

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \cos x \sin x$. D. $y = \sin x$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.
 C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 3: Cân nặng của 40 học sinh lớp 11 trường THPT A được cho bởi bảng sau:

Lớp cân nặng (kg)	[35; 37)	[37; 39)	[39; 41)	[41; 43]	
Tần số	6	9	11	14	N = 40

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu trên.

- A. $\bar{x} = 38,26$. B. $\bar{x} = 40,25$. C. $\bar{x} = 39,65$. D. $\bar{x} = 40,83$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công sai $d = 3$. Ba số hạng đầu u_1, u_2, u_3 của cấp số cộng theo thứ tự đó là:

- A. 1; 2; 3. B. 1; 5; 3. C. 5; 8; 11. D. 11; 5; 8.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 4) = 0$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng

- A. 3. B. -4. C. 4. D. 0.

Câu 6: Hàm số nào sau đây không liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $y = \cos x$. B. $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$. C. $y = \frac{3x}{x + 2}$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 7: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hai biến cố A và \bar{B} không độc lập. B. Hai biến cố \bar{A} và \bar{B} không độc lập.
 C. Hai biến cố \bar{A} và B độc lập. D. Hai biến cố A và $A \cup B$ độc lập.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. $\sin(2024a) = 2 \sin(1012a) \cos(1012a)$. B. $\sin(2024a) = 2012 \sin a \cos a$.
 C. $\sin(2024a) = 2 \sin a \cos a$. D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Câu 9: Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x^4}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{3}{2}}$. B. $P = x^{\frac{2}{3}}$. C. $P = x^{-2}$. D. $P = x^2$.

Câu 10: Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau: 3; 4; 6; 7; 8; 9; 10; 12; 13; 16.

- A. $Q_1 = 5; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12$. B. $Q_1 = 6; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12$.

C. $Q_1 = 6; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12,5$.

D. $Q_1 = 5; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12,5$.

Câu 11: Cho hình chóp $SABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $MN // (ABCD)$. B. $MN // (SAB)$. C. $MN // (SCD)$. D. $MN // (SBC)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA . Gọi H là giao điểm của AC và MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. MN và SC chéo nhau.

B. $MN // (SBD)$.

C. $MN \cap (SAC) = H$.

D. $MN // (ABCD)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 180 triệu đồng. Kể từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng thêm 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 39 triệu đồng. Kể từ quý thứ 2 trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng thêm 1,8 triệu đồng.

a) **[NB]** Nếu kí hợp đồng theo phương án 1, tiền lương người lao động được trả sau năm thứ 2 là 198 triệu đồng.

b) **[TH]** Nếu kí theo phương án 2, tổng tiền lương người lao động được trả sau năm thứ nhất là 180 triệu đồng.

c) **[TH]** Sau 2 năm, tổng tiền lương người lao động được trả theo phương án 1 ít hơn tổng tiền lương người lao động được trả theo phương án 2.

d) **[VD,VDC]** Đến năm thứ 5, số tiền lương người lao động nhận được trong 1 năm theo phương án 1 ít hơn số tiền lương người lao động nhận được trong 1 năm theo phương án 2.

Câu 2: Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot DEF$ có I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, DEF, CDF . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, EF . Các khẳng định sau đúng hay sai?

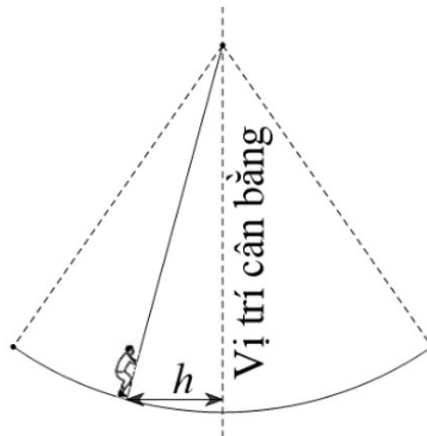
a) **[NB]** Đường thẳng AM cắt mặt phẳng (DEF) .

b) **[TH]** Tứ giác $AMND$ là hình bình hành.

c) **[TH]** Đường thẳng AD cắt mặt phẳng (IJK) .

d) **[VD]** $(IJK) // (BCFE)$.

Câu 3: Khi quan sát trò chơi đánh đu, khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng.



Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách $h(m)$ từ người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian $t(s)$ với $t \geq 0$ bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 4 \cos \left[\frac{\pi}{3} (2t - 3) \right]$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại.

a) **[NB]** Với $t = 1$, người chơi đu cách vị trí cân bằng $h = 2m$.

b) **[TH]** Vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu tại thời điểm $t = \frac{5}{2}$ giây.

c) **[TH]** Người chơi đu đạt khoảng cách lớn nhất bằng $h = 4m$.

d) **[VD]** Trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 10 giây người chơi đu qua vị trí cân bằng 7 lần.

Câu 4: Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_s , thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$ (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M). Một con Gà Tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$. Biết rằng nhiệt độ của Gà Tây sau nửa giờ là $150^\circ F$.

a) **[NB]** Nhiệt độ căn phòng lớn hơn nhiệt độ Gà Tây.

b) **[TH]** Độ chênh lệch nhiệt độ bằng $130^\circ F$.

c) **[TH]** Nếu nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh bằng nhau thì $T(t) = T_s$.

d) **[VD, VDC]** Nhiệt độ của Gà Tây sau 60 phút lớn hơn $110^\circ F$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hằng ngày mực nước của con sông lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (đơn vị là mét) của mực nước con sông được đo tại vị trí 1 cây cầu bắc ngang qua sông này, tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức

$h(t) = 5 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 16$. Gọi t_{\min} là thời gian ngắn nhất để mực nước của sông tại vị trí đo là cao nhất. Tính t_{\min} .

Câu 2: Một hộp có 6 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 5 viên bi. Xác suất để 5 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh là $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$) với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Câu 3: Nhân dịp họp mặt đội tuyển HSG của trường THPT A trước kỳ thi HSG cấp tỉnh, các bạn trong nhóm đội tuyển Toán có ý định đặt một bánh gatô có hình dạng chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, cạnh bên $BC = 25 \text{ cm}$, hai đáy $AB = 50 \text{ cm}$, $CD = 30 \text{ cm}$. Bạn đội trưởng dự định trang trí một cây nến to tại đỉnh S của hình chóp, nhưng các bạn trong nhóm lại muốn đề dòng chữ “Mã đáo thành công” ở mặt phía trên của chiếc bánh đó, nên đã nảy ra ý định cắt phần chóp của cái bánh bởi một mặt phẳng (α) song song với mặt đáy $(ABCD)$ và cắt cạnh SO tại I sao cho $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{5}$. Tính diện tích phần mặt trên của chiếc bánh sau khi cắt bởi mặt phẳng (α) (đơn vị diện tích cm^2)? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4: Biết rằng $a + b = 4$ và $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right)$ là hữu hạn. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{b}{1-x^3} - \frac{a}{1-x} \right)$.

Câu 5: Trong hội chợ xuân, công ty sữa Vinamilk muốn xếp 1000 hộp sữa theo số lượng 1; 3; 5; 7; ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số tự nhiên lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Công ty sữa trên xếp hàng cuối cùng **nhiều nhất** được bao nhiêu hộp sữa?



Câu 6: Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}C)$ của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức: $T = 25 + 75e^{-0,6t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút. Hỏi sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$ (làm tròn t đến chữ số thập phân thứ nhất).

----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	C	C	C	C	C	A	B	B	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	9	355	147	1	61	5

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.** $y = \tan x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \cos x \sin x$. **D.** $y = \sin x$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \cos x$ có tập xác định $\mathbb{R} \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$

Đặt $f(x) = \cos x$. Khi đó $\forall x \in \mathbb{R}: f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$.

Do đó $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Hàm số $y = \sin x$, $y = \tan x$ là hàm số lẻ. Hàm số $y = f(x) = \cos x \sin x$

$$\forall x \in \mathbb{R}: f(-x) = \cos(-x) \cdot \sin(-x) = -\cos x \cdot \sin x = -f(x)$$

Hàm số $y = f(x) = \cos x \sin x$ là hàm số chẵn.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 2 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

Câu 3: Cân nặng của 40 học sinh lớp 11 trường THPT A được cho bởi bảng sau:

Lớp cân nặng (kg)	[35; 37)	[37; 39)	[39; 41)	[41; 43]	
Tần số	6	9	11	14	$N = 40$

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu trên.

A. $\bar{x} = 38,26.$

B. $\bar{x} = 40,25.$

C. $\bar{x} = 39,65.$

D. $\bar{x} = 40,83.$

Lời giải

Chọn C

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x} = \frac{36.6 + 38.9 + 40.11 + 42.14}{40} = 39,65.$$

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công sai $d = 3$. Ba số hạng đầu u_1, u_2, u_3 của cấp số cộng theo thứ tự đó là:

A. 1; 2; 3.

B. 1; 5; 3.

C. 5; 8; 11.

D. 11; 5; 8.

Lời giải

Chọn C

$$u_1 = 5; d = 3$$

$$u_2 = u_1 + d = 5 + 3 = 8$$

$$u_3 = u_2 + d = 8 + 3 = 11.$$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 4) = 0$ Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ bằng

A. 3.

B. -4.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 4) = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$$

Câu 6: Hàm số nào sau đây không liên tục trên \mathbb{R} .

A. $y = \cos x.$

B. $y = \frac{2x}{x^2 + 1}.$

C. $y = \frac{3x}{x + 2}.$

D. $y = x^2 - 3x + 2.$

Lời giải

Chọn C

Theo định lí hàm đa thức liên tục trên \mathbb{R}
Hàm phân thức hữu tỉ liên tục trên TXĐ của chúng
Hàm số không liên tục trên \mathbb{R} là $y = \frac{3x}{x+2}$.

Câu 7: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hai biến cố A và \bar{B} không độc lập. **B.** Hai biến cố \bar{A} và \bar{B} không độc lập.
C. Hai biến cố \bar{A} và B độc lập. **D.** Hai biến cố A và $A \cup B$ độc lập.

Lời giải

Chọn C

Theo chú ý hai biến cố độc lập
 A và B là hai biến cố độc lập thì các cặp biến cố A và \bar{B} , \bar{A} và B , \bar{A} và \bar{B} cũng độc lập

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** $\sin(2024a) = 2\sin(1012a)\cos(1012a)$. **B.** $\sin(2024a) = 2012\sin a \cos a$.
C. $\sin(2024a) = 2\sin a \cos a$. **D.** $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Lời giải

Chọn A

Công thức nhân đôi $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$
Ta có $\sin(2024a) = 2\sin(1012a)\cos(1012a)$

Câu 9: Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x^4}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = x^{\frac{3}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $P = x^{-2}$. **D.** $P = x^2$.

Lời giải

Chọn B

$$P = \sqrt[6]{x^4} = x^{\frac{4}{6}} = x^{\frac{2}{3}}$$

Câu 10: Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau: 3; 4; 6; 7; 8; 9; 10; 12; 13; 16.

- A.** $Q_1 = 5; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12$. **B.** $Q_1 = 6; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12$.
C. $Q_1 = 6; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12,5$. **D.** $Q_1 = 5; Q_2 = 8,5; Q_3 = 12,5$.

Lời giải

Chọn B

Mẫu số liệu trên có 10 số, tứ phân vị thứ 2 là trung bình cộng của số thứ 10 và 11

$$Q_2 = \frac{8+9}{2} = 8,5$$

Tứ phân vị thứ nhất là số hạng thứ 3 nên $Q_1 = 6$.

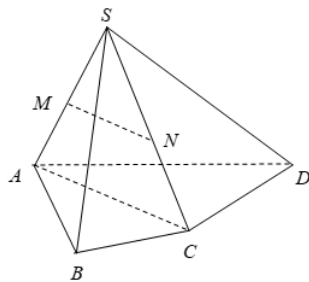
Tứ phân vị thứ ba là số hạng thứ 8 nên $Q_3 = 12$.

Câu 11: Cho hình chóp $SABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $MN \parallel (ABCD)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SCD)$. **D.** $MN \parallel (SBC)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: MN là đường trung bình của ΔSAC nên $MN \parallel AC$.

Mà $MN \not\subset (ABCD)$, $AC \subset (ABCD)$.

Nên $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA . Gọi H là giao điểm của AC và MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. MN và SC chéo nhau.

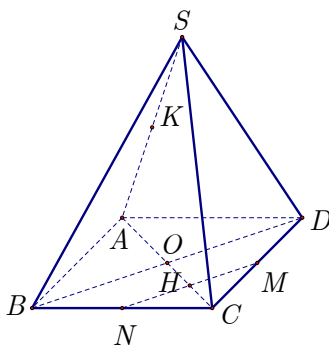
B. $MN \parallel (SBD)$.

C. $MN \cap (SAC) = H$.

D. $MN \parallel (ABCD)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $MN \subset (ABCD)$, $SC \cap (ABCD) = C \notin MN \Rightarrow MN, SC$ chéo nhau. Do đó A đúng.

Ta có $MN \parallel BD \subset (SBD) \Rightarrow MN \parallel (SBD)$. Do đó B đúng.

Ta có $MN \cap AC = H$, $AC \subset (SAC) \Rightarrow MN \cap (SAC) = H$. Do đó C đúng.

Ta có $M \in BC, N \in DC \Rightarrow MN \subset (ABCD)$. Do đó D sai. **PHẦN II.**

Câu 1: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 180 triệu đồng. Kể từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng thêm 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 39 triệu đồng. Kể từ quý thứ 2 trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng thêm 1,8 triệu đồng.

a) [NB] Nếu kí hợp đồng theo phương án 1, tiền lương người lao động được trả sau năm thứ 2 là 198 triệu đồng.

b) [TH] Nếu kí theo phương án 2, tổng tiền lương người lao động được trả sau năm thứ nhất là 180 triệu đồng.

c) [TH] Sau 2 năm, tổng tiền lương người lao động được trả theo phương án 1 ít hơn tổng tiền lương người lao động được trả theo phương án 2.

d) [VD, VDC] Đến năm thứ 5, số tiền lương người lao động nhận được trong 1 năm theo phương án 1 ít hơn số tiền lương người lao động nhận được trong 1 năm theo phương án 2.

Lời giải

+ **Theo phương án 1:** gọi (u_n) là dãy số tiền lương của người lao động qua mỗi năm

Ta có dãy số (u_n) lập thành CSC với $u_1 = 180, d = 18$

+ **Theo phương án 2:** gọi (v_n) là dãy số tiền lương của người lao động qua từng quý

Ta có dãy số (v_n) lập thành CSC với $v_1 = 39, d = 1,8$

a) Đúng

Theo phương án 1: số tiền lương mà người lao động được trả sau năm thứ 2 là

$$u_2 = u_1 + d = 180 + 18 = 198 \text{ triệu đồng.}$$

b) Sai

Theo phương án 2: sau 1 năm tương đương với sau 4 quý

$$\text{Tổng tiền lương người lao động được hưởng là } S_4 = \frac{4}{2}(2.39 + 3.1,8) = 166,8 \text{ triệu đồng.}$$

c) Sai

Sau 2 năm, theo phương án 1, tổng tiền lương người lao động được trả là

$$S_2 = u_1 + u_2 = 180 + 198 = 378 \text{ triệu đồng}$$

Sau 2 năm (8 quý), theo phương án 2, tổng tiền lương người lao động được trả là

$$S_8 = \frac{n}{2}[2v_1 + (n-1)d] = \frac{8}{2}[2.39 + (8-1).1,8] = 362,4 \text{ triệu đồng.}$$

d) Đúng

Đến năm thứ 5.

Theo phương án 1: tổng số tiền người lao động được trả trong năm thứ 5 là

$$u_5 = u_1 + 4d = 180 + 4.18 = 252 \text{ triệu đồng.}$$

Theo phương án 2: tổng số tiền người lao động được trả trong năm thứ 5 (từ quý thứ 17 đến quý 20) là

$$v_{17} + v_{18} + v_{19} + v_{20} = S_{20} - S_{16} = \frac{20}{2}[2.39 + (20-1).1,8] - \frac{16}{2}[2.39 + (16-1).1,8] = 282 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 2: Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot DEF$ có I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, DEF, CDF .

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, EF . Các khẳng định sau đúng hay sai?

