

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $\sqrt{15x^2 - 2\sqrt{15}x + 30}$ khi $x = \sqrt{15}$.

2. Cho hai đường thẳng $d: y = 2x - 1$ và $d': y = x + m$ (m là tham số) cắt nhau tại điểm A . Tìm m để đoạn thẳng OA có độ dài bằng 1 (O là gốc tọa độ).

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$$
.

2. Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$.

Câu 3. (3,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC nhọn không cân, nội tiếp đường tròn (O) , đường cao AH ($H \in BC$). Gọi K, L lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB và AC . Đường thẳng KL cắt đường tròn (O) tại hai điểm P, Q (P nằm trên cung nhỏ AB).

a) Chứng minh $\widehat{AKL} = \widehat{ACB}$ và $AP = AQ$.

b) Đường thẳng AH cắt đường tròn (O) tại điểm T ($T \neq A$). Gọi D là chân đường vuông góc kẻ từ H đến KL . Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại M ($M \neq A$). Chứng minh $\widehat{HMT} = 90^\circ$.

2. Cho đoạn thẳng BC cố định và một điểm A thay đổi sao cho tam giác ABC vuông tại A . Hai đường phân giác trong của tam giác ABC là BD và CE cắt nhau tại điểm O . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BD^2}{BO^2} + \frac{CE^2}{CO^2}$.

Câu 4. (1,5 điểm)

1. Bạn An tham gia phiên chợ hè trong đó có sử dụng hai loại thẻ: loại thẻ giá 3000 đồng và loại thẻ giá 2000 đồng. Bạn An muốn dùng hết số tiền tiết kiệm của mình để mua x thẻ loại giá 3000 đồng và y thẻ loại giá 2000 đồng. Tìm số cách mua có đủ cả hai loại thẻ nếu tiền tiết kiệm của bạn An là 2024000 đồng.

2. Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn $p(p-1) = q(q^2-1)$.

Câu 5. (1,5 điểm)

1. Cho a, b, c là các số thực không âm và thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 8$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{2a+c}{1+bc} + \frac{2b+c}{1+ca}$$

2. Cho một mảnh giấy hình vuông. Mảnh giấy này được chia thành hai mảnh giấy bằng một đường cắt thẳng. Lấy một trong hai mảnh có được, ta lại làm như trên nhiều lần. Hỏi số lần cắt ít nhất phải là bao nhiêu để có thể nhận được 100 đa giác 20 cạnh.