vec{j}-6\vec{k}$ và $\overrightarrow{OB}=9\vec{i}+7\vec{j}+4\vec{k}$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-7;-3;-10)$. **B.** $(7;-3;10)$. **C.** $(11;11;-2)$. **<u>D.</u>** $(7;3;10)$.

Lời giải

Do $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+4\vec{j}-6\vec{k}$ nên tọa độ của điểm $A(2;4;-6)$

$\overrightarrow{OB}=9\vec{i}+7\vec{j}+4\vec{k}$ nên tọa độ của điểm $B(9;7;4)$

Vậy $\overrightarrow{AB}=(7;3;10)$

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x>9$ là

A. $(-2;+\infty)$. **<u>B.</u>** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x>9\Leftrightarrow x<\log_{\frac{1}{3}}9\Leftrightarrow x<-2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x>9$ là $(-\infty;-2)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho các phương trình sau

i. $(x-1)^2+y^2+z^2=1$. ii. $x^2+(2y-1)^2+z^2=4$.

iii. $x^2+y^2+z^2+1=0$. iv. $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16$.

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

<u>A.</u> 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình $(x-1)^2+y^2+z^2=1$ là phương trình chính tắc của mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;0)$ và bán kính $R=1$.

Phương trình $x^2+(2y-1)^2+z^2=4\Leftrightarrow x^2+4y^2+z^2-4y-3=0$ không là phương trình của mặt cầu vì không có dạng khai triển của phương trình mặt cầu do hệ số của $x^2;y^2;z^2$ không bằng nhau.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+1=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=-1$ không là phương trình của mặt cầu vì không thỏa mãn điều kiện tìm bán kính .

Phương trình $(2x+1)^2+(2y-1)^2+4z^2=16\Leftrightarrow 4x^2+4y^2+4z^2+4x-4y-14=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+x-y-\frac{7}{2}=0$ là phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$ và bán kính $R=2$.

Vậy có 2 phương trình là phương trình mặt cầu.

Câu 19. Cho các số thực $a,b,m,n\,(a,b>0)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $(ab)^n = a^n.b^n$. **B.** $\dfrac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$. **C.** $(a^m)^n = a^{m+n}$. **D.** $(a+b)^m = a^m + b^m$.

Lời giải

Chọn đáp án A.

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 5. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 30π . **B.** 20π . **C.** 10π . **D.** 50π .

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón : $S_{xq} = \pi.R.l = \pi.2.5 = 10\pi$.

Câu 21. Thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0 \le x \le \pi)$ là một tam giác đều cạnh bằng $2\cos x$ là

A. $V = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = 2\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có diện tích thiết diện $S = (2\cos x)^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}.\cos^2 x$.

Do đó thể tích vật thể $V = \int\limits_0^\pi \sqrt{3}.\cos^2 x\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\int\limits_0^\pi (1+\cos 2x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(x + \dfrac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^\pi = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z - 4(\overline{z} - i) = -8 + 19i$. Phần thực của số phức z bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Gọi $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Ta có

$(2+i)(a+bi) - 4(a - bi - i) = -8 + 19i \Leftrightarrow 2a + 2bi + ai - b - 4a + 4bi + 4i = -8 + 19i$

$\Leftrightarrow -2a - b + (a + 6b + 4)i = -8 + 19i \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - b = -8 \\ a + 6b + 4 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - b = -8 \\ a + 6b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$.

Vậy $z = 3 + 2i.$

Câu 23. Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và diện tích xung quanh bằng 48π. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $S_{xq} = 2\pi Rh \Leftrightarrow 2\pi Rh = 48\pi \Leftrightarrow h = \dfrac{48\pi}{2\pi R} = \dfrac{48\pi}{2\pi 8} = 3.$

Câu 24. Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2+2x} = 27$

A. $S = \{1;3\}$. **B.** $S = \{-3;1\}$. **C.** $S = \{-1;3\}$. **D.** $S = \{-3;-1\}$.

Lời giải

Ta có $3^{x^2+2x} = 27 \Leftrightarrow 3^{x^2+2x} = 3^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Câu 25. Mô đun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

A. 25 . **B.** 5 . **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 8 .

Lời giải

$|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;1;-2)$ và $\vec{v} = (1;0;m)$. Tìm giá trị của m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ bằng 45^0.