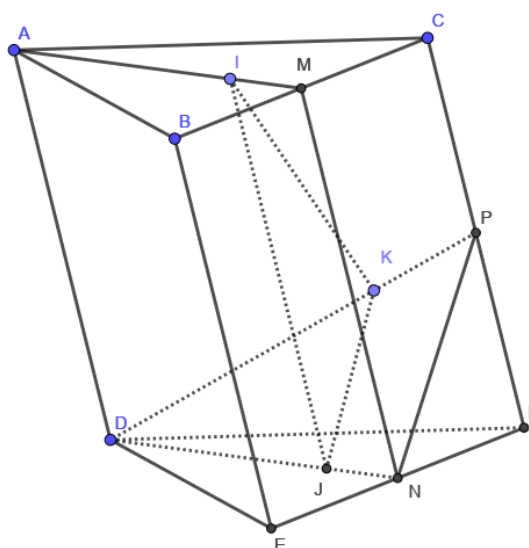
a) **[NB]** Đường thẳng AM cắt mặt phẳng (DEF) .

b) **[TH]** Tứ giác $AMND$ là hình bình hành.

c) **[TH]** Đường thẳng AD cắt mặt phẳng (IJK) .

d) **[VD]** $(IJK) \parallel (BCFE)$.

Lời giải



a) Vì $(ABC) // (DEF)$ mà $AM \subset (ABC)$ nên $AM // (DEF)$. Khẳng định a) **sai**.

b) Ta có MN là đường trung bình của hình bình hành $BCFE$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN // BE \\ MN = BE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN // BE // AD \\ MN = BE = AD \end{cases} \text{ (vì tứ giác } ABED \text{ là hình bình hành)}$$

\Rightarrow Tứ giác $AMND$ là hình bình hành. Khẳng định b) **đúng**.

c) Vì I, J theo thứ tự là trọng tâm các tam giác ABC, DEF nên

$$IM = JN = \frac{1}{3}DN = \frac{1}{3}AM \text{ (do tứ giác } AMND \text{ là hình bình hành } \Rightarrow AM = DN) \text{ mà } IM // JN$$

nên tứ giác $IMNJ$ là hình bình hành. Suy ra $IJ // MN, IJ \subset (IJK) \Rightarrow MN // (IJK)$.

Ta lại có $AD // MN$ (vì tứ giác $AMND$ là hình bình hành). Vậy $AD // (IJK)$. Khẳng định c) **sai**.

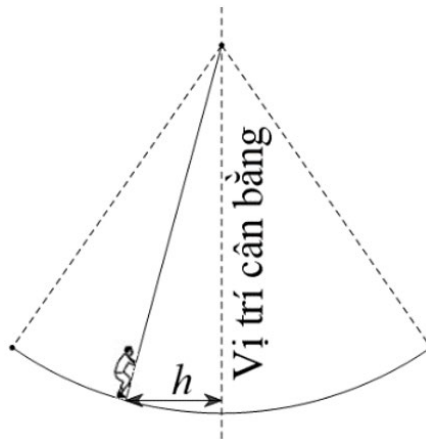
d) Theo câu c) $IJ // MN$ (1)

$$\text{Gọi } P \text{ là trung điểm của } CC', \text{ trong tam giác } DNP \text{ có } \frac{DJ}{DN} = \frac{DK}{DP} = \frac{2}{3} \text{ (tính chất trọng tâm)}$$

Suy ra $JK // NP$ và $IJ, JK \subset (IJK), IJ$ cắt JK tại J và $MN, NP \subset (BCFE)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(IJK) // (BCFE)$. **ĐÚNG**.

Câu 3: Khi quan sát trò chơi đánh đu, khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng.



Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách $h(m)$ từ người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian $t(s)$ với $t \geq 0$ bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 4 \cos \left[\frac{\pi}{3}(2t - 3) \right]$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại.

a) [NB] Với $t = 1$, người chơi đu cách vị trí cân bằng $h = 2m$.

b) [TH] Vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu tại thời điểm $t = \frac{5}{2}$ giây.

c) [TH] Người chơi đu đạt khoảng cách lớn nhất bằng $h = 4m$.

d) [VD] Trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 10 giây người chơi đu qua vị trí cân bằng 7 lần.

Lời giải

a) Với $t = 1$ ta được $h = |d| = \left| 4 \cos \left[\frac{\pi}{3}(2 \cdot 1 - 3) \right] \right| = 2m$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Với $t = \frac{5}{2}$ ta được $d = 4 \cos \left[\frac{\pi}{3} \left(2 \cdot \frac{5}{2} - 3 \right) \right] = -2 < 0$, suy ra vị trí cân bằng ở phía trước mặt người chơi đu. Vậy mệnh đề **sai**.

c) Ta có: $-1 \leq \cos \left[\frac{\pi}{3} (2t - 3) \right] \leq 1$

Nên $-4 \leq 4 \cos \left[\frac{\pi}{3} (2t - 3) \right] \leq 4$

Hay $-4 \leq d \leq 4$.

Do đó, $0 \leq |d| \leq 4$.

Vậy h lớn nhất bằng 4 khi $|d| = 4$

d) Người chơi đu qua vị trí cân bằng thì ta có $d = 0 \Leftrightarrow 4 \cos \left[\frac{\pi}{3} (2t - 3) \right] = 0$

Hay $\cos \left[\frac{\pi}{3} (2t - 3) \right] = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} (2t - 3) = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow 2t - 3 = \frac{3}{2} + 3k \Leftrightarrow t = \frac{9}{4} + \frac{3}{2}k, k \in \mathbb{Z}$

Theo đề bài ta có $0 \leq t \leq 10$ nên $\begin{cases} 0 \leq \frac{9}{4} + \frac{3}{2}k \leq 10 \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} \leq k \leq \frac{31}{6} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 10 giây người chơi đu qua vị trí cân bằng 7 lần.

Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_s , thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số:

$T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$ (1) (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M). Một con Gà Tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$. Biết rằng nhiệt độ của Gà Tây sau nửa giờ là $150^\circ F$.

a) **[NB]** Nhiệt độ căn phòng lớn hơn nhiệt độ Gà Tây.

b) **[TH]** Độ chênh lệch nhiệt độ bằng $130^\circ F$.

c) **[TH]** Nếu nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh bằng nhau thì $T(t) = T_s$.

d) **[VD,VDC]** Nhiệt độ của Gà Tây sau 60 phút lớn hơn $110^\circ F$.

Lời giải

a) **[NB]** Ta có căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$ và nhiệt độ của Gà Tây đã đạt đến $195^\circ F$. Suy ra mệnh đề sai.

b) **[TH]** Độ chênh lệch nhiệt độ là $D_0 = 195 - 65 = 130^\circ F$. Suy ra mệnh đề đúng.

c) **[TH]** Nếu nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh bằng nhau thì $D_0 = 0$.

Do đó $T(t) = T_s + 0 \cdot e^{-kt} = T_s$ hay $T(t) = T_s$. Suy ra mệnh đề đúng.

d) **[VD,VDC]** Sau nửa giờ ($t = 0,5$) thì nhiệt độ của gà là $T = 150$.

Áp dụng công thức (1): $150 = 65 + 130 \cdot e^{-k(0,5)} \Leftrightarrow e^{-k} = \left(\frac{17}{26} \right)^2$.

Vậy $T(t) = 65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26} \right)^{2t}$.

Suy ra nhiệt độ của gà sau 60 phút ($t = 1$ giờ) là: $65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26} \right)^{2,1} \approx 121^\circ F > 110^\circ F$.

Suy ra mệnh đề đúng.

PHẦN III.

Câu 1: Hằng ngày mực nước của con sông lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (đơn vị là mét) của mực nước con sông được đo tại vị trí 1 cây cầu bắc ngang qua sông này, tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức

$h(t) = 5 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 16$. Gọi t_{\min} là thời gian ngắn nhất để mực nước của sông tại vị trí đo là cao nhất. Tính t_{\min} .

Lời giải

Đáp án: 9.

Ta có $-5 \leq 5 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 5 \Leftrightarrow 11 \leq 5 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 16 \leq 21 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 21$

Max $h = 21 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k$

Thời gian ngắn nhất là $t_{\min} = -3 + 12 = 9$.

Câu 2: Một hộp có 6 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 5 viên bi. Xác suất để 5 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh là

$\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$) với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Lời giải

Đáp án: 355.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^5 = 792$.

Gọi A là biến cố “5 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh”. Tất cả các trường hợp xảy ra biến cố A gồm:

TH1: Chọn 1 bi đỏ và 4 bi xanh nên có $C_6^1 \cdot C_4^4 = 6$ cách.

TH2: Chọn 2 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_6^2 \cdot C_4^3 = 60$ cách.

TH3: Chọn 3 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_6^3 \cdot C_4^2 = 120$ cách.

TH4: Chọn 4 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_6^4 \cdot C_4^1 = 20$ cách.

TH5: Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng, và 2 bi xanh nên có $C_6^2 \cdot C_2^1 \cdot C_4^2 = 180$ cách.

TH6: Chọn 3 bi đỏ, 1 bi vàng, và 1 bi xanh nên có $C_6^3 \cdot C_2^1 \cdot C_4^1 = 160$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 6 + 60 + 120 + 20 + 180 + 160 = 546$.

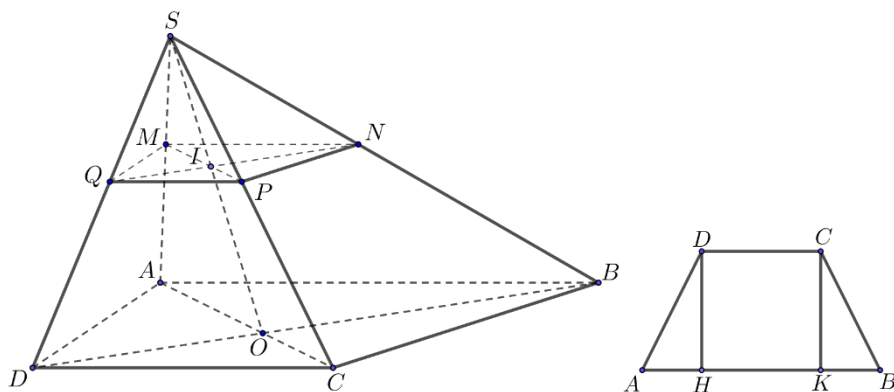
Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{546}{792} = \frac{91}{132}$.

Suy ra $T = 91 + 2 \cdot 132 = 355$.

Câu 3: Nhân dịp họp mặt đội tuyển HSG của trường THPT A trước kỳ thi HSG cấp tỉnh, các bạn trong nhóm đội tuyển Toán có ý định đặt một bánh gatô có hình dạng chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, cạnh bên $BC = 25 \text{ cm}$, hai đáy $AB = 50 \text{ cm}$, $CD = 30 \text{ cm}$. Bạn đội trưởng dự định trang trí một cây nến to tại đỉnh S của hình chóp, nhưng các bạn trong nhóm lại muốn đề dòng chữ “Mã đáo thành công” ở mặt phía trên của chiếc bánh đó, nên đã nảy ra ý định cắt phần chóp của cái bánh bởi một mặt phẳng (α) song song với mặt đáy $(ABCD)$ và cắt cạnh SO tại I sao cho $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{5}$. Tính diện tích phần mặt trên của chiếc bánh sau khi cắt bởi mặt phẳng (α) (đơn vị diện tích cm^2)? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp án: 147



Trong hình thang $ABCD$ ở mặt phẳng đáy, gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C lên AB .

Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $AH = BK = \frac{AB - HK}{2} = \frac{AB - CD}{2} = \frac{50 - 30}{2} = 10(\text{cm})$.

Ta có $CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{25^2 - 10^2} = 5\sqrt{21}(\text{cm})$.

Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot CK}{2} = \frac{(50 + 30) \cdot 5\sqrt{21}}{2} = 200\sqrt{21}(\text{cm}^2).$$

Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của (α) và các cạnh SA, SB, SC, SD . Suy ra hình phẳng tạo bởi các đoạn giao tuyến chung của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp là hình thang $MNPQ$ với $MN \parallel PQ$.

Vì (α) song song với $(ABCD)$

Nên theo định lý Thales, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{5} \Rightarrow k = \frac{2}{5}$.

Vậy diện tích hình hình thang $MNPQ$ là :

$$S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 200\sqrt{21} = 32\sqrt{21} \approx 147(\text{cm}^2).$$

Câu 4: Biết rằng $a + b = 4$ và $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right)$ là hữu hạn. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{b}{1-x^3} - \frac{a}{1-x} \right)$.

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + ax + ax^2 - b}{1-x^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + ax + ax^2 - b}{(1-x)(1+x+x^2)}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right)$ là hữu hạn $\Leftrightarrow 1 + a \cdot 1 + a \cdot 1^2 - b = 0 \Leftrightarrow 2a - b = -1$.

Kết hợp với giả thiết, ta có $\begin{cases} a + b = 4 \\ 2a - b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$

Vậy $L = -\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^3} \right) = -\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{(1-x)(1+x+x^2)} = -\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x+2)}{1+x+x^2} = 1$.

Câu 5: Trong hội chợ xuân, công ty sữa Vinamilk muốn xếp 1000 hộp sữa theo số lượng 1; 3; 5; 7; ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số tự nhiên lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Công ty sữa trên xếp hàng cuối cùng **nhieu nhất** được bao nhiêu hộp sữa?



Lời giải

Đáp án: 61.

Công ty sữa xếp theo mô hình mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số tự nhiên lẻ liên tiếp 1; 3; 5; 7; ... tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 2$.

Khi đó, ta có cấp số cộng (u_n) với $u_n = u_1 + (n-1)d = 2n-1$, ($n \in \mathbb{N}^*$).

Ta có: $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \leq 1000 \Leftrightarrow n^2 \leq 1000$. Do $n \in \mathbb{N}^*$ và n lớn nhất nên $n = 31$.

Công ty sữa Vinamilk xếp hàng cuối cùng được số hộp sữa là: $u_{31} = 2 \cdot 31 - 1 = 61$.

Câu 6: Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}C)$ của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức: $T = 25 + 75e^{-0,6t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút. Hỏi sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$ (làm tròn t đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Đáp án: 5.

Nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$, tức $T = 30^{\circ}C$, khi đó t thỏa mãn phương trình

$$30 = 25 + 75e^{-0,6t} \Leftrightarrow 75e^{-0,6t} = 5 \Leftrightarrow e^{-0,6t} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow -0,6t = \ln\left(\frac{1}{15}\right) \Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{1}{15}\right)}{-0,6} \approx 4,5.$$

Vậy sau khoảng 4,5 phút nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$.

--- Hết ---

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: [NB] Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- A.** song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Câu 2: [NB] Cho $C = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+2}{x+2}$. Giá trị của C là

- A.** 2 . **B.** -2 . **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$

Câu 3: [NB] Thống kê điểm kiểm tra môn Toán của 45 học sinh lớp 10A như sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	11	9	16	4	3

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 4: [NB] Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

- A.** 30. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Câu 5: [NB] Cho dãy số cấp số nhân $u_n = 5^n$ số hạng thứ năm của dãy số cấp số nhân trên có giá trị là bao nhiêu?

- A.** 1025. **B.** 1225. **C.** 3125. **D.** 25.

Câu 6: [NB] Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là

- A.** $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$. **B.** $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$. **D.** $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

Câu 7: [NB] Cho a là số thực dương khác 1, khi đó $I = \log_a a^3$ có giá trị là

- A.** $I = a^3$. **B.** $I = 3a$. **C.** $I = a$. **D.** $I = 3$.

Câu 8: [NB] Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N = 100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

- A. 156,5. B. 157. C. 157,5. D. 158.

Câu 9: [NB] Tập nghiệm của phương trình $2^x = 4$ là

- A. $\{1\}$. B. \emptyset . C. $\{2\}$. D. $\{0\}$.

Câu 10: [NB] Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β) . Mệnh đề nào sau đây SAI?

- A. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$. B. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$.
C. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow b // (\alpha)$. D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Câu 11: [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ và $f(2) = m^2 - 2$ với $x \neq 2$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ là:

- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\pm\sqrt{3}$. D. ± 3 .

Câu 12: [TH] Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn ra từ đó 3 tem thư và 3 bì thư. Có bao nhiêu cách như vậy?

- A. $C_5^3 \cdot C_6^3$. B. $C_5^3 + C_6^3$. C. $3 \cdot C_5^3$. D. $3 \cdot C_6^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Một người vừa gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện, sau đó người này tiếp tục chọn ngẫu nhiên một lá bài từ bộ bài 52 lá. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Gọi A là biến cố: "Số chấm của xúc xắc lớn nhất", khi đó xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{1}{2}.$$

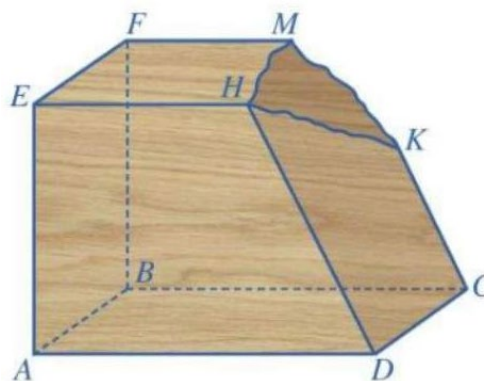
b) [TH] Gọi B là biến cố: "Chọn được một lá bài tây", khi đó xác suất của biến cố B là

$$P(B) = \frac{3}{13}.$$

c) [TH] Xác suất để số chấm trên con xúc xắc là lớn nhất và chọn được một lá bài tây bằng $\frac{1}{12}$.

d) [VD,VDC] Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng $\frac{1}{16}$.

