

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Dành cho thí sinh dự thi vào lớp chuyên Toán)

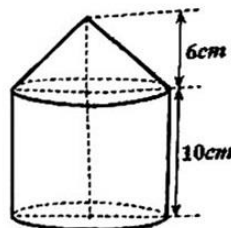
Ngày thi: 07/6/2024

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Đề thi có 01 trang, gồm 04 câu.

Câu I. (3,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{13 + 4\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{6} - 6}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

2. Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng: $(d_1): y = x + 2$; $(d_2): y = -2x - 1$ và $(d_3): y = (2m - 1)x + 3 - m$ đồng quy.3. Hình vẽ bên mô tả một chi tiết máy gồm hai phần, phần dưới có dạng hình trụ và phần trên có dạng hình nón. Biết rằng phần hình trụ có chu vi đáy bằng $37,68\text{cm}$ và chiều cao bằng 10cm ; phần hình nón có chiều cao bằng 6cm . Tính thể tích của chi tiết máy đó. (lấy $\pi \approx 3,14$)

Câu II. (3,0 điểm)

1. Giải phương trình: $4(x^2 + 2x + 3) = 5(x + 2)\sqrt{x^2 + 2}$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2y + 2x + 3y = 6 \\ 3xy + x + y = 5 \end{cases}$$

3. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$. Biết rằng phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm và các nghiệm đều là số nguyên. Chứng minh rằng $a^2 + (b - 1)^2$ là hợp số.

Câu III. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) , từ điểm A nằm ngoài đường tròn, vẽ hai tiếp tuyến AE , AF (E , F là các tiếp điểm). Trên tia đối của tia EA lấy điểm C sao cho $EC > EA$. Từ điểm C kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm). Gọi B là giao điểm của CD với AF . Đường thẳng AD cắt (O) tại điểm K (K khác D). Gọi M là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng EF . Từ điểm D kẻ đường thẳng song song với OM cắt EF tại N .

1. Chứng minh rằng $\widehat{FDN} = \widehat{ODE}$ 2. Chứng minh rằng OD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMD .3. Chứng minh rằng $\triangle FKM \sim \triangle DKE$ 4. Gọi DH là đường kính của (O) . Hai đường thẳng EF và KH cắt nhau tại T .Chứng minh rằng AT vuông góc với DO .

Câu IV. (1,0 điểm)

1. Trong chuỗi các sự kiện tại Lễ hội văn hoá đầu năm 2024, đoàn Nghệ thuật tỉnh H đã cử 10 ca sĩ tham gia biểu diễn tại các đêm nhạc. Biết rằng, mỗi đêm nhạc có đúng 5 ca sĩ tham gia biểu diễn và mỗi cặp 2 ca sĩ đều tham gia cùng nhau đúng k đêm nhạc ($k \in \mathbb{N}^*$). Chứng minh rằng có ít nhất 9 đêm nhạc đã diễn ra.

2. Cho các số thực dương a, b, c thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{b^2(2c+a)} + \frac{b^3}{c^2(2a+b)} + \frac{c^3}{a^2(2b+c)}$$

----- HẾT -----