A. $m = 2 + \sqrt{6}$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 2 - \sqrt{6}$. **D.** $m = 2 \pm \sqrt{6}$.

Lời giải

$$\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|} = \frac{1.1 + 1.0 - 2.m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}.\sqrt{1^2 + 0 + m^2}} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{6}\sqrt{1 + m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3\left(1 + m^2\right)} = 1 - 2m \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m > 0 \\ m^2 - 4m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6}.$$

Câu 27. Một nhóm học sinh gồm 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nữ.

A. $\dfrac{10}{21}$. **B.** $\dfrac{5}{42}$. **C.** $\dfrac{25}{42}$. **D.** $\dfrac{5}{14}$.

Lời giải

$n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố:" Chọn được ít nhất 2 học sinh nữ".

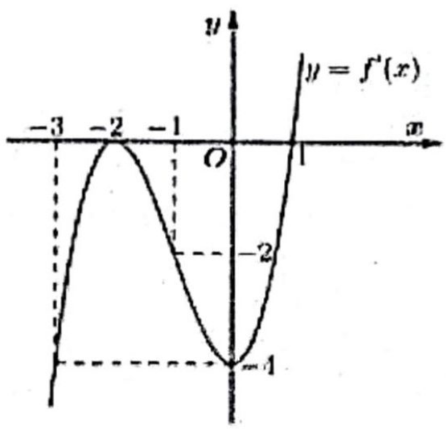
Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam có: $C_5^2 C_4^1 = 40$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 học sinh nữ có: $C_5^3 = 10$ cách.

$\Rightarrow n(A) = 40 + 10 = 50$

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{50}{84} = \dfrac{25}{42}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên..



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

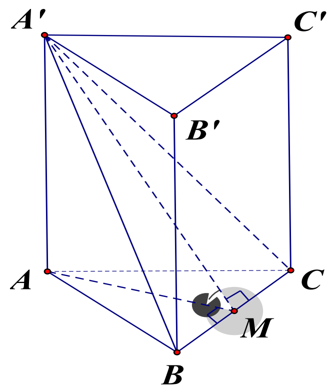
Lời giải

Dựa vào đồ thị $f'(x)<0,\forall x\in(-\infty;1)$ nên hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $BC\Rightarrow AM\perp BC$. Lại có $A'M\perp BC$ mà $(ABC)\cap(A'BC)=BC$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{AMA'}$.

Ta có: $\tan\widehat{AMA'}=\dfrac{AA'}{AM}=\dfrac{3a}{a\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{AMA'}=60^0$

Câu 30. Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y=x^2+1;y=3x-1$ là

A. 1 (đvdt). **B.** $\dfrac{2}{3}$ (đvdt). **C.** $\dfrac{1}{3}$ (đvdt). **D.** $\dfrac{1}{6}$ (đvdt).

Lời giải

Xét phương trình $x^2+1=3x-1\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y=x^2+1;y=3x-1$ là

$$S=\int_1^2\left|x^2-3x+2\right|dx=\left|\int_1^2\left(x^2-3x+2\right)dx\right|=\frac{1}{6}\text{ (đvdt).}$$

Câu 31. Tập các định của hàm số $y=\left(x^2-5x+4\right)^{\frac{-1}{2}}$ là

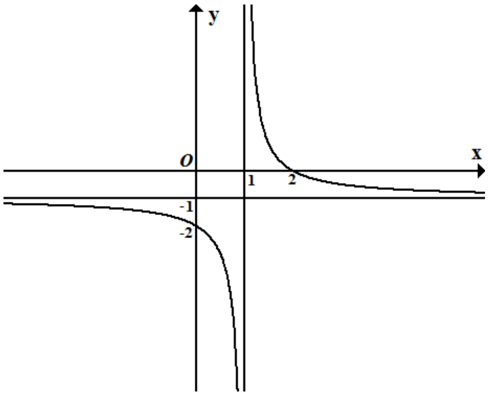
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1;4\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định $x^2-5x+4>0\Leftrightarrow x<1;4<x$.

Vậy tập xác định $D=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S=a+b+c$ bằng



A. $S=4$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng nên $c=1$.

Đồ thị hàm số có $y=-1$ là tiệm cận ngang nên $a=-1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\dfrac{b}{-1}=-2$ do đó $b=2$.

Vậy $T=a+b+c\ =-1+2+1=2$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\int_1^2 f(x)dx=(x-1)\cos x+C$. Tính $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $2-\dfrac{\pi}{2}$. **B.** 0. **C.** $1+\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $1-\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f(x)=(x-2)'\cos x+(x-2)(\cos x)'=\cos x-(x-2)\sin x$.

Vậy $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\dfrac{\pi}{2}-\left(\dfrac{\pi}{2}-2\right)\sin\dfrac{\pi}{2}=2-\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 34. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x-1$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị $T=2M-m$

A. $T=20$. **B.** $T=26$. **C.** $T=36$. **D.** $m=16$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^3-6x-9$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3(tm)\\x=-1(l)\end{array}\right.$$

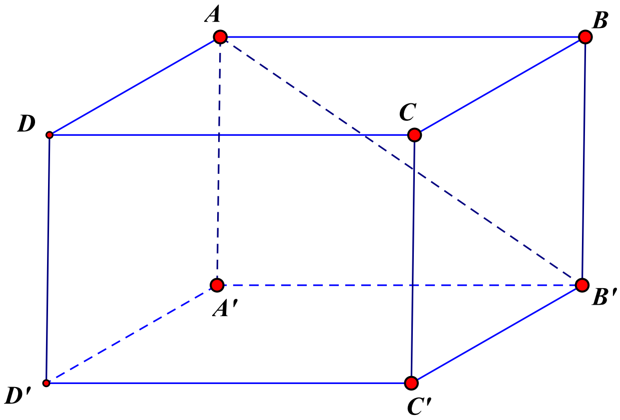
$y(1)=-12$

$y(3)=-28$

$y(5)=4$

Vậy $M=4, m=-28 \Rightarrow 2M-m=36$

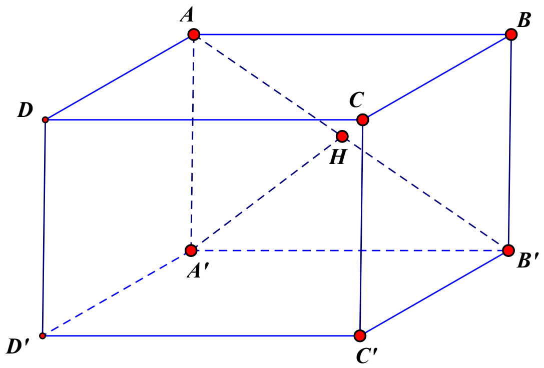
Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'D'$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Kẻ $A'H \perp AB'$

Do $A'D' \perp (ABB'A') \Rightarrow A'D' \perp A'H$

Khi đó $d(AB', A'D') = AH$

Tam giác vuông cân $AA'B'$ có $AH = \dfrac{1}{2}AB' = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 36. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{-x+3}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x=0$ là

A. $y=-2x-3$. **B.** $y=2x+3$. **C.** $y=-2x+3$. **D.** $y=2x-3$.

Lời giải

. $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(0)=-2$

$y(0) = -3$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = -2(x-0) - 3 = -2x - 3$

Câu 37: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ có tập nghiệm là $(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng

A. $\frac{26}{5}$. **B.** 1. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x+1>0 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

Khi đó bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x < 2$

Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Do đó $a+b = \frac{5}{2}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$. Gọi (P) là mặt phẳng không đi qua gốc tọa độ O, (P) song song với mặt phẳng (Q) và cách mặt phẳng (Q) một khoảng bằng 1. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+2z-6=0$. **B.** $x+2y+2z+3=0$.

C. $x+2y+2z+1=0$. **D.** $x+2y+2z=0$.

Lời giải

Do (P) là mặt phẳng không đi qua gốc tọa độ O, (P) song song với mặt phẳng (Q) nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x+2y+2z+D=0 (D \neq -3, D \neq 0)$.