Câu 2: Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD) // (EFMH), CK // DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (Hình 1). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (R) đi qua K và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.



Hình 1

a) [NB] $EH // (ABCD)$.

b) [TH] Giao tuyến của mặt phẳng (R) với mặt phẳng $(BCMF)$ là đường thẳng qua K và song song với CD .

c) [TH] Giao tuyến của mặt phẳng (R) với các mặt của khối gỗ là hình tứ giác.

d) [VD,VDC] Gọi I, J lần lượt là giao điểm DH, BF với mặt phẳng (R) . Biết $BF = 60$ cm, $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm. Độ dài đoạn $FJ = 28$ (cm).

Câu 3: Người ta đo đường kính của 57 cây gỗ được trồng sau 10 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số cây	4	10	24	13	6

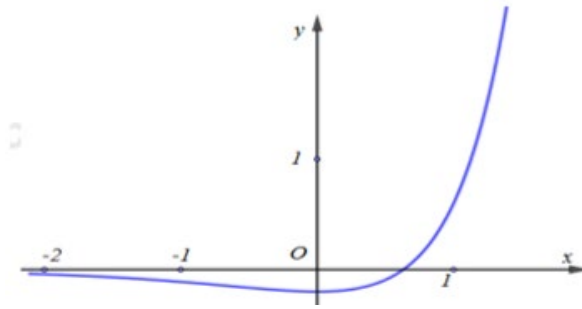
a) [NB] Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 57$.

b) [TH] Đường kính trung bình của 57 cây gỗ là 33,11 cm (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

c) [TH] Số cây có đường kính khoảng 31,8 cm là nhiều nhất

d) [VD] Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,38$ 33,11 cm (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^x$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau



- a) **[NB]** Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- b) **[TH]** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.
- c) **[TH]** Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x = \log_3 2$.
- d) **[VD,VDC]** Bất phương trình $f(x) \geq 3$ có tập nghiệm là $[a; +\infty)$ với a là số nguyên tố.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$, với t là thời gian tính bằng giây và x là quãng đường tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 2: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)\right) = 0$. Tính $a + 4b$.

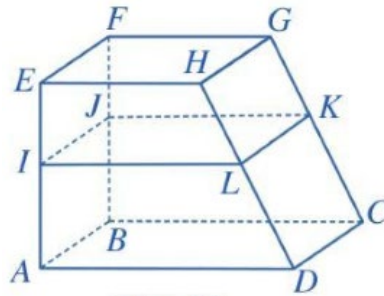
Câu 3: Anh An đi làm với mức lương khởi điểm là x (triệu đồng)/ tháng, và số tiền lương này được nhận vào ngày đầu tháng. Vì làm việc chăm chỉ và có trách nhiệm nên sau 12 tháng kể từ ngày đi làm, anh An được tăng lương thêm 10%. Mỗi tháng, anh ta giữ lại 20% số tiền lương để gửi tiết kiệm ngân hàng với kì hạn 1 tháng và lãi suất là 0,5%/tháng, theo hình thức lãi kép (tức tiền lãi của tháng này được nhập vào vốn để tính lãi cho tháng tiếp theo). Sau 24 tháng kể từ ngày đi làm, anh An nhận được số tiền cả gốc và lãi là 100 triệu đồng. Hỏi mức lương khởi điểm của anh An là bao nhiêu triệu đồng(làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân)?

Câu 4: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số như sau:

Nhóm	Tần số
[5,45;5,85)	5
[5,85;6,25)	9
[6,25;6,65)	15
[6,65;7,05)	19

[7,05;7,45)	16
[7,45;7,85)	8
[7,85;8,25)	2
	$n = 74$

Câu 5: Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới ($ABCD$) và mâm tầng trên ($EFGH$) song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 180\text{ cm}$ và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa ($IJKL$) song song với hai mâm tầng trên và dưới sao cho khoảng cách $EI = 60\text{ cm}$ (Hình dưới). Hãy tính số m^2 gỗ cần dùng để làm mâm gỗ của tầng giữa biết rằng mâm gỗ dưới cùng là hình chữ nhật có diện tích là $7,2(\text{m}^2)$.



Câu 6: Một hộp đựng 5 viên bi trắng, 7 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Tính xác suất để 3 viên bi được chọn không cùng một màu.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	D	C	C	D	B	C	A	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) S	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	20	-1	18,7	0,9	0,8	0,91

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: [NB] Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- A.** song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: [NB] Cho $C = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+2}{x+2}$. Giá trị của C là

- B.** 2 . **B.** -2 . **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$C = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+2}{x+2} = \frac{3 \cdot 2 + 2}{2 + 2} = 2.$$

Câu 3: [NB] Thống kê điểm kiểm tra môn Toán của 45 học sinh lớp 10A như sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	11	9	16	4	3

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 6. **B. 8.** C. 10. D. 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có một là giá trị có tần số lớn nhất, suy ra $M_e = 8$

Câu 4: [NB] Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

- A. 30. **B. 12.** C. 18. **D. 216.**

Lời giải

Chọn D

Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là: $12 \cdot 18 = 216$

Câu 5: [NB] Cho dãy số cấp số nhân $u_n = 5^n$ số hạng thứ năm của dãy số cấp số nhân trên có giá trị là bao nhiêu?

- A. 1025. **B. 1225.** **C. 3125.** D. 25.

Lời giải

Chọn C

Ta có số hạng thứ năm của dãy số cấp số nhân trên có giá trị là: $5^5 = 3125$

Câu 6: [NB] Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là

- A. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$. **B. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.**
C. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên α nằm trong góc phần tư thứ 2 nên $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$.

Câu 7: [NB] Cho a là số thực dương khác 1, khi đó $I = \log_a a^3$ có giá trị là

- A. $I = a^3$. **B. $I = 3a$.** **C. $I = a$.** **D. $I = 3$.**

Lời giải

Chọn D

$$I = \log_a a^3 = 3 \log_a a = 3$$

Câu 8: [NB] Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N = 100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

- A.** 156,5. **B.** 157. **C.** 157,5. **D.** 158.

Lời giải

Chọn B

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là $\frac{156 + 158}{2} = 157$.

Câu 9: [NB] Tập nghiệm của phương trình $2^x = 4$ là

- A.** $\{1\}$. **B.** \emptyset . **C.** $\{2\}$. **D.** $\{0\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^x = 4 \Leftrightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

Câu 10: [NB] Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β) . Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

- A.** $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // b$. **B.** $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow a // (\beta)$.
C. $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow b // (\alpha)$. **D.** a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Lời giải

Chọn A

a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Câu 11: [TH] Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ và $f(2) = m^2 - 2$ với $x \neq 2$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ là:

A. $\sqrt{3}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. $\pm\sqrt{3}$.

D. ± 3 .

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 1. \text{ Vậy } m^2 - 2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Câu 12: [TH] Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn ra từ đó 3 tem thư và 3 bì thư. Có bao nhiêu cách như vậy?

A. $C_5^3 \cdot C_6^3$.

B. $C_5^3 + C_6^3$.

C. $3 \cdot C_5^3$.

D. $3 \cdot C_6^3$.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 3 tem thư trong 5 tem thư là: C_5^3

Số cách chọn ra 3 phong bì thư trong 6 phong bì thư là: C_6^3

Số cách chọn ra từ đó 3 tem thư và 3 bì thư $C_5^3 \cdot C_6^3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Một người vừa gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện, sau đó người này tiếp tục chọn ngẫu nhiên một lá bài từ bộ bài 52 lá. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Gọi A là biến cố: "Số chấm của xúc xắc lớn nhất", khi đó xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{1}{2}.$$

b) [TH] Gọi B là biến cố: "Chọn được một lá bài tây", khi đó xác suất của biến cố B là

$$P(B) = \frac{3}{13}.$$

c) [TH] Xác suất để số chấm trên con xúc xắc là lớn nhất và chọn được một lá bài tây bằng $\frac{1}{12}$.

d) [VD, VDC] Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng $\frac{1}{16}$.

Lời giải

a) Sai.

Gọi A là biến cố: "Số chấm của xúc xắc lớn nhất".

Suy ra $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $A = \{6\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$.

b) Đúng.

B là biến cố: "Chọn được một lá bài tây".

Trong bộ bài 52 là có 12 lá bài tây, nên xác suất chọn được một lá bài tây là $P(B) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$.

c) Sai.

Vì A, B là hai biến cố độc lập.

Suy ra $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{13} = \frac{1}{26}$.

d) Sai.

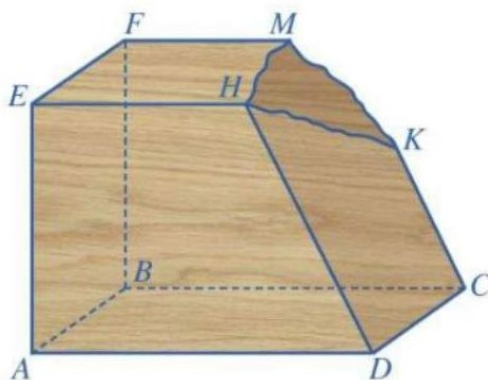
Khi tung con xúc xắc một lần, và lấy một lá bài trong bộ bài, số khả năng có thể xảy ra là:

$$6 \cdot 52 = 312 \text{ khả năng.}$$

+ Ứng với một kết quả tung con xúc xắc, có 4 cách tìm được một lá bài có cùng số với số xuất hiện trên mặt con xúc xắc, do đó có tất cả $6 \cdot 4 = 24$ khả năng để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau.

Vậy xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau là: $\frac{24}{312} = \frac{1}{13}$.

Câu 2: Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD) \parallel (EFMH)$, $CK \parallel DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (Hình 1). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (R) đi qua K và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.



Hình 1

a) [NB] $EH \parallel (ABCD)$.

b) **[TH]** Giao tuyến của mặt phẳng (R) với mặt phẳng $(BCMF)$ là đường thẳng qua K và song song với CD .

c) **[TH]** Giao tuyến của mặt phẳng (R) với các mặt của khối gỗ là hình tứ giác.

d) **[VD,VDC]** Gọi I, J lần lượt là giao điểm DH, BF với mặt phẳng (R) . Biết $BF = 60 \text{ cm}, DH = 75 \text{ cm}, CK = 40 \text{ cm}$. Độ dài đoạn $FJ = 28 \text{ (cm)}$.

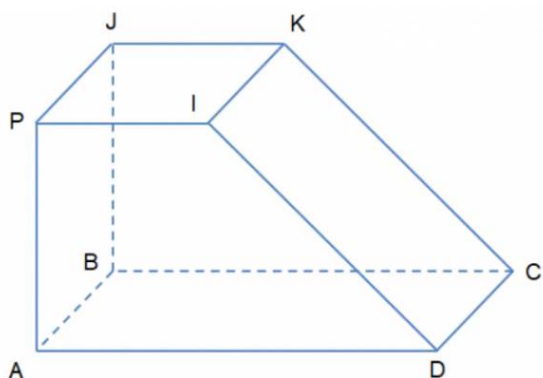
Lời giải

a) Ta có: $(ABCD) \parallel (EFMH)$ và $EH \subset (EFMH)$ nên $EH \parallel (ABCD)$, **suy ra mệnh đề đúng.**

b) Năm điểm B, C, K, M, F cùng nằm trong mặt phẳng $(BCMF)$ nên K là điểm chung của mặt phẳng (R) và mặt phẳng $(BCMF)$.

Mặt khác, mặt phẳng (R) song song với mặt phẳng $(ABCD)$ và BC chứa trong mặt phẳng $(ABCD)$. Vậy giao tuyến của mặt phẳng (R) với mặt phẳng $(BCMF)$ là đường thẳng qua K và song song với BC . **Suy ra mệnh đề sai.**

c) Từ K kẻ $KJ \parallel BC \parallel MH$



Từ K kẻ $KI \parallel CD$

Từ J kẻ $JP \parallel AB$

Từ P kẻ $PI \parallel AD$

Từ đó ta được $(KJPI)$ trùng với (R) đi qua K và song song với $(ABCD)$. **Suy ra mệnh đề đúng.**

d) Ta có: $DI = KC = 40$

Suy ra: $IH = DH - ID = 75 - 40 = 35$

$$\text{Do đó: } \frac{IH}{DH} = \frac{35}{75} = \frac{7}{15}$$

Mà $EH \parallel IP \parallel AD$

$$\text{Suy ra: } \frac{IH}{DH} = \frac{EP}{AE} = \frac{7}{15}$$

Mà $EF // PJ // AB$

$$\text{Suy ra: } \frac{EP}{AE} = \frac{FJ}{BF} = \frac{7}{15}$$

Mà $BF = 60$

$$\text{Nên } \frac{FJ}{60} = \frac{7}{15}.$$

Do đó: $FJ = 28$ (cm), **Suy ra mệnh đề đúng.**

Câu 3: Người ta đo đường kính của 57 cây gỗ được trồng sau 10 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số cây	4	10	24	13	6

- a) **[NB]** Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 57$.
- b) **[TH]** Đường kính trung bình của 57 cây gỗ là 33,11 cm (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).
- c) **[TH]** Số cây có đường kính khoảng 31,8 cm là nhiều nhất
- d) **[VD]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,38$ 33,11 cm (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Lời giải

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 57$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Giá trị trung bình: $\bar{x} = \frac{22,5 \cdot 4 + 27,5 \cdot 10 + 32,5 \cdot 24 + 37,5 \cdot 13 + 42,5 \cdot 6}{57} \approx 33,11$

Vậy đường kính trung bình của 57 cây gỗ xấp xỉ 33,11 cm, suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Nhóm có tần số lớn nhất là [30;35).

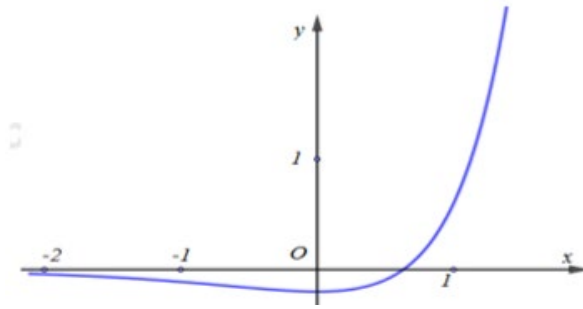
Ta đi tính môđ của mẫu số liệu ghép nhóm này: $M_e = 30 + \frac{24-10}{(24-10)+(24-13)} \cdot (35-30) = 32,8$

Suy ra môđ của mẫu số liệu bằng 32,8. Do đó số cây có chiều cao 32,5 cm là nhiều nhất, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{30}, x_{31}, \dots, x_{57}$ có trung vị $\frac{x_{43} + x_{44}}{2} \in [35; 40)$.

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 35 + \frac{3 \cdot 57}{4} - 38 = \frac{1915}{52} \approx 36,83$ (cm), suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 3^{2x} - 2 \cdot 3^x$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau



- a) **[NB]** Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- b) **[TH]** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.
- c) **[TH]** Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x = \log_3 2$.
- d) **[VD,VDC]** Bất phương trình $f(x) \geq 3$ có tập nghiệm là $[a; +\infty)$ với a là số nguyên tố.

Lời giải

Lời giải chi tiết bài toán, giải chi tiết từng ý.

- a) Quan sát đồ thị hàm số có một phần giảm và một phần tăng nên mệnh đề sai.
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (3^{2x} - 2 \cdot 3^x) = 0$. Suy ra mệnh đề đúng.

c) Ta có phương trình hoành độ giao điểm $3^{2x} - 2 \cdot 3^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 0 \text{ (VN)} \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_3 2$.

Suy ra mệnh đề đúng.

d) Ta có $f(x) \geq 3 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x \geq 3 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x \geq 3 \\ 3^x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$ (luôn đúng).

Suy ra bất phương trình có tập nghiệm là $[1; +\infty)$.

Suy ra mệnh đề sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$, với t là thời gian tính bằng giây và x là quãng đường tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Đáp số: 20.