Chọn $A(3;0;0) \in (Q)$

Ta có $d((Q),(P)) = 1 \Leftrightarrow d(A,(P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|3+D|}{3} = 1$

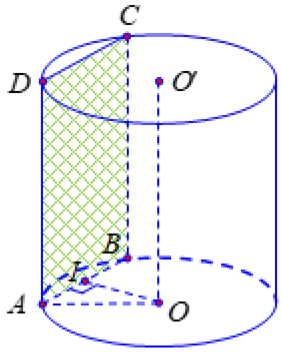
$\Leftrightarrow |D+3| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D = 0 (loai) \\ D = -6 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $x+2y+2z-6=0$.

Câu 39: Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T), biết rằng khi cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$ ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$.

A. $4\sqrt{13}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $6\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $12\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải



Giả sử thiết diện tạo được là hình vuông $ABCD$.

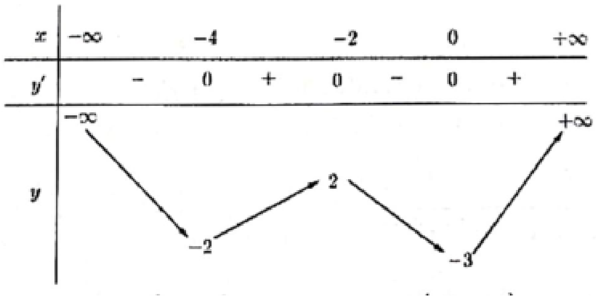
Vì diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $36a^2$ nên $AB = BC = 6a$

Gọi I là trung điểm cạnh AB.

Tam giác OAI vuông tại I có: $OI = 2a$; $IA = 3a \Rightarrow OA = a\sqrt{13}$.

Do đó $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.a\sqrt{13}.6a = 12\sqrt{13}\pi a^2$. (đơn vị diện tích).

Câu 40. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2 - 4x\right) = m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$

A. 30. **B.** 24. **C.** 29. **D.** 25.

Lời giải

Đặt $g\left(x\right) = 6f\left(x^2 - 4x\right)$.

$g'\left(x\right) = 6\left(2x-4\right).f'\left(x^2 - 4x\right)$.

$$g'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 4 = 0 \\ f'\left(x^2 - 4x\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$2x-4$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'\left(x^2-4x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-18	$\nearrow$	12	$\searrow$	-12	$\nearrow$	12	$\searrow$	-18	$\nearrow$	

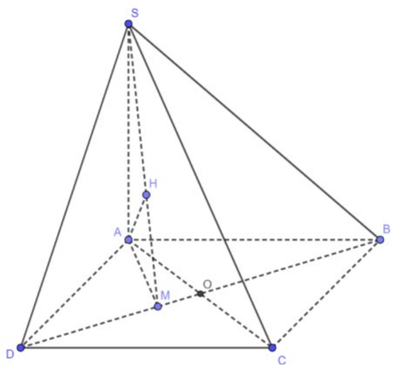
Để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm phân biệt thì $-12 \le m \le 12$.

Vậy có 25 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = a$, $SA \perp (ABCD)$ và khoảng cách từ C đến (SBD) bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$.

Vì $AC \cap (SBD) = O \Rightarrow \dfrac{d\left(C,(SBD)\right)}{d\left(A,(SBD)\right)} = \dfrac{CO}{AO} = 1$

$\Rightarrow d\left(C,(SBD)\right) = d\left(A,(SBD)\right)$.

Trong $(ABCD)$, vẽ $AM \perp BD$.

Trong (SAM), vẽ $AH \perp SM$.

Ta có: $\begin{cases} AM \perp BD \\ SA \perp BD\ \left(SA \perp (ABCD)\right) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAM)$

$\Rightarrow BD \perp AH$.

Mặt khác: $\begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp BD\ (\text{cmt}) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD)$

$\Rightarrow d\left(C,(SBD)\right) = d\left(A,(SBD)\right) = AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Ta có $AM = \dfrac{AB.AD}{\sqrt{AB^2+AD^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+a^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{SA^2}\Leftrightarrow\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{AH^2}-\frac{1}{AM^2}$$

$$\Rightarrow SA=\frac{AH.AM}{\sqrt{AM^2-AH^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{21}}{7}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{21}}{7}\right)^2}}=a.$$

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.SA.AB.AD=\frac{1}{3}a.a\sqrt{3}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2)=3;\ \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=-1$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^4 f'\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$ ta được

A. $I=0$. **B.** $I=10$. **C.** $I=-10$. **D.** $I=14$.

Lời giải

Tính $I=\int\limits_0^4 f'\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{x}\Leftrightarrow t^2=x\Leftrightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

Đổi cận:

x	0	4
t	0	2

$$I=\int\limits_0^4 f'\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f'(t).2t\,\mathrm{d}t=2\int\limits_0^2 f'(t).t\,\mathrm{d}t=2\int\limits_0^2 f'(x).x\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

$$\Rightarrow I=2\left[x.f(x)-\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x\right]=2\left[2.f(2)-0.f(0)-(-1)\right]=2(2.3+1)=14.$$

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$ không có điểm cực đại

A. 5. **B.** 6. **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=3(m+1)x^2-2(2m-1)x+1$

Trường hợp 1: $m=-1\Rightarrow f'(x)=6x+1$

Ta có đạo hàm đổi dấu từ “-” sang “+” khi đi qua nghiệm $x=\frac{-1}{6}$ nên hàm số không có điểm cực đại. (thỏa mãn ycbt)

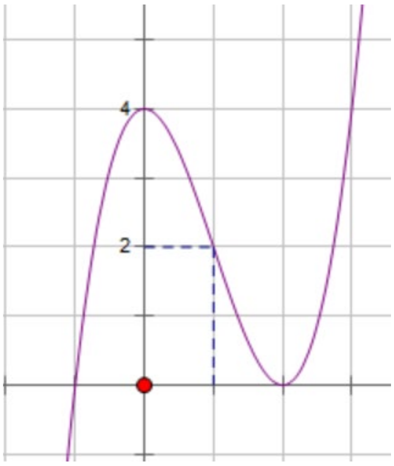
Trường hợp 2: $m\ne -1$

Đề hàm số không có cực đại thì phương trình $f'(x)=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta'=(2m-1)^2-3(m+1)\le 0\Leftrightarrow 4m^2-7m-2\le 0\Leftrightarrow \frac{-1}{4}\le m\le 2$$

Vậy có các giá trị nguyên của *m* là $\{-1;0;1;2\}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới đây. Tính diện tích *S* của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, các đường thẳng $x=-1,x=2$ và trục hoành



A. $S=\frac{52}{8}$. **B.** $S=\frac{27}{4}$. **C.** $S=\frac{50}{8}$. **D.** $S=\frac{53}{8}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} f(-1)=0\\ f(0)=4\\ f(2)=0\\ f(1)=2\\ f'(0)=0\\ f'(2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-a+b-c+d=0\\ d=4\\ 8a+4b+2c+d=0\\ a+b+c+d=2\\ c=0\\ 12a+4b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-3\\ c=0\\ d=4\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+4$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=\int_{-1}^{2}\left|x^3-3x^2+4\right|dx=\frac{27}{4}$

Câu 45 . Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln\frac{x}{x+2}$. Giá trị của biểu thức $P=f'\left(1\right)+f'\left(3\right)+f'\left(5\right)+...+f'\left(2023\right)$ là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{2024}{2025}$. **C.** $\frac{2024}{2023}$. **D.** $\frac{2023}{2025}$.

Lời giải

Xét hàm số $f\left(x\right)=\ln\frac{x}{x+2}$ với $x\ge1$, ta có: $f\left(x\right)=\ln\frac{x}{x+2}=\ln x-\ln\left(x+2\right)$

Nên: $f'\left(x\right)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}$.