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow Tìm t sao cho $x = 0$, với $0 \leq t \leq 5$

$$\text{Ta có } x = 0 \Leftrightarrow 3 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0.$$

$$\Leftrightarrow 4\pi t - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow 4\pi t = \frac{7\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = \frac{7}{24} + \frac{1}{4}k \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Ta có } 0 \leq t \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{7}{24} + \frac{1}{4}k \leq 5 \Leftrightarrow -\frac{7}{24} \leq \frac{1}{4}k \leq \frac{113}{24} \Leftrightarrow -\frac{7}{6} \leq k \leq \frac{113}{6}.$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0; 1; \dots; 17; 18\}$, có 20 giá trị k thỏa mãn.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 20 lần.

Câu 2: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b) \right) = 0$. Tính $a + 4b$.

Lời giải

Đáp số: -1 .

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b) \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = 0 \quad (*)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) = 2 - a \end{cases}$$

$$\text{Nếu } 2 - a < 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = -\infty \text{ nên không thỏa mãn } (*)$$

$$\text{Nếu } 2 - a > 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = +\infty \text{ nên không thỏa mãn } (*)$$

Nếu $2 - a = 0 \Leftrightarrow a = 2$ thì (*) trở thành

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - 2 \right) - b \right] = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2} - b \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{4} - b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{-3}{4}$$

Vậy $a + 4b = -1$.

Câu 3: Anh An đi làm với mức lương khởi điểm là x (triệu đồng)/ tháng, và số tiền lương này được nhận vào ngày đầu tháng. Vì làm việc chăm chỉ và có trách nhiệm nên sau 12 tháng kể từ ngày đi làm, anh An được tăng lương thêm 10%. Mỗi tháng, anh ta giữ lại 20% số tiền lương để gửi tiết kiệm ngân hàng với kì hạn 1 tháng và lãi suất là 0,5%/tháng, theo hình thức lãi kép (tức tiền lãi của tháng này được nhập vào vốn để tính lãi cho tháng tiếp theo). Sau 24 tháng kể từ ngày đi làm,

anh An nhận được số tiền cả gốc và lãi là 100 triệu đồng. Hỏi mức lương khởi điểm của anh An là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân)?

Lời giải

Đáp án: 18,7

Gọi số tiền mỗi tháng anh gửi tiết kiệm ngân hàng trong 12 tháng đầu là A (triệu đồng); số tiền mỗi tháng anh gửi tiết kiệm sau 12 tháng là B (triệu đồng)

Đặt $q = 1 + 0,5\% = 1,005$

Gọi S_n là số tiền sau tháng thứ n ta có

$$S_1 = A + A \cdot 0,5\% = A \cdot q$$

$$S_2 = (S_1 + A) + (S_1 + A) \cdot 0,5\% = (S_1 + A) \cdot q = Aq^2 + Aq$$

....

$$S_{12} = (S_{11} + A) + (S_{11} + A) \cdot 0,5\% = (S_{11} + A) \cdot q = Aq^{12} + Aq^{11} + \dots + Aq = Aq \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1}$$

$$S_{13} = (S_{12} + B) + (S_{12} + B) \cdot 0,5\% = (S_{12} + B) \cdot q = S_{12} \cdot q + B \cdot q$$

$$S_{14} = (S_{13} + B) + (S_{13} + B) \cdot 0,5\% = (S_{13} + B) \cdot q = S_{12} \cdot q^2 + Bq^2 + Bq$$

....

$$S_{24} = S_{12} \cdot q^{12} + Bq^{12} + Bq^{11} + \dots + Bq = Aq^{13} \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} + Bq \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1}$$

Theo giả thiết ta có $A = 20\%x = 0,2x$; $B = 20\%(x + 10\%x) = 0,22x$; $S_{24} = 100$.

$$\text{Vậy } 0,2xq^{13} \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} + 0,22x \cdot q \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} = 100 \Leftrightarrow x = 100 : \left(0,2q^{13} \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} + 0,22 \cdot q \cdot \frac{q^{12} - 1}{q - 1} \right)$$

$\Leftrightarrow x \approx 18,7$ triệu đồng.

Câu 4: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số như sau:

Nhóm	Tần số
[5,45;5,85)	5
[5,85;6,25)	9

[6,25;6,65)	15
[6,65;7,05)	19
[7,05;7,45)	16
[7,45;7,85)	8
[7,85;8,25)	2
	$n = 74$

Giá trị của $Q_3 - Q_1$ bằng bao nhiêu?(Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Vì $\frac{n}{4} = 18,5$ nên nhóm [6,25;6,65) là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 18,5.

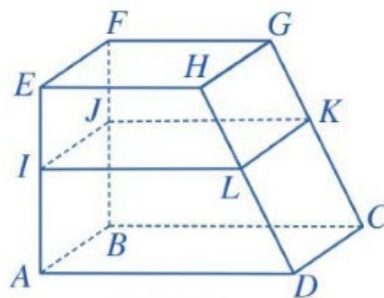
$$\text{Do đó : } Q_1 = 6,25 + \frac{18,5 - 14}{15} \cdot 0,4 = 6,37.$$

Vì $\frac{3n}{4} = 55,5$ nên nhóm [7,05;7,45) là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 55,5.

$$\text{Do đó : } Q_3 = 7,05 + \frac{55,5 - 48}{16} \cdot 0,4 = 7,2375.$$

$$\text{Ta có: } Q_3 - Q_1 = 7,2375 - 6,37 \approx 0,9.$$

Câu 5: Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới ($ABCD$) và mâm tầng trên ($EFGH$) song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 180\text{ cm}$ và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa ($IJKL$) song song với hai mâm tầng trên và dưới sao cho khoảng cách $EI = 60\text{ cm}$ (Hình dưới). Hãy tính số m^2 gỗ cần dùng để làm mâm gỗ của tầng giữa biết rằng mâm gỗ dưới cùng là hình chữ nhật có diện tích là $7,2(\text{m}^2)$.



Lời giải

Ta có cát tuyến AE cắt ba mặt phẳng song song ($EFGH$), ($IJKL$), ($ABCD$) lần lượt tại E, I, A ; cát tuyến GC cũng cắt ba mặt phẳng trên theo thứ tự tại G, K, C .

Áp dụng định lí Ta-lét trong không gian, ta có:

$$\frac{EI}{EA} = \frac{IL}{AD} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3} \Rightarrow IL = \frac{1}{3}AD$$

$$\frac{GK}{GC} = \frac{EI}{EA} = \frac{LK}{CD} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3} \Rightarrow LK = \frac{1}{3}CD$$

Khi đó diện tích hình chữ nhật $IJKL$ là:

$$S_{IJKL} = IL.LK = \frac{1}{3}AD.\frac{1}{3}CD = \frac{1}{9}.S_{ABCD} = \frac{1}{9}.7,2 = 0,8(\text{m}^2).$$

Câu 6: Một hộp đựng 5 viên bi trắng, 7 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Tính xác suất để 3 viên bi được chọn không cùng một màu.

Lời giải

Đáp án:0,91

Gọi A, B, C lần lượt là 3 biến cố “chọn được ba viên bi trắng”, “chọn được ba viên bi đỏ”, “chọn được ba viên bi vàng”. M là biến cố: “chọn được viên bi cùng một màu”.

Ta có: A, B, C đôi một xung khắc và $M = A \cup B \cup C \Rightarrow P(M) = P(A) + P(B) + P(C)$.

$$\text{Trong đó: } P(A) = \frac{C_5^3}{C_{16}^3} = \frac{1}{56}; P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{35}{560} = \frac{1}{16}; P(C) = \frac{C_4^3}{C_{16}^3} = \frac{4}{560} = \frac{1}{140}.$$

$$\text{Suy ra } P(M) = \frac{1}{56} + \frac{1}{16} + \frac{1}{140} = \frac{7}{80}.$$

Biến cố “chọn ba viên bi không cùng một màu” là biến cố đối \overline{M} .

$$\text{Vậy } P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{7}{80} = \frac{73}{80} = 0,91.$$

Đề thi gồm có **bốn phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. D. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quãng đường	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Cỡ của mẫu là

- A. 26. A. 24. C. 25. D. 17.
Câu 4. Tìm cấp số cộng trong các dãy số sau
A. 1; -3; -7; -11; -15. B. 1; -3; -6; -9; -12.
C. 1; -2; -4; -6; -8. D. 1; -4; -7; -9; -18

- Câu 5.** Tính giới hạn của dãy số $\lim \left(9 - \frac{5}{4^n} \right)$
A. 9. A. 5. C. 4. D. 0.

- Câu 6.** Hàm số $f(x) = \frac{2}{x-1}$ không liên tục tại giá trị nào của x_0 ?
A. $x_0 = 1$. B. $x_0 = 3$. C. $x_0 = 2$. D. $x_0 = -2$.

- Câu 7.** Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh là:
A. $\frac{33}{91}$. B. $\frac{24}{455}$. C. $\frac{4}{165}$. D. $\frac{4}{455}$.

- Câu 8.** Công thức nào sau đây là **sai**?
A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.
C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

Câu 9. Cho $0 < a \neq 1$ và biểu thức $\sqrt{a^3 \sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^n . Tìm n .

A. $n = \frac{2}{3}$.

B. $n = \frac{5}{3}$.

C. $n = \frac{11}{6}$.

D. $n = \frac{1}{6}$.

Câu 10. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. [0; 20).

B. [20; 40).

C. [40; 60).

D. [60; 80).

Câu 11. Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Đường thẳng d không có điểm chung với mặt phẳng (P) .

B. Đường thẳng d có đúng một điểm chung với mặt phẳng (P) .

C. Đường thẳng d có đúng hai điểm chung với mặt phẳng (P) .

D. Đường thẳng d có vô số điểm chung với mặt phẳng (P) .

Câu 12. Trong không gian, cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Khi kí hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

a) **[NB]** Trong phương án 1: dãy số tiền lương hàng năm là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$.

b) **[TH]** Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.

c) **[TH]** Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.

d) **[VD,VDC]** Nếu kí hợp đồng lao động trong 10 năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $SM = \frac{1}{3}SA$, I là trung điểm của SB và G là trọng tâm tam giác SAB . Các khẳng

định sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $AB \parallel (SCD)$.

b) **[TH]** $OI \parallel SD$.

c) **[TH]** $MG \parallel (SBC)$.

d) **[VD,VDC]**. $(MOG) \parallel (SBC)$

Câu 15: Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng (Hình 39) theo phương trình $x = 5 \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right)$; trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h = |x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng.



Hình 39

Khi đó:

- a) **[NB]** Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi $h = 5 \text{ m}$.
- b) **[TH]** Trong 8 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất.
- c) **[TH]** Khi vật ở vị trí cân bằng thì $t = 1 + 2k (k \in \mathbb{Z})$.
- d) **[VD,VDC]** Trong khoảng từ 0 đến 10 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần.

Câu 16: Bác Hoa gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 3 tháng với lãi suất ngân hàng là 0,6%/tháng. Giả sử qua các kì hạn thì lãi suất không thay đổi và bác Hoa không gửi thêm tiền vào mỗi kì.

- a) **[NB]** Sau 1 tháng bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi bằng 100,6 triệu đồng.
- b) **[TH]** Sau 3 tháng bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi bằng 103,6 triệu đồng.
- c) **[TH]** Sau 2 năm bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi ít hơn 115 triệu đồng.
- d) **[VD,VDC]** Sau 4 năm 3 tháng bác Hoa có số tiền lãi bằng 35 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Phương trình $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ có nghiệm $\alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ với $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị biểu thức $\frac{12\alpha}{\pi} + 2025$ bằng bao nhiêu?

Câu 18: Một bài kiểm tra kiến thức về an toàn giao thông có 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu hỏi trắc nghiệm có bốn phương án lựa chọn và chỉ có duy nhất một lựa chọn đúng. Với mỗi câu hỏi, lựa chọn đúng được 1 điểm, lựa chọn sai được 0 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên một lựa chọn cho tất cả 10 câu hỏi của bài kiểm tra. Tính xác suất để thí sinh được 5 điểm. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 19: Trong cuộc thi thiết kế đồ dùng học tập của lớp 11A, một học sinh đã thiết kế một mô hình tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AC, AD học sinh này lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $AM = \frac{1}{3}AC, AN = 2ND$. Học sinh này gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD) , biết tỉ số $\frac{ID}{IC} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Câu 20: Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{2x^2 - 3x + 1}$

Câu 21: Bạn Huyền muốn mua một cái laptop có giá 14,5 triệu đồng nên mỗi tháng gửi tiết kiệm vào ngân hàng 500.000 đồng theo hình thức lãi suất kép với lãi suất 0,72% một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì bạn Huyền có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop ?

Câu 22: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$. Tích $x_1 x_2$ bằng

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	C	A	A	A	D	D	A	B	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	2022	0,06	9	0,75	27	-3

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$.

B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

D. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quãng đường	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Cỡ của mẫu là

- A. 26. A. 24. **C.** 25. D. 17.

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu $n = 2 + 5 + 6 + 9 + 3 = 25$.

Câu 4. Tìm cấp số cộng trong các dãy số sau

- A.** 1; -3; -7; -11; -15. **B.** 1; -3; -6; -9; -12.
C. 1; -2; -4; -6; -8. **D.** 1; -4; -7; -9; -18

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Tính giới hạn của dãy số $\lim \left(9 - \frac{5}{4^n} \right)$

- A.** 9. **A.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim \left(9 - \frac{5}{4^n} \right) = \lim 9 - \lim \frac{5}{4^n} = 9 - 0 = 9$.

Câu 6. Hàm số $f(x) = \frac{2}{x-1}$ không liên tục tại giá trị nào của x_0 ?

- A.** $x_0 = 1$. **B.** $x_0 = 3$. **C.** $x_0 = 2$. **D.** $x_0 = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x_0 = 1$: Hàm số không xác định tại $x_0 = 1$ nên hàm số không liên tục tại $x_0 = 1$:

Câu 7. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh là:

- A.** $\frac{33}{91}$. **B.** $\frac{24}{455}$. **C.** $\frac{4}{165}$. **D.** $\frac{4}{455}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố "3 quả cầu lấy được đều là màu xanh". Suy ra $n(A) = C_4^3 = 4$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{4}{455}$.

Câu 8. Công thức nào sau đây là sai?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 9. Cho $0 < a \neq 1$ và biểu thức $\sqrt{a^3 \sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^n . Tìm n .

A. $n = \frac{2}{3}$.

B. $n = \frac{5}{3}$.

C. $n = \frac{11}{6}$.

D. $n = \frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{a^3 \sqrt{a}} = \left(a \cdot a^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(a^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 10. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. [0; 20).

B. [20; 40).

C. [40; 60).

D. [60; 80).

Lời giải

Chọn B

Ta có cỡ mẫu là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{42} là thời gian tập thể dục trong ngày của 42 học sinh khối 11 và giả sử dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất Q_1 là trung vị của dãy gồm 21 số liệu đầu nên $Q_1 = x_{11}$. Do x_{11} thuộc nhóm [20; 40) nên nhóm này chứa Q_1 .

Câu 11. Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Đường thẳng d không có điểm chung với mặt phẳng (P) .

B. Đường thẳng d có đúng một điểm chung với mặt phẳng (P) .

C. Đường thẳng d có đúng hai điểm chung với mặt phẳng (P) .

D. Đường thẳng d có vô số điểm chung với mặt phẳng (P) .

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Trong không gian, cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Trong không gian đường thẳng a và mặt phẳng (P) có 3 vị trí tương đối:

1. Đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) .

2. Đường thẳng a cắt mặt phẳng (P) .

3. Đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Khi kí hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

a) [NB] Trong phương án 1: dãy số tiền lương hàng năm là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$.

b) [TH] Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.

c) [TH] Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.

d) [VD,VDC] Nếu kí hợp đồng lao động trong 10 năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

Lời giải

a) Đúng :

Theo phương án 1: Gọi (u_n) là dãy số tiền lương của người lao động theo phương án 1 qua mỗi năm.

Dãy số u_n lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 120$ và công sai $d = 18$.

Khi đó số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = 120 + 18(n - 1)$.

Suy ra, đáp án **đúng**.

b) Sai, vì khi kí hợp đồng 3 năm theo phương án 1 ta có:

$$u_3 = 120 + (3 - 1) \cdot 18 = 156 \text{ (triệu đồng)}$$

c) Đúng, vì tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm theo phương án 1 là:

$$S_3 = \frac{3 \cdot (120 + 156)}{2} = 414 \text{ (triệu đồng)}.$$

d) Sai :

Theo phương án 2: Gọi (v_n) là dãy số tiền lương của người lao động theo phương án 2 qua từng quý.

Dãy số (v_n) lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $v_1 = 24$ và công sai $d' = 1,8$.

Khi đó số hạng tổng quát của cấp số cộng là $v_n = 24 + (n - 1)1,8$.