Vậy $P=f'\left(1\right)+f'\left(3\right)+f'\left(5\right)+...+f'\left(2023\right)$

$$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+...+\left(\frac{1}{2023}-\frac{1}{2025}\right)=1-\frac{1}{2025}=\frac{2024}{2025}.$$

Câu 46. Cho phương trình $\log_2\left(2x^2-4x+6\right)=2^{y^2}+y^2-x^2+2x-2$. Có bao nhiêu cặp $\left(x;y\right)$ với $-10<x<10$, $y\in\mathbb{N}$ thoả mãn phương trình đã cho?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\log_2\left(2x^2-4x+6\right)=2^{y^2}+y^2-x^2+2x-2$

$$\Leftrightarrow\log_2\left(2\left(x^2-2x+3\right)\right)+x^2-2x+2=2^{y^2}+y^2$$

$$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-2x+3\right)+x^2-2x+3=2^{y^2}+y^2\quad(1)$$

Xét hàm số $f\left(t\right)=2^t+t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có: $f'\left(t\right)=2^t\ln2+1>0\ \forall t\in\mathbb{R}$. Nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Từ phương trình (1) ta suy ra: $f\left(\log_2\left(x^2-2x+3\right)\right)=f\left(y^2\right)\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-2x+3\right)=y^2$

$$\Leftrightarrow x^2-2x+3=2^{y^2}\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+2=2^{y^2}$$

Vì $-10<x<10$ nên $2\le\left(x-1\right)^2+2\le11^2+2=123$. Ta có: $2\le2^{y^2}\le123$.

Do $y\in\mathbb{N}$ nên $y\in\{1;2\}$.

Với $y=1$, ta có: $\left(x-1\right)^2+2=2\Leftrightarrow x=1$.

Với $y=2$, ta có: $\left(x-1\right)^2+2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{14}\\x=1-\sqrt{14}\end{array}\right.$.

Vậy có ba cặp số thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Trong không gian , cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$. Phươngtrình mặt phẳng $\left(Q\right)$ chứa trục Ox và cắt mặt cầu $\left(S\right)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 2 là

A. $\left(Q\right):2y+z=0$. **B.** $\left(Q\right):2y-z=0$. **C.** $\left(Q\right):y-2z=0$. **D.** $\left(Q\right):2x-z=0$.

Lời giải

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(3;-2;1\right)$ và bán kính $R=3$

Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox có dạng $By + Cz = 0$

Mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 2 nên

$$d\left(I;(Q)\right) = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\left|-2B + C\right|}{\sqrt{B^2 + C^2}} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow B^2 + 4BC + 4C^2 = 0$$

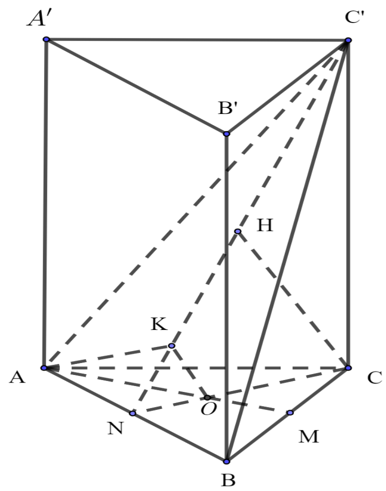
$$\Leftrightarrow B = -2C$$

Chọn $C = -1 \Rightarrow B = 2$. Khi đó $(Q): 2y - z = 0$.

Câu 48. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trục đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AB

Gọi O là trọng tâm ΔABC

Kẻ $CH \perp C'N \left(H \in C'N\right)$

Ta có $\begin{cases} AB \perp CN \\ AB \perp CC' \end{cases} \Rightarrow AB \perp \left(CC'N\right) \Rightarrow AB \perp CH$

$\Rightarrow CH \perp \left(ABC'\right) \Rightarrow d\left(C;\left(ABC'\right)\right) = CH = a$

Kẻ $OK \,//\, CH \left(K \in NC'\right)$

Ta có $\begin{cases} CH \perp (ABC') \\ AM \perp (BCC'B') \end{cases} \Rightarrow \alpha = (CH, AM) = (OK, AM) = \widehat{AOK}$

Vì $OK // CH \Rightarrow \frac{OK}{CH} = \frac{NO}{NC} = \frac{1}{3} \Rightarrow OK = \frac{a}{3}$

Xét ΔAOK vuông tại K có $\cos \widehat{AOK} = \frac{OK}{AO} \Rightarrow AO = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

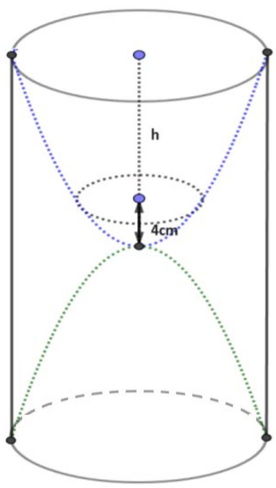
$\Rightarrow AM = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2a$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$

Xét $\Delta CC'N$ vuông tại C có $CC' = \frac{CN.CH}{\sqrt{CN^2 - CH^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Thể tích khối lăng trục đã cho là $V = B.h = a^2\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 49: Một chiếc đồng hồ cát gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ như hình vẽ (mặt nằm ngang là mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu ngoại tiếp hình trụ và song song với hai mặt đáy của hình trụ). Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ cát thì chiều cao h của mực cát bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của phần trên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $2,90\left(cm^3/phut\right)$. Khi chiều cao của cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn có chu vi $8\pi(cm)$. Biết sau 30 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài gần với số nào nhất?

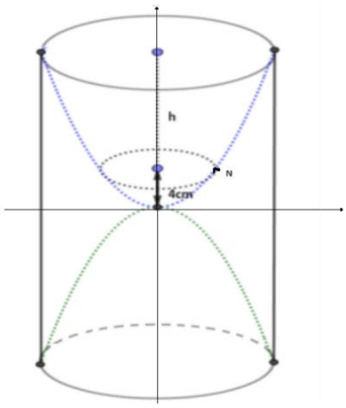


A. $8(cm)$. **B.** $12(cm)$. **C.** $9(cm)$. **D.** $10(cm)$.

Lời giải

Thể tích của cát trong đồng hồ là: $V = 30.2,90 = 87\left(cm^3\right)$.

Chọn gốc tọa độ như hình vẽ:



Chu vi của đường tròn là $8\pi(cm)$ nên bán kính đường tròn là $r=4$ khi đó điểm $N(4;4)$

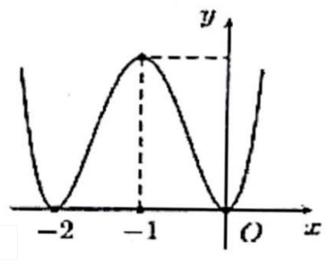
Gọi Parabol phía trên Ox có phương trình là: $y=ax^2$ vì parabol di qua $N(4;4)$ nên ta có phương trình: $4=a.4^2 \Leftrightarrow a=\frac{1}{4}$ nên phương trìnhParabol có dạng: $y=\frac{1}{4}x^2$

Thể tích của khối cát trong đồng hồ được tính theo công thức là :

$$V=\pi\int_0^h\left(2\sqrt{y}\right)^2 dy \Leftrightarrow 87=2\pi y^2\Big|_0^h \Leftrightarrow 87=2\pi h^2 \Leftrightarrow h\approx 3,7$$

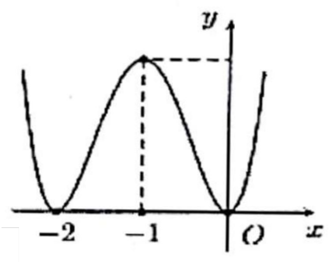
Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ cát thì chiều cao h của mực cát bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của phần trên đó nên chiều cao của khối trụ là: $3,7.\frac{4}{3}.2\approx 9.87$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)$ có đồ thị như hình vẽ . Hàm số $f(2x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải



Xét hàm số $y=f\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)\Rightarrow y'=f'\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right).\dfrac{2x+2}{\ln 2.\left(x^2+2x+2\right)}$

$$y'=0\Leftrightarrow f'\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right).\frac{2x+2}{\ln 2.\left(x^2+2x+2\right)}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ f'\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)=0\end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị là $\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=-2\\ x=0\end{array}\right.$ nên ta có

$$f'\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=0\end{array}\right.$$

Đặt $t=\log_2\left(x^2+2x+2\right)$ vì $\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=0\end{array}\right.$ nên $t=1\Rightarrow f'(t)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$

Xét hàm số $y=f(2x-1)\Rightarrow y'=2f'(2x-1)\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 2x-1=1\Leftrightarrow x=1$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
$y=f(2x-1)$	$\searrow$			$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

------HẾT------