Khi kí hợp đồng 10 năm tương đương với 40 quý ta có:

Theo phương án 1: $u_{10} = 120 + (10 - 1) \cdot 18 = 282$ (triệu đồng)

Tổng số tiền lương nhận được sau 10 năm là: $S_{10} = \frac{10 \cdot (120 + 282)}{2} = 2010$ (triệu đồng).

Theo phương án 2: $u_{40} = 24 + (40 - 1) \cdot 1,8 = 94,2$ (triệu đồng).

Tổng số tiền lương nhận được sau 10 năm tương ứng với 40 quý là:

$$S_{12} = \frac{40 \cdot (24 + 94,2)}{2} = 2364 \text{ (triệu đồng).}$$

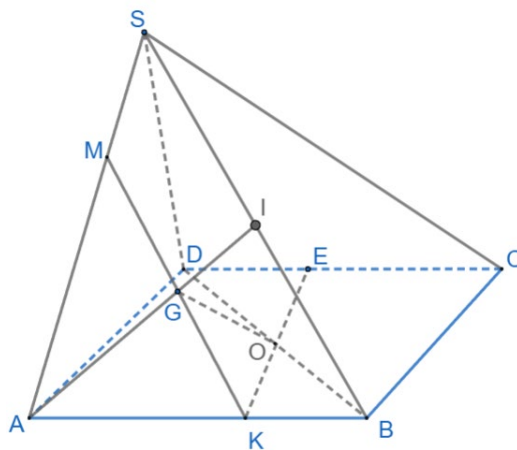
Vậy nếu được tuyển dụng vào doanh nghiệp và kí hợp đồng lao động 10 năm thì theo phương án 2 tổng số tiền lương nhận được sẽ cao nhất.

Do đó, đáp án **Sai**.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $SM = \frac{1}{3}SA$, I là trung điểm của SB và G là trọng tâm tam giác SAB . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** $AB // (SCD)$.
- b) **[TH]** $OI // SD$.
- c) **[TH]** $MG // (SBC)$.
- d) **[VD,VDC]**. $(MOG) // (SBC)$

Lời giải



a) **[NB]** Ta có $AB // CD \subset (SCD)$ mà AB không nằm trong (SCD) nên $AB // (SCD)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) **[TH]** Trong tam giác SBD có O, I lần lượt là trung điểm của BD, SB nên $OI // SD$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) **[TH]** Trong tam giác SAB có $\frac{AM}{SA} = \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$ nên $MG // SB, SB$ nằm trong mặt phẳng (SBC) , MG không nằm trong mặt phẳng (SBC) nên $MG // (SBC)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) **[VD,VDC]**. Ta có O là trung điểm của AC , M không là trung điểm của SA nên OM không song song với SC hay OM cắt SC tại H . Do đó $\begin{cases} H \in SC \subset (SBC) \\ H \in OM \subset (MOG) \end{cases}$ hay $(MOG), (SBC)$ có ít nhất 1 điểm chung. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 16: Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng (Hình 39) theo phương trình $x = 5 \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right)$; trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h = |x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng.



Hình 39

Khi đó:

- [NB]** Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi $h = 5 \text{ m}$.
- [TH]** Trong 8 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất.
- [TH]** Khi vật ở vị trí cân bằng thì $t = 1 + 2k (k \in \mathbb{Z})$.
- [VD,VDC]** Trong khoảng từ 0 đến 10 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần.

Lời giải

$$\text{Ta có } h = |x| = \left| 5 \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) \right|.$$

$$\text{a) Đúng. Ta có } -1 \leq \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -5 \leq 5 \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) \leq 5 \Rightarrow 0 \leq \left| 5 \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) \right| \leq 5 \Rightarrow 0 \leq h \leq 5$$

Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi $h = 5 \text{ m}$.

$$\text{b) Sai. Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi } h = |x| = \left| 5 \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) \right| = 5$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) = \pm 1 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{t\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{t\pi}{2} = k\pi \Leftrightarrow t\pi = 2k\pi \Leftrightarrow t = 2k (k \in \mathbb{Z}).$$

Trong 8 giây đầu tiên thì vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi

$$0 \leq t \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq 2k \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 4 \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow t \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$$

Vậy vật qua vị trí cân bằng tại 5 thời điểm.

$$\text{c) Đúng. Khi vật ở vị trí cân bằng thì } x = 0 \Leftrightarrow 5 \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{t\pi}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{t\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow t = 1 + 2k (k \in \mathbb{Z}).$$

d) Sai. Trong khoảng từ 0 đến 10 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng suy ra

$$0 \leq t \leq 10 \Rightarrow 0 \leq 1 + 2k \leq 10 \Leftrightarrow -1 \leq 2k \leq 9 \Leftrightarrow -0,5 \leq k \leq 4,5 \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

Vậy trong khoảng từ 0 đến 10 giây thì vật ở vị trí cân bằng tại các thời điểm

$t = 1, t = 3, t = 5, t = 7, t = 9$ (giây) tức là có 5 lần vật qua vị trí cân bằng.

Câu 16: Bác Hoa gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 3 tháng với lãi suất ngân hàng là 0,6%/tháng. Giả sử qua các kì hạn thì lãi suất không thay đổi và bác Hoa không gửi thêm tiền vào mỗi kì.

- [NB]** Sau 1 tháng bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi bằng 100,6 triệu đồng.

b) [TH] Sau 3 tháng bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi bằng 103,6 triệu đồng.

c) [TH] Sau 2 năm bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi ít hơn 115 triệu đồng.

d) [VD,VDC] Sau 4 năm 3 tháng bác Hoa có số tiền lãi bằng 35 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) **Đúng:** Sau 1 tháng bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi bằng $100 + 100 \cdot 0,6\% = 100,6$ triệu đồng.

b) **Sai:** Lãi suất mỗi kì hạn là $3 \cdot 0,6\% = 1,8\%$ /kì.

Mỗi kì hạn là 3 tháng nên áp dụng công thức lãi kép: $A_n = A_0(1+r)^n$, ta được

$$A_1 = 100 \cdot (1 + 1,8\%) = 101,8 \text{ triệu đồng.}$$

c) **Sai:**

Mỗi kì hạn là 3 tháng nên 2 năm là 8 kì. Áp dụng công thức lãi kép: $A_n = A_0(1+r)^n$, ta được

$$A_8 = 100 \cdot (1 + 1,8\%)^8 \approx 115,34 \text{ triệu đồng.}$$

Sau 2 năm bác Hoa có số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 115 triệu đồng.

d) **Đúng:** Mỗi kì hạn là 3 tháng nên 4 năm 3 tháng là 17 kì. Áp dụng công thức lãi kép:

$$A_n = A_0(1+r)^n, \text{ ta được } A_{17} = 100 \cdot (1 + 1,8\%)^{17} \approx 135 \text{ triệu đồng.}$$

Vậy sau 4 năm 3 tháng bác Hoa có số tiền lãi bằng $135 - 100 = 35$ triệu đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Phương trình $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ có nghiệm $\alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ với $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá

trị biểu thức $\frac{12\alpha}{\pi} + 2025$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 2022.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x + \frac{\pi}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ta có: } \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \cot x - 2 \cot x = 1 \Leftrightarrow \cot x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ (nhận).}$$

$$\text{Suy ra: } \alpha = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{Vậy } \frac{12\alpha}{\pi} + 2025 = \frac{12 \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right)}{\pi} + 2025 = 2022.$$

Câu 18: Một bài kiểm tra kiến thức về an toàn giao thông có 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu hỏi trắc nghiệm có bốn phương án lựa chọn và chỉ có duy nhất một lựa chọn đúng. Với mỗi câu hỏi, lựa chọn đúng được 1 điểm, lựa chọn sai được 0 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên một lựa chọn cho tất cả 10 câu hỏi của bài kiểm tra. Tính xác suất để thí sinh được 5 điểm. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,06.

Với mỗi câu hỏi, thí sinh có bốn phương án lựa chọn nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4^{10}$.

Gọi X là biến cố “thí sinh được 5 điểm”.

Thí sinh đó làm được 5 điểm tức là làm đúng 5 câu.

Chọn 5 câu trong số 10 câu hỏi và 5 câu còn lại mỗi câu có 3 cách lựa chọn đáp án sai nên có $n(X) = C_{10}^5 \cdot 1^5 \cdot 3^5$ cách để thí sinh đúng 5 câu.

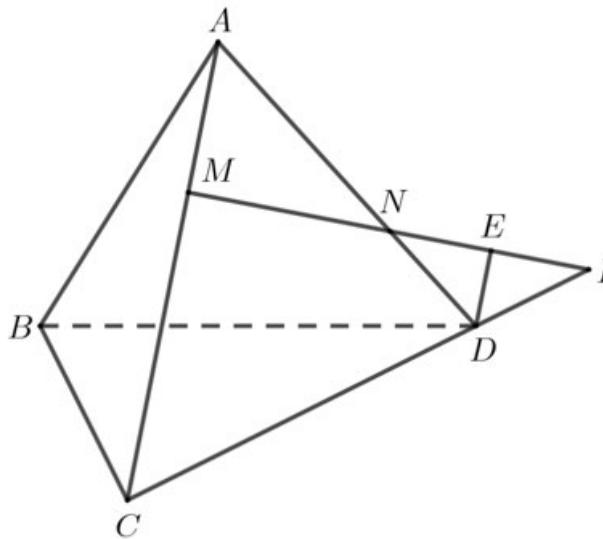
Vậy xác suất của biến cố X là: $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^5 \cdot 3^5}{4^{10}} \approx 0,06$.

Câu 19: Trong cuộc thi thiết kế đồ dùng học tập của lớp 11A, một học sinh đã thiết kế một mô hình tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AC , AD học sinh này lấy lần lượt các điểm M , N sao cho $AM = \frac{1}{3}AC$, $AN = 2ND$. Học sinh này gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng

(BCD) , biết tỉ số $\frac{ID}{IC} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 9.



I là giao điểm của đường thẳng MN và đường thẳng CD .

Khi đó $\begin{cases} I \in MN \\ I \in CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (BCD) = \{I\}$.

Kẻ $DE \parallel AC$ ($E \in MI$).

Do $DE \parallel CM$ nên $\frac{ID}{IC} = \frac{ED}{MC} \Rightarrow \frac{ID}{IC} = \frac{ED}{2AM}$ (1).

Do $DE \parallel AM$ nên $\frac{ED}{AM} = \frac{ND}{NA} = \frac{1}{2}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\frac{ID}{IC} = \frac{1}{4}$. Vậy $a + 2b = 9$.

Câu 20: Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{2x^2 - 3x + 1}$

Lời giải

Đáp án: 0,75.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{2x^2-3x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(2x^2-3x+1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(2x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(2x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$$

Câu 21: Bạn Huyền muốn mua một cái laptop có giá 14,5 triệu đồng nên mỗi tháng gửi tiết kiệm vào ngân hàng 500.000 đồng theo hình thức lãi suất kép với lãi suất 0,72% một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì bạn Huyền có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop ?

Lời giải

Đáp án: .27

Đặt $A = 0,5$ (triệu đồng).

Số tiền gửi tiết kiệm của bạn Huyền sau n tháng là

$$T = A.1,0072^n + A.1,0072^{n-1} + A.1,0072^{n-2} + \dots + A.1,0072$$

$$T = A.(1,0072^n + 1,0072^{n-1} + 1,0072^{n-2} + \dots + 1,0072)$$

Vì các giá trị $1,0072; 1,0072^2; 1,0072^3; \dots; 1,0072^n$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân có

$$u_1 = 1,0072; q = 1,0072$$

$$\Rightarrow T = A(u_1 + u_2 + \dots + u_n) = A \cdot \frac{1,0072 \cdot (1 - 1,0072^n)}{1 - 1,0072}$$

Để bạn Huyền mua được một cái laptop có giá 14,5 triệu đồng thì

$$T = 0,5 \cdot \frac{1,0072 \cdot (1 - 1,0072^n)}{1 - 1,0072} \geq 14,5 \Leftrightarrow 1 - 1,0072^n \leq -\frac{14,5 \cdot 0,0072}{1,0072}$$

$$\Leftrightarrow 1,0072^n \geq 1,2073 \Leftrightarrow n \geq \log_{1,0072}(1,2073) \approx 26,3.$$

Như vậy, phải ít nhất 27 tháng thì bạn Huyền có thể dùng số tiền gửi tiết kiệm để mua được laptop.

Câu 22: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$. Tích $x_1 x_2$ bằng

Lời giải

Đáp án: -3.

$$\text{Xét phương trình } \log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$$

$$\text{Điều kiện: } x^2 - \sqrt{2}x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2) = t \Rightarrow \begin{cases} |x^2 - \sqrt{2}x| = 3^t & (1) \\ x^2 - \sqrt{2}x + 2 = 5^t & (2) \end{cases}$$

$$\text{Từ (2) thay vào (1) ta được: } |5^t - 2| = 3^t$$

Trường hợp 1: Xét $5^t \geq 2$

$$5^t - 2 = 3^t \Leftrightarrow 5^t = 3^t + 2 \Leftrightarrow 1 = \left(\frac{3}{5}\right)^t + 2\left(\frac{1}{5}\right)^t \quad (3)$$

$$\text{Khi } t > 1 \text{ thì } \left(\frac{3}{5}\right)^t < \frac{3}{5} \text{ và } \left(\frac{1}{5}\right)^t < \frac{1}{5} \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^t + 2\left(\frac{1}{5}\right)^t < 1.$$

$$\text{Khi } t < 1 \text{ thì } \left(\frac{3}{5}\right)^t > \frac{3}{5} \text{ và } \left(\frac{1}{5}\right)^t > \frac{1}{5} \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^t + 2\left(\frac{1}{5}\right)^t > 1.$$

Do đó $t = 1$ là nghiệm duy nhất của (3).

$$\text{Với } t = 1, \text{ ta có: } x^2 - \sqrt{2}x = 3 \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{2}x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{-\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2} \end{cases} (tm).$$

Trường hợp 2: $5^t < 2$

$$5^t - 2 = -3^t \Leftrightarrow 5^t = 2 - 3^t \Leftrightarrow 5^t + 3^t = 2 \quad (4)$$

Tương tự như trường hợp 1, ta có $t = 0$ là nghiệm duy nhất của (4)

Với $t = 0$, ta có: $x^2 - \sqrt{2}x = -1 \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$ phương trình vô nghiệm

Vậy phương trình có nghiệm là $x_1 = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$ hoặc $x_2 = \frac{-\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$.

$$x_1 x_2 = -3.$$

----- Hết -----

Đề thi gồm có **bản phần**: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho 3 đường thẳng a, b, c . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu a và b cùng song song với c thì a song song với b
- B. Nếu a và b chéo nhau thì chúng không cùng nằm trong một mặt phẳng nào.
- C. Nếu a và b cùng chéo nhau với c thì a và b song song nhau
- D. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c song song nhau

Câu 2: Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

- A. $K = -2$.
- B. $K = 1$.
- C. $K = 0$.
- D. $K = 4$.

Câu 3: Doanh thu bán hàng trong 25 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	9	3	4

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

- A. [9;11).
- B. [5;7)
- C. [11;13).
- D. [13;15).

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số và 3 chữ số đó đôi một khác nhau?

- A. $A_{10}^3 + A_9^3$.
- B. A_9^3 .
- C. A_{10}^3 .
- D. $9 \times 9 \times 8$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị u_5 là

- A. 48.
- B. -48
- C. -6.
- D. -32.

Câu 6: Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin \alpha = \cos \beta$.
- B. $\tan \alpha = \cot \beta$.
- C. $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$.
- D. $\cos \alpha = -\sin \beta$.

Câu 7: Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng:

- A. 3.
- B. $-\frac{3}{2}$.
- C. -3.
- D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 8: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	10	9	12	9	6

Giá trị đại diện của nhóm [40;60) là

- A. 10.
- B. 20.
- C. 50.
- D. 40.

Câu 9: Phương trình $4^x - 2^x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

- b) **[TH]** Ba tấm phủ $(ABED), (ADFC), (EFCB)$ cắt nhau đôi một theo ba giao tuyến đồng quy.
- c) **[TH]** Sau đó, An trải hai tấm phủ $(ABED), (ADFC)$ bằng hai sợi dây nối cố định từ điểm $B \rightarrow D \rightarrow C$ và $E \rightarrow A \rightarrow F$. Để kéo căng và cân đối giữa hai tấm phủ thì đường thẳng chung của hai mặt phẳng $(BDC), (EAF)$ song song với mặt phẳng $(EFCB)$.
- d) **[VD,VDC]** Cuối cùng để hoàn thiện việc dựng lều thì An cần nối sợi dây từ đỉnh A cắm cọc xuống đất tại H sao cho DH cắt AM tại trung điểm. Khi đó $AM=MH$.

Câu 15: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 12.
- b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là $[40; 60)$.
- c) Nhóm chứa trung vị là $[60; 80)$.
- d) Tứ phân vị thứ nhất là $\frac{290}{11}$.

Câu 16: Giả sử một chất phóng xạ bị phân rã theo cách sao cho khối lượng $m(t)$ của chất còn lại (Tính bằng kilogam) sau t ngày được cho bởi hàm số $m(t) = 13e^{-0,015t}$.

- a) **[NB]** Khối lượng $m(t)$ của chất phóng xạ còn lại sau t ngày là hàm số có tập xác định \mathbb{R} .
- b) **[TH]** Khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$ là 13 kilogam.
- c) **[TH]** Sau 30 ngày khối lượng chất đó còn lại 8,3 kilogam (Làm tròn đến hàng phần mười).
- d) **[VD,VDC]** Biết rằng cứ sau 1 ngày lại thêm 0,1 kilogam chất phóng xạ thì sau 3 ngày chất phóng xạ bị phân rã còn 12 kilogam (Làm tròn đến hàng phần mười).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2024 được cho bởi một hàm

$$số y = 4 \sin \left[\frac{\pi}{178} (t - 70) \right] + 10, \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365. \text{ Vào ngày nào trong tháng 6 năm 2024}$$

thì thành phố A có số giờ ánh sáng mặt trời chiếu nhiều nhất?

Câu 18: Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 9. (b, c \in \mathbb{R}).$ Tính $P = b + c.$

Câu 19: Giả sử tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh T là 1,2% và không biến động trong 10 năm tiếp theo. Biết rằng số dân của tỉnh T hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh T sẽ a nghìn người. Tìm $a.$

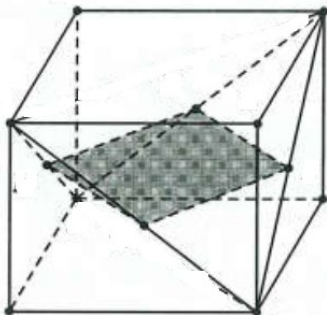
Câu 20: Số lượng học sinh trên lớp đăng ký tham gia hoạt động Hoa phượng đỏ ở một trường THPT trên địa bàn TP.HCM được cho ở bảng sau:

Điểm số	[6; 10)	[11; 15)	[16; 20)	[21; 25)
Số trận	4	8	2	6

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ ba của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên?
(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 21: Một hộp đồ chơi thủy tinh trong suốt dạng hình lập phương, có cạnh là $1dm.$ Bên trong trang trí một tứ diện đều dạng pha lê màu xanh, trong cùng là một miền đa giác màu vàng đi qua tâm và

song song với đáy của hình lập phương có các cạnh thuộc các mặt của tứ diện. Tính diện tích miền đa giác đó (đơn vị cm^2)?



Câu 22: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5 (làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	A	D	A	D	C	C	D	C	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) S	a) S
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	7	-15	2227	21,3	50	0,23

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho 3 đường thẳng a, b, c . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Nếu a và b cùng song song với c thì a song song với b
- B.** Nếu a và b chéo nhau thì chúng không cùng nằm trong một mặt phẳng nào.
- C.** Nếu a và b cùng chéo nhau với c thì a và b song song nhau
- D.** Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c song song nhau

Lời giải

Chọn B

Dựa vào lý thuyết bài Hai đường thẳng song song

Câu 2: Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

A. $K = -2$.

B. $K = 1$.

C. $K = 0$.

D. $K = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = -2.$$

Câu 3: Doanh thu bán hàng trong 25 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	9	3	4

Nhóm chứa một cửa mẫu số liệu trên là

A. [9; 11).

B. [5; 7)

C. [11; 13).

D. [13; 15).

Lời giải

Chọn A

Nhóm chứa một cửa mẫu số liệu trên là nhóm có tần số lớn nhất

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số và 3 chữ số đó đôi một khác nhau?

A. $A_{10}^3 + A_9^3$.

B. A_9^3 .

C. A_{10}^3 .

D. $9 \times 9 \times 8$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần lập là \overline{abc} .

$a \neq 0$ nên a có 9 cách chọn

$b \neq a$ nên b có 9 cách chọn

$c \neq a$ và $c \neq b$ nên c có 8 cách chọn

Vậy có $9 \times 9 \times 8$ cách chọn.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị u_5 là

A. 48.

B. -48

C. -6.

D. -32.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot (-2)^4 = 48.$$

Câu 6: Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\sin \alpha = \cos \beta$.

B. $\tan \alpha = \cot \beta$.

C. $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$.

D. $\cos \alpha = -\sin \beta$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos \alpha = \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta.$$

Câu 7: Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng:

A. 3.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. -3.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_a \frac{1}{a^3} = \log_a a^{-3} = -3.$$

Câu 8: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	10	9	12	9	6

Giá trị đại diện của nhóm [40; 60) là

- A. 10. B. 20. C. 50. D. 40.

Lời giải

Chọn C

Giá trị đại diện của nhóm [40; 60) là $\frac{40+60}{2} = 50$

Câu 9: Phương trình $4^x - 2^x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

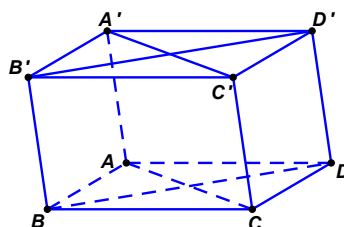
Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 4^x - 2^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ 2^x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{1+\sqrt{13}}{2}.$$

Vậy phương trình có đúng 1 nghiệm.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thì khẳng định **sai** là:



- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$. D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa hai mặt phẳng song song

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là

- A. 4. B. 1. C. -1. D. -4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định trên \mathbb{R} .

Ta có $f(-1) = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x^2 + 3x + 2) = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (4x + a) = a - 4.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = -1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1)$

$$\Leftrightarrow a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Câu 12: Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

A. 180.

B. 150.

C. 120.

D. 60.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình: Số cách lấy: $C_3^1 C_4^1 C_5^1 = 60$ (cách)

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình: Số cách lấy: $C_4^1 C_3^1 C_5^1 = 60$ (cách)

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình: Số cách lấy: $C_5^1 C_6^1 C_2^1 = 60$ (cách)

Vậy có $60.3 = 180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Túi X chứa ba viên bi trắng và hai viên bi đỏ. Túi Y chứa một viên bi trắng và hai viên bi đỏ. Người ta chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi.

a) [NB] Gọi A là biến cố “Lấy được viên bi màu trắng từ túi X ”, khi đó $P(A) = \frac{3}{5}$.

b) [TH] Gọi X_1 là biến cố “Lấy được hai viên bi cùng màu trắng”, khi đó $P(X_1) = \frac{4}{15}$.

c) [TH] Gọi X_2 là biến cố “Lấy được hai viên bi cùng màu đỏ”, khi đó $P(X_2) = \frac{4}{5}$.

d) [VD,VDC] Xác suất để lấy được hai viên bi cùng màu bằng $\frac{7}{15}$.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

Gọi A là biến cố “Lấy được viên bi màu trắng từ túi X ”; B là biến cố “Lấy được viên bi màu trắng từ túi Y ”.

a) Ta có: $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$. **Vậy a) đúng**

b) Gọi X_1 là biến cố “Lấy được hai viên bi cùng màu trắng”.

Ta có $X_1 = A \cap B$, vì A và B là hai biến cố độc lập nên $P(X_1) = P(A).P(B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$. **Vậy b)**

sai

c) Gọi X_2 là biến cố “Lấy được hai viên bi cùng màu đỏ”.

Ta có $X_2 = \bar{A} \cap \bar{B}$, vì A và B là hai biến cố độc lập nên \bar{A} và \bar{B} là hai biến cố độc lập, từ đó

suy ra $P(X_2) = P(\bar{A}).P(\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$. **Vậy c) sai.**

d) Biến cố để lấy ra hai viên bi cùng màu là $T = X_1 \cup X_2$.

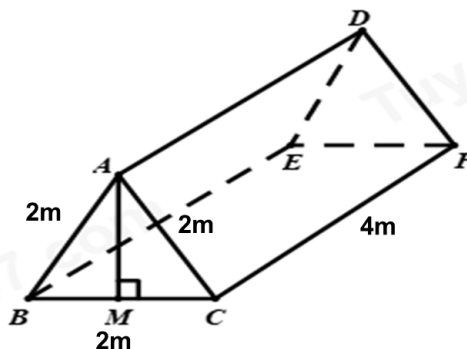
Vì X_1 và X_2 là hai biến cố xung khắc nên xác suất để lấy ra hai viên bi cùng màu là

$$P(X) = P(X_1) + P(X_2) = \frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}. \text{ Vậy d) đúng.}$$

Câu 14: Bạn An dự định đi cắm trại với gia đình nên đã mua chiếc lều chữ A với kích thước $2 \times 4m$ (đã được tặng kèm cọc). (Hình 1). Chiếc lều có tấm lót sàn và hai tấm phủ là hình chữ nhật. Để dựng lều An đã quan sát hình ảnh chiếc lều và hình minh họa (Hình 2). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



(Hình 1)



(Hình 2)

- a) **[NB]** Trước tiên An dựng cột AM vuông góc với mặt đất thì cột AM song song với tấm phủ (DEF).
- b) **[TH]** Ba tấm phủ ($ABED$), ($ADFC$), ($EFCB$) cắt nhau đôi một theo ba giao tuyến đồng quy.
- c) **[TH]** Sau đó, An trải hai tấm phủ ($ABED$), ($ADFC$) bằng hai sợi dây nối cố định từ điểm $B \rightarrow D \rightarrow C$ và $E \rightarrow A \rightarrow F$. Để kéo căng và cân đối giữa hai tấm phủ thì đường thẳng chung của hai mặt phẳng (BDC), (EAF) song song với mặt phẳng ($EFCB$).
- d) **[VD, VDC]** Cuối cùng để hoàn thiện việc dựng lều thì An cần nối sợi dây từ đỉnh A cắm cọc xuống đất tại H sao cho DH cắt AM tại trung điểm. Khi đó $AM = MH$.

Lời giải

Đúng – sai – đúng – sai

$$a) \text{ Có } \begin{cases} BC \parallel EF \text{ (EFCB là hcn)} \\ AC \parallel DF \text{ (DFCA là hcn)} \\ AC \cap BC = C \\ AC, BC \subset (ABC) \\ EF, DF \subset (DEF) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (ABC) \parallel (DEF) \\ AM \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow AM \parallel (DEF)$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có:

$$\begin{cases} (ABE) \cap (ADF) = AD \\ (ABE) \cap (EFCB) = EB \text{ mà } AD \parallel EB \parallel CF. \\ (ADF) \cap (EFCB) = CF \end{cases}$$

Suy ra ba tấm phủ ($ABED$), ($ADFC$), ($EFCB$) cắt nhau đôi một theo ba giao tuyến song song.

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Trong mặt phẳng ($ADFC$) gọi $I = AF \cap CD \Rightarrow I$ là tâm hình chữ nhật $ADFC$.

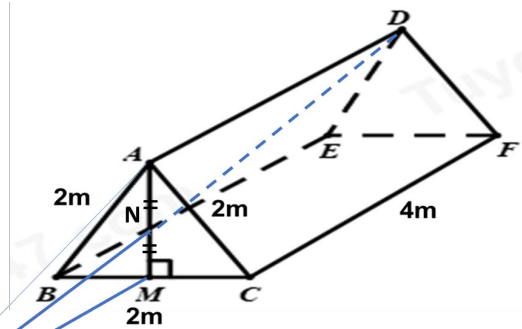
Trong ($ADEB$) gọi $J = AE \cap BD \Rightarrow J$ là tâm hình chữ nhật $ADEB$.

Suy ra đường thẳng chung của hai mặt phẳng $(BDC), (EAF)$ là giao tuyến IJ .

$$\Rightarrow (EAF) \cap (BDC) = IJ.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} IJ \subset (BDC) \\ IJ \parallel BC \text{ (đtb } \triangle BDC) \\ IJ \not\subset (EFCB) \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel (EFCB)$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.



d) H

Gọi N là trung điểm AM .

$$\text{Có } \begin{cases} AD \parallel EB \text{ (} ADEB \text{ là hcn)} \\ AD \not\subset (ADEB) \\ EB \subset (ADEB) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (ADEB)$$

$$\text{Mà } AM \perp (ADEB) \Rightarrow \begin{cases} AM \perp HM \\ AM \perp AD \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle MNH \sim \triangle AND \text{ (g.c.g)}$$

$$\frac{AN}{MN} = \frac{HM}{AD} = 1 \Rightarrow HM = AD$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 15: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 12.
- Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là $[40; 60)$.
- Nhóm chứa trung vị là $[60; 80)$.
- Tứ phân vị thứ nhất là $\frac{290}{11}$.

Lời giải

- a) Cỡ mẫu: $n=5+9+12+10+6=42$. Vậy mệnh đề **Sai**.
- b) Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa một là $[40; 60)$. Vậy mệnh đề **Đúng**.
- c) Gọi x_1, \dots, x_{42} là thời gian tập thể dục trong ngày của 42 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$. Do 2 giá trị x_{21}, x_{22} thuộc nhóm $[40; 60)$ nên nhóm $[40; 60)$ chứa trung vị. Vậy Mệnh đề **Sai**.
- d) Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_{11} nên nhóm chứa Q_1 là $[20; 40)$. Do đó,

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{42}{4} - 5}{9} \cdot 20 = \frac{290}{9}. \text{ Vậy mệnh đề Sai.}$$

Câu 16: Giả sử một chất phóng xạ bị phân rã theo cách sao cho khối lượng $m(t)$ của chất còn lại (Tính bằng kilogram) sau t ngày được cho bởi hàm số $m(t) = 13e^{-0,015t}$.

- a) **[NB]** Khối lượng $m(t)$ của chất phóng xạ còn lại sau t ngày là hàm số có tập xác định \mathbb{R} .
- b) **[TH]** Khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$ là 13 kilogram.
- c) **[TH]** Sau 30 ngày khối lượng chất đó còn lại 8,3 kilogram (Làm tròn đến hàng phần mười).
- d) **[VD, VDC]** Biết rằng cứ sau 1 ngày lại thêm 0,1 kilogram chất phóng xạ thì sau 3 ngày chất phóng xạ bị phân rã còn 12 kilogram (Làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

- a) Khối lượng $m(t)$ của chất phóng xạ còn lại sau t ngày là hàm số có tập xác định $(0; +\infty)$, suy ra mệnh đề **sai**.
- b) Khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$ là $m(0) = 13e^0 = 13$, suy ra mệnh đề **đúng**.
- c) Sau 30 ngày khối lượng chất đó còn lại là $m(30) = 13e^{-0,015 \cdot 30} \approx 8,3$ kilogram, suy ra mệnh đề **đúng**.
- d) Xét khả năng khi chất phóng xạ phân rã mà chưa thêm vào sau mỗi ngày.
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau 1 ngày là: $m_1 = 13 \cdot e^{-0,015}$.
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau 2 ngày là: $m_2 = 13 \cdot e^{-0,015 \cdot 2} = m_1 \cdot e^{-0,015}$.
Như vậy lượng chất phóng xạ còn lại sau 1; 2; 3; ... ngày lập thành cấp số nhân có công bội $q = e^{-0,015}$.
Xét khả năng khi chất phóng xạ phân rã mà sau mỗi ngày thêm 0,1 kilogram.
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau 1 ngày là: $m_1 = 13 \cdot e^{-0,015} + 0,1$.
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau 2 ngày là:
 $m_2 = m_1 \cdot e^{-0,015} + 0,1 = 13 \cdot e^{-0,015 \cdot 2} + 0,1 \cdot e^{-0,015} + 0,1$.
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau 3 ngày là:
 $m_3 = m_2 \cdot e^{-0,015} + 0,1 = 13 \cdot e^{-0,015 \cdot 3} + 0,1 \cdot e^{-0,015 \cdot 2} + 0,1 \cdot e^{-0,015} + 0,1 \approx 12,7$.
Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Số giờ có ánh sáng của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2024 được cho bởi một hàm

số $y = 4 \sin \left[\frac{\pi}{178} (t - 70) \right] + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong tháng 6 năm 2024 thì thành phố A có số giờ ánh sáng mặt trời chiếu nhiều nhất?

Lời giải

Đáp án: 7

$$\text{Vì } \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-70)\right] \leq 1 \Leftrightarrow 4 \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-70)\right] \leq 4 \Leftrightarrow 4 \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-70)\right] + 10 \leq 14 \Leftrightarrow y \leq 14.$$

Ngày có ánh nắng mặt trời chiếu nhiều nhất khi $y = 14$

$$\Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-70)\right] = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-70) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t-70 = 89 + 356k \Leftrightarrow t = 159 + 356k$$

$$\text{Mà } 0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 159 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -159 < 356k \leq 206 \Leftrightarrow \frac{-159}{356} < k \leq \frac{206}{356}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Với $k = 0$ thì $t = 159$.

Năm 2024 là năm nhuận nên tháng 1, tháng 3 và tháng 5 có 31 ngày, tháng 2 có 29 ngày, tháng 4 có 30 ngày.

Vậy ngày thứ 159 trong năm 2024 rơi vào ngày 7 tháng 6.

Câu 18: Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x-3} = 9$. ($b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = b + c$.

Lời giải

Đáp án: -15

Vì $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x-3} = 9$ là hữu hạn nên tam thức $x^2 + bx + c$ có nghiệm $x = 3$

$$\Leftrightarrow 3b + c + 9 = 0 \Leftrightarrow c = -9 - 3b$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx - 9 - 3b}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3+b)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+3+b) = 9 \Leftrightarrow 6+b=9 \Leftrightarrow b=3 \Rightarrow c=-18 \end{aligned}$$

Vậy $P = b + c = -15$.

Câu 19: Giả sử tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh T là 1,2% và không biến động trong 10 năm tiếp theo. Biết rằng số dân của tỉnh T hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh T sẽ a nghìn người. Tìm a .

Lời giải

Đáp án: 2227.

Đặt $A = 2000000$ và $r = 1,2\% = 0,012$.

+ Năm hiện tại, số dân tỉnh T là: $P_1 = A = 2000000$.

+ Sau 1 năm, dân số tỉnh T là: $P_2 = P_1 + P_1 \cdot r = P_1(1+r) = A(1+r)$.

+ Sau 2 năm, dân số tỉnh T là: $P_3 = P_2 + P_2 \cdot r = P_2(1+r) = A(1+r)(1+r) = A(1+r)^2$

Tổng quát: sau n năm, dân số tỉnh T là: $P_{n+1} = A(1+r)^n$

Vậy dân số tỉnh T tăng theo cấp số nhân có $u_1 = A = 2000000$ và công bội $q = 1+r = 1,012$

Do đó, sau 9 năm thì dân số tỉnh T là:

$$P_{10} = A(1+r)^9 = 2000000(1,012)^9 = 2226663,593 \approx 2227000.$$

Câu 20: Số lượng học sinh trên lớp đăng ký tham gia hoạt động Hoa phượng đỏ ở một trường THPT trên địa bàn TP.HCM được cho ở bảng sau:

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ ba của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên?
(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 21,3.

Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đầu xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \dots x_4 \in [5,5;10,5); x_5 \dots x_{12} \in [10,5;15,5); x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5); x_{15} \dots x_{20} \in [20,5;25,5)$

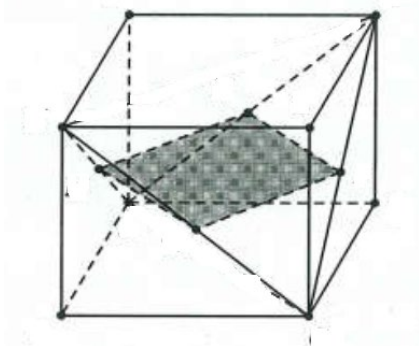
Ta xác định được cỡ mẫu $n = 20$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$.

Do $x_{15}, x_{16} \in [20,5;25,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 20,5 + \frac{3 \cdot 20 - 14}{6} (25,5 - 20,5) = 21,3.$$

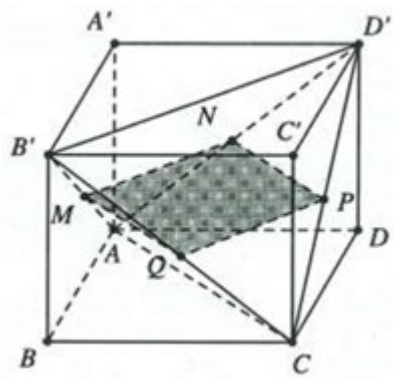
Câu 21: Một hộp đồ chơi thủy tinh trong suốt dạng hình lập phương, có cạnh là $1dm$. Bên trong trang trí một tứ diện đều dạng pha lê màu xanh, trong cùng là một miền đa giác màu vàng đi qua tâm và song song với đáy của hình lập phương có các cạnh thuộc các mặt của tứ diện. Tính diện tích miền đa giác đó (đơn vị cm^2)?



Lời giải

Đáp án: 50.

Mô hình hóa hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, Tứ diện đều $ACB'D'$, gọi tâm của hình lập phương và các mặt bên hình lập phương là O, M, N, P, Q .



Đa giác ở giữa là thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua O và song song với đáy.
 Ta có $BA'D'C$ là hình bình hành với MP là đường trung bình, O là tâm hình lập phương, nên O là trung điểm AC' hay O thuộc MP , vậy MP thuộc miền đa giác

Xét tam giác $AB'D'$ có $MN \parallel B'D'$, $MN = \frac{1}{2}B'D' = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Tương tự tam giác $AB'C$ có $MQ \parallel B'C$, $MQ = \frac{1}{2}B'C = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Tương tự ta chứng minh được $\square MNPQ$ là hình thoi.

Mặt khác $MP = NQ = 1$. Vậy $\square MNPQ$ là hình vuông có cạnh là $\frac{\sqrt{2}}{2}$ suy ra

$$S_{\square MNPQ} = \frac{1}{2} = 0,5 (dm^2) = 50cm^2.$$

Câu 22: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 5 (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,23.

Mỗi số tự nhiên thuộc tập S có dạng \overline{abcde}

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8A_8^4$

Gọi A là biến cố chọn được số chia hết cho 5

TH1: Chọn được một số có dạng $\overline{abcd0}$, trường hợp này có A_8^4 cách

TH2: Chọn được một số có dạng $\overline{abcd5}$, trường hợp này có $7A_7^3$ cách

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{A_8^4 + 7.A_7^3}{8A_8^4} = \frac{15}{64} \approx 0,23$

Đề thi gồm có 3 phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là

- A. $D = (-1; 3)$ B. $D = (0; 1)$ C. $D = (-1; 1)$ D. $D = (-3; 1)$

Câu 2: Với $k \in \mathbb{Z}$, nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- A. $x = \pi + k4\pi$ B. $x = \pi + k2\pi$ C. $x = k2\pi$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 3: Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 9.

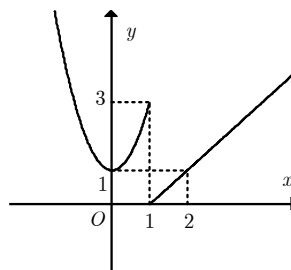
Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng.

- A. $d = 3$. B. $d = -2$. C. $d = 1$. D. $d = 2$.

Câu 5: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\infty$. C. 0. D. -1.

Câu 6: Hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên không liên tục tại điểm có hoành độ là bao nhiêu?



- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

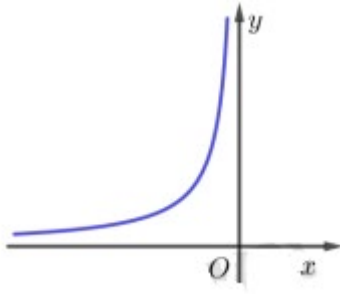
Câu 7: Gieo 1 con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để hai lần gieo đều xuất hiện mặt chẵn?

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

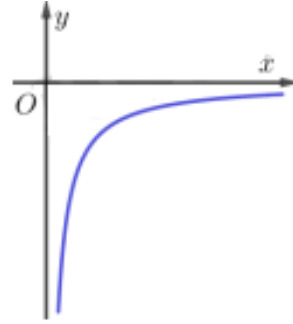
Câu 8: Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$. B. $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.
 C. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$. D. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

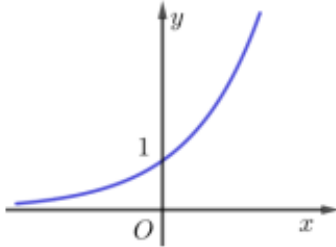
Câu 9: Cho a là số thực dương khác 1. Hình nào sau đây là đồ thị của hàm số mũ $y = a^x$?



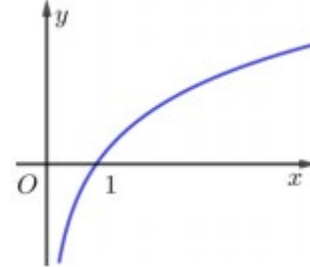
A.



B.



C.



D.

Câu 10: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9.

B. 10.

C. 18.

D. 24.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB) .

B. (SBC) .

C. (SCD) .

D. (SAD) .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC .

B. Đường thẳng SB .

C. Đường thẳng SD .

D. Đường thẳng SA .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng ba điều ước. Aladin ước hai điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ ba của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi thêm hai điều ước so với số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều ước đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau.

Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

a) Số điều ước mà Aladin có được trong ngày thứ hai là 5.

b) Số điều ước của Aladin mỗi ngày lập thành một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$.

c) Tổng số điều ước của ba ngày đầu tiên là 15.

d) Vào ngày thứ 30 Aladin gặp thần đèn, Aladin được thực hiện 61 điều ước.

Câu 2: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$,

$BN = \frac{1}{3}BD$. Khi đó, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\frac{BN}{BO} = \frac{2}{3}$.

b) OO' song song với mặt phẳng (ADF) .

- c) OO' cắt mặt phẳng (BCE) .
 d) MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x - \cos x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau đây:

- a) $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
 b) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 c) Tập giá trị của hàm số $f(x) = \cos 2x - \cos x$ là đoạn $[-1; 1]$.
 d) Phương trình $f(x) = 0$ có tất cả ba nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

Câu 4: Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 5,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng.

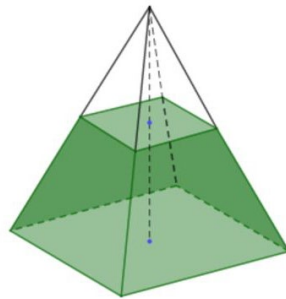
- a) Sau một kì hạn, bác An nhận được số tiền lãi là 5,5 triệu đồng.
 b) Sau một kì hạn, bác An nhận được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là 205,5 triệu đồng.
 c) Tổng số tiền bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm được tính theo công thức $P_n = 200 \cdot (1,055)^n$ (triệu đồng).
 d) Thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác An thu được ít nhất 300 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) là 8 năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Phương trình $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$?

Câu 2: Gọi S là tập các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 3: Một khối gỗ có dạng hình chóp có đáy là hình vuông và tất cả các cạnh bằng 0,5 m. Một người muốn thiết kế thành đồ trang trí bằng cách cưa đi phần đỉnh của khối gỗ này và gắn dây đèn trang trí theo cách cạnh của khối hình mới (tham khảo hình bên dưới). Biết rằng lưỡi cưa đi qua 3 trung điểm của ba cạnh bên của khối gỗ. Chiều dài của dây đèn trang trí là bao nhiêu m (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} - x) = 1012$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 10} + x) = 0$ thì giá trị của biểu thức $T = a + b$ là

Câu 5: Sau khi tốt nghiệp đại học, bạn Nam được hai công ty mời về làm việc với yêu cầu là phải làm ít nhất 3 năm và cách trả lương như sau: **Công ty A:** Mức lương tháng đầu tiên 20.000.000/tháng. Từ tháng thứ hai, mức lương tăng thêm 300.000 đồng mỗi tháng. **Công ty B:** Mức lương tháng đầu tiên là 15.000.000/tháng. Từ tháng thứ hai, lương mỗi tháng tăng 3,5% trên mỗi tháng so với tháng trước đó. Sau thời gian suy nghĩ, Nam quyết định chọn công ty có tổng thu nhập sau 3 năm cao hơn công ty còn lại. Hỏi tổng thu nhập sau 3 năm của Nam là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để phương trình $3^{\log_2 x^2} - 2(m+3) \cdot 3^{\log_2 x} + m^2 + 3 = 0$ (ẩn x) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 x_2 > 32$?
----- *Hết* -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)**BẢNG ĐÁP ÁN**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	C	B	C	B	A	B	C	D	C	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	6	0,48	4	2024	1050	2009

LỜI GIẢI CHI TIẾT**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án**Câu 1:** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là

A. $D = (-1; 3)$

B. $D = (0; 1)$

C. $D = (-1; 1)$

D. $D = (-3; 1)$

Lời giải**Chọn D**Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow 3 - 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.Vậy $D = (-3; 1)$.**Câu 2:** Với $k \in \mathbb{Z}$, nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

A. $x = \pi + k4\pi$

B. $x = \pi + k2\pi$

C. $x = k2\pi$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Lời giải**Chọn A**Ta có $\sin \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.**Câu 3:** Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm [90; 100) là

A. 7.

B. 8.

C. 10.

D. 9.

Lời giải**Chọn C**

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là $100 - 90 = 10$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng.

- A. $d = 3$. B. $d = -2$. C. $d = 1$. D. $d = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1} - u_n = (5 - 2(n+1)) - (5 - 2n) = 5 - 2n - 2 - 5 + 2n = -2 \Rightarrow d = -2$.

Câu 5: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

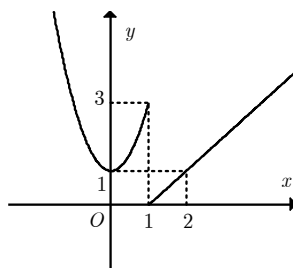
- A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\infty$. C. 0. D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{4} = 0$.

Câu 6: Hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên không liên tục tại điểm có hoành độ là bao nhiêu?



- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy tại điểm có hoành độ $x = 1$ đồ thị của hàm số bị "đứt" nên hàm số không liên tục tại đó.

Cụ thể: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0 \neq 3 = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ nên $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 7: Gieo 1 con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để hai lần gieo đều xuất hiện mặt chẵn?

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Lời giải

Chọn A

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Câu 8: Khẳng định nào dưới đây sai?

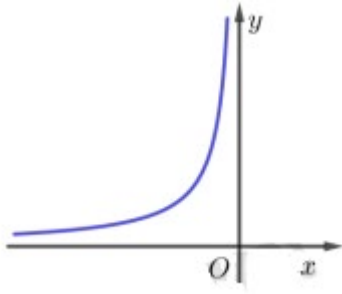
- A. $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$. B. $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.
C. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$. D. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

Lời giải

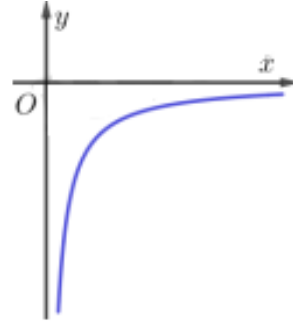
Chọn B

Ta có $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

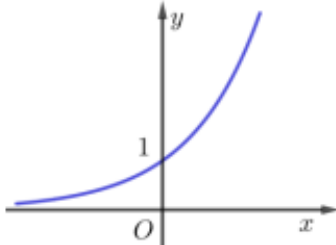
Câu 9: Cho a là số thực dương khác 1. Hình nào sau đây là đồ thị của hàm số mũ $y = a^x$?



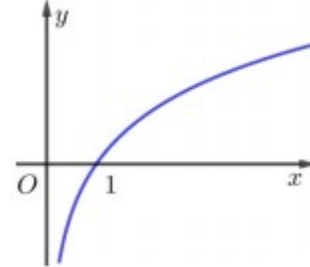
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $(0; +\infty)$

Câu 10: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9.

B. 10.

C. 18.

D. 24.

Lời giải

Chọn D

- Từ A \longrightarrow B có 4 cách.
- Từ B \longrightarrow C có 2 cách.
- Từ C \longrightarrow D có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 2 = 16$ cách.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB) .

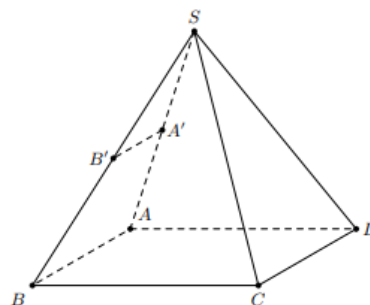
B. (SBC) .

C. (SCD) .

D. (SAD) .

Lời giải

Chọn C



Vì $A'B'$ song song với AB và AB song song với CD nên $A'B'$ song song với CD .

Hơn nữa, $A'B'$ không chứa trong (SCD) nên $A'B'$ song song với (SCD) .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC .

B. Đường thẳng SB .

C. Đường thẳng SD .

D. Đường thẳng SA .

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $(SAC) \cap (SAD) = SA$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng ba điều ước. Aladin ước hai điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ ba của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi thêm hai điều ước so với số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều ước đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau.

Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

a) **[NB]** Số điều ước mà Aladin có được trong ngày thứ hai là 5.

b) **[TH]** Số điều ước của Aladin mỗi ngày lập thành một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$.

c) **[TH]** Tổng số điều ước của ba ngày đầu tiên là 15.

d) **[VD,VDC]** Vào ngày thứ 30 Aladin gặp thần đèn, Aladin được thực hiện 61 điều ước.

Lời giải

a) Ngày thứ hai Aladin có số điều ước là $3 + 2 = 5$. Suy ra mệnh đề a) **Đúng**.

b) Mỗi ngày Aladin ước có thêm 2 điều ước so với ngày hôm sau nên ta có $u_1 = 3; u_2 = u_1 + 2; u_3 = u_2 + 2; \dots$ do đó số điều ước lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Suy ra mệnh đề b) **Sai**.

c) Ta có $u_1 = 3; u_2 = 5; u_3 = 7 \Rightarrow u_1 + u_2 + u_3 = 3 + 5 + 7 = 15$. Mệnh đề c) **Đúng**.

d) Vì số điều ước lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$ nên ta có $u_{30} = u_1 + (30 - 1)d = 3 + 29 \cdot 2 = 61$. Mệnh đề d) **Đúng**.

Câu 2: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$

$BN = \frac{1}{3}BD$. Khi đó, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

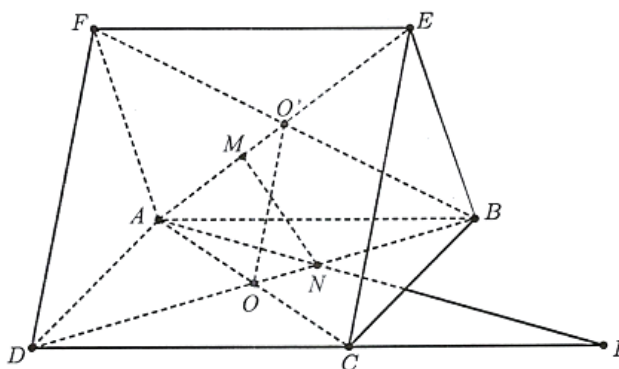
a) **[NB]** $\frac{BN}{BO} = \frac{2}{3}$.

b) **[TH]** OO' song song với mặt phẳng (ADF) .

c) **[TH]** OO' cắt mặt phẳng (BCE) .

d) **[VD]** MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.

Lời giải



a) Ta có $\frac{BN}{BO} = \frac{BN}{\frac{1}{2}BD} = 2 \frac{BN}{BD} = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

- b) Ta có OO' là đường trung bình của tam giác BDF nên $OO' // DF$, mà $DF \subset (ADF)$ suy ra $OO' // (ADF)$, suy ra mệnh đề **đúng**
- c) Ta có OO' là đường trung bình của tam giác ACE nên $OO' // CE$, mà $CE \subset (BCE)$ suy ra $OO' // (BCE)$ suy ra mệnh đề **sai**.
- d) Chứng minh MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$:
 Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I = AN \cap CD$.
 Do $AB // CD$ nên $\frac{AN}{AI} = \frac{BN}{BD} = \frac{1}{3}$. Mặt khác: $\frac{AM}{AE} = \frac{1}{3}$.
 Do đó $\frac{AN}{AI} = \frac{AM}{AE} \Rightarrow MN // IE$
 Mà $IE \subset (CDFE)$, suy ra $MN // (CDFE)$. suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x - \cos x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau đây:

- a) **[NB]** $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- b) **[TH]** Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- c) **[TH]** Tập giá trị của hàm số $f(x) = \cos 2x - \cos x$ là đoạn $[-1; 1]$.
- d) **[VD, VDC]** Phương trình $f(x) = 0$ có tất cả ba nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

Lời giải

a) **Đúng.**

Ta có: $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) **Sai.**

Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

c) **Sai.**

Ta có: $f(x) = \cos 2x - \cos x = 2\cos^2 x - \cos x - 1$.

Đặt $t = \cos x$ với $-1 \leq t \leq 1$.

Xét hàm số $g(t) = 2t^2 - t - 1$ với $t \in [-1; 1]$.

Đồ thị của hàm số là một parabol có đỉnh là $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right)$.

Bảng biến thiên:

t	-1	$\frac{1}{4}$	1
$g(t)$	2	$-\frac{9}{8}$	0

Vậy tập giá trị của hàm số $f(x) = \cos 2x - \cos x$ là đoạn $\left[-\frac{9}{8}; 2\right]$.

d) Sai.

$$\text{Ta có: } f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Khi đó: } 0 \leq \frac{k2\pi}{3} \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 3.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có tất cả bốn nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

Câu 4: Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 5,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng.

a) **[NB]** Sau một kì hạn, bác An nhận được số tiền lãi là 5,5 triệu đồng.

b) **[TH]** Sau một kì hạn, bác An nhận được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là 205,5 triệu đồng.

c) **[TH]** Tổng số tiền bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm được tính theo công thức $P_n = 200 \cdot (1,055)^n$ (triệu đồng).

d) **[VD]** Thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác An thu được ít nhất 300 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) là 8 năm.

Lời giải

a) Sau 1 kì hạn, bác An nhận được số tiền lãi là $200 \cdot 5,5\% = 11$ triệu đồng. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Sau 1 kì hạn, bác An nhận được số tiền (cả vốn lẫn lãi) = Số tiền gốc + Số tiền lãi = $200 + 11 = 211$ (triệu đồng). Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Gọi A là số tiền bác An gửi tiết kiệm ban đầu, r là lãi suất không đổi với kì hạn 12 tháng, n là số năm gửi tiết kiệm ($n \in \mathbb{N}^*$). Khi đó:

Số tiền bác An nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm:

$$P_1 = A + Ar = A(1+r)$$

Số tiền bác An nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau 2 năm:

$$P_2 = P_1 + P_1 r = A(1+r) + A(1+r)r = A(1+r)^2$$

Số tiền bác An nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau 3 năm:

$$P_3 = P_2 + P_2 r = A(1+r)^2 + A(1+r)^2 r = A(1+r)^3$$

Số tiền bác An nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm:

$$P_n = P_{n-1} + P_{n-1} r = A(1+r)^{n-1} + A(1+r)^{n-1} r = A(1+r)^n$$

Với $A = 200$, $r = 5,5\% \rightarrow$ Tổng số tiền bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm được tính theo công thức $P_n = 200(1+5,5\%)^n = 200(1+0,055)^n = 200(1,055)^n$ (triệu đồng).

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Áp dụng công thức $P_n = 200(1,055)^n$. Theo giả thiết để bác An thu được ít nhất 300 triệu

$$\text{đồng, ta suy ra: } 200(1,055)^n \geq 300 \Leftrightarrow (1,055)^n \geq 1,5 \Leftrightarrow n \geq \frac{\log(1,5)}{\log(1,055)} \approx 7,57.$$

Mà $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 8$. Thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác An thu được ít nhất 300 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) là 8 năm. Suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Phương trình $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$?

Lời giải

Đáp án: 6

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0 &\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Vì } x \in (0; 3\pi) \text{ nên} &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{3} + k\pi < 3\pi \\ 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < 3\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3} < k < \frac{8}{3} \\ -\frac{1}{2} < k < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0; 1; 2 \\ k = 0; 1; 2 \end{cases} \\ \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right\}. & \end{aligned}$$

Câu 2: Gọi S là tập các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 0,48

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^5$.

Tập các chữ số $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Gọi $x = \overline{abcdef}$ ($a \neq 0$) là số cần lập. Ta có:

TH1: Có chữ số 0

Xếp chữ số 0: có 5 cách;

Chọn 2 chữ số chẵn: $C_4^2 = 6$ cách;

Chọn 3 chữ số lẻ: $C_5^3 = 10$ cách;

Xếp 5 chữ số vừa chọn: $5! = 120$.

Trường hợp này có: $120 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 5 = 36000$ số.

TH2: Không có chữ số 0

Chọn 3 chữ số chẵn có $C_4^3 = 4$ cách;

Chọn 3 chữ số lẻ có $C_5^3 = 10$ cách;

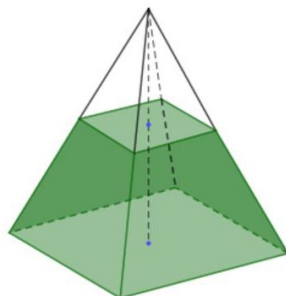
Xếp 6 chữ số đó có $6! = 720$ cách;

Trường hợp này có: $720 \cdot 10 \cdot 4 = 28800$ số.

Suy ra $n(A) = 36000 + 28800 = 64800$ số.

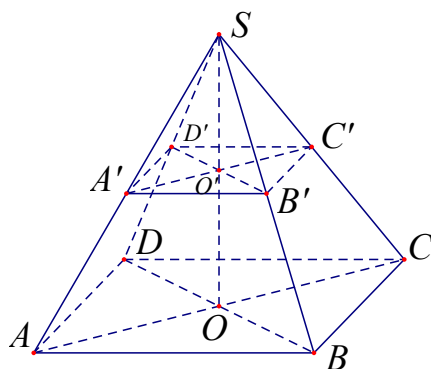
Vậy xác suất là: $P(A) = \frac{64800}{136080} = \frac{10}{21} \approx 0,48$

Câu 3: Một khối gỗ có dạng hình chóp có đáy là hình vuông và tất cả các cạnh bằng 0,5 m. Một người muốn thiết kế thành đồ trang trí bằng cách cưa đi phần đỉnh của khối gỗ này và gắn dây đèn trang trí theo cách cạnh của khối hình mới (tham khảo hình bên dưới). Biết rằng lưỡi cưa đi qua 3 trung điểm của ba cạnh bên của khối gỗ. Chiều dài của dây đèn trang trí là bao nhiêu m (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 4.



Hình chóp $S.ABCD$ mô tả khối gỗ.

Cưa đi phần đỉnh của khối gỗ, lưỡi cưa đi qua các trung điểm của ba cạnh bên của khối gỗ nghĩa là cắt hình chóp bởi một mặt phẳng đi qua các điểm A', B', C' (A', B', C' là trung điểm của SA, SB, SC).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$: gọi O là giao điểm của AC, BD .

Trong mặt phẳng (SAC) : gọi O' là giao điểm của $A'C', SO$.

Trong mặt phẳng (SBD) : gọi D' là giao điểm của $B'O', SD$.

Suy ra mặt phẳng cắt các mặt của hình chóp theo các giao tuyến là $A'B', B'C', C'D', D'A'$.

Dây đèn trang trí được gắn vào các cạnh $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A', AA', BB', CC', DD'$ nên tổng chiều dài sợi dây bằng $l = AB + BC + CD + DA + A'B' + B'C' + C'D' + D'A' + AA' + BB' + CC' + DD'$.

Để dàng chứng minh được D' là trung điểm của SD .

Do A', B' là trung điểm của SA, SB nên $A'B' = \frac{1}{2}AB = 0,25m$. Tương tự $B'C' = C'D' = D'A' = 0,25m$.

Do A', B', C', D' là trung điểm của SA, SB, SC, SD nên $AA' = BB' = CC' = DD' = 0,25m$

Vậy

$$l = AB + BC + CD + DA + A'B' + B'C' + C'D' + D'A' + AA' + BB' + CC' + DD'$$

$$l = 0,5.4 + 0,25.8 = 4m$$

Câu 4: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} - x) = 1012$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 10} + x) = 0$ thì giá trị của biểu thức $T = a + b$ là

Lời giải

Đáp án: 2024

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + ax + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 + ax + 5} + x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} + x} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{a + \frac{5}{x}}{\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} + 1} \right) = \frac{a}{2}$$

$$\text{Do giả thiết } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} - x) = 1012 \Leftrightarrow \frac{a}{2} = 1012 \Leftrightarrow a = 2024.$$

Do đó giá trị của a là 2024.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 10} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + bx + 10 - x^2}{\sqrt{x^2 + bx + 10} + x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{bx + 10}{\sqrt{x^2 + bx + 10} + x} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{b + \frac{10}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{b}{x} + \frac{10}{x^2}} - 1} \right) = -\frac{b}{2}$$

$$\text{Do giả thiết } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 10} + x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2} = 0 \Leftrightarrow b = 0.$$

Do đó giá trị của b là 0 .

Vậy $T = a + b = 2024$

Câu 5: Sau khi tốt nghiệp đại học, bạn Nam được hai công ty mời về làm việc với yêu cầu là phải làm ít nhất 3 năm và cách trả lương như sau: **Công ty A:** Mức lương tháng đầu tiên 20.000.000/tháng. Từ tháng thứ hai, mức lương tăng thêm 300.000 đồng mỗi tháng. **Công ty B:** Mức lương tháng đầu tiên là 15.000.000/tháng. Từ tháng thứ hai, lương mỗi tháng tăng 3,5% trên mỗi tháng so với tháng trước đó. Sau thời gian suy nghĩ, Nam quyết định chọn công ty có tổng thu nhập sau 3 năm cao hơn công ty còn lại. Hỏi tổng thu nhập sau 3 năm của Nam là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 1050.

Gọi u_n là mức lương của Nam ở tháng làm việc thứ n tại Công ty **A**. Khi đó (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 20$ (triệu) và công sai $d = 0,3$ (triệu). Khi đó, sau 3 năm (36 tháng) Nam nhận được số tiền là $S_{36} = \frac{36(2u_1 + 35d)}{2} = 909$ (triệu)

Gọi v_n là mức lương của Nam ở tháng làm việc thứ n tại Công ty **B**. Khi đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = 15$ (triệu) và công bội $q = 1,035$. Khi đó, sau 3 năm (36 tháng), Nam nhận được số tiền là $S_{36} = \frac{v_1(q^{36} - 1)}{q - 1} = 1050$ (triệu).

Vậy Nam chọn công ty B để làm việc và số tiền nhận được sau 3 năm làm việc là 1050 triệu đồng.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để phương trình

$$3^{\log_2 x^2} - 2(m+3) \cdot 3^{\log_2 x} + m^2 + 3 = 0 \text{ (ẩn } x) \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn: } x_1 x_2 > 32 ?$$

Lời giải

Đáp án: 2009.

Điều kiện xác định: $x > 0$ (*)

$$3^{\log_2 x^2} - 2(m+3) \cdot 3^{\log_2 x} + m^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 3^{2\log_2 x} - 2(m+3) \cdot 3^{\log_2 x} + m^2 + 3 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt: } t = 3^{\log_2 x} \text{ (} t > 0 \text{)}, \text{ phương trình có dạng: } t^2 - 2(m+3)t + m^2 + 3 = 0 \quad (2)$$

$$(1) \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \Leftrightarrow (2) \text{ có hai nghiệm dương phân biệt } t_1 = 3^{\log_2 x_1}, t_2 = 3^{\log_2 x_2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+3)^2 - (m^2 + 3) > 0 \\ t_1 + t_2 = 2(m+3) > 0 \\ t_1 t_2 = m^2 + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m + 6 > 0 \\ m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$$

$$\text{Khi đó: } t_1 t_2 = 3^{\log_2 x_1} \cdot 3^{\log_2 x_2} = 3^{\log_2 x_1 + \log_2 x_2} = 3^{\log_2 (x_1 x_2)}$$

$$x_1 x_2 > 32 \Leftrightarrow t_1 t_2 > 243 \Leftrightarrow m^2 + 3 > 243 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 15,5 \\ m < -15,5 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z}, m \in (-1; 2024) \Rightarrow m \in \{16; 17; 18; \dots; 2024\}$, nên số giá trị nguyên của m thoả mãn là: $2024 - 16 + 1 = 2009$.



PHẦN I. ĐỀ BÀI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Chọn mệnh đề **đúng**.

- A.** Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
- B.** Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
- C.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 2: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A.** 2.
- B.** 1.
- C.** 0.
- D.** $+\infty$.

Câu 3: Cho bảng phân bố tần số về Số tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty cuối năm 2024.

Số tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	7	43

Một của bảng phân bố tần số đã cho là

- A.** 3 triệu đồng.
- B.** 2 triệu đồng.
- C.** 6 triệu đồng.
- D.** 5 triệu đồng.

Câu 4: Một tổ có 8 nam và 4 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra một học sinh làm trực nhật. Hỏi giáo viên đó có bao nhiêu cách chọn ?

- A.** 8.
- B.** 12.
- C.** 4.
- D.** 32.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A.** 18.
- B.** 6.
- C.** 8.
- D.** 54.

Câu 6: Cho góc lượng giác α có điểm cuối $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi đó giá trị $\sin \alpha = ?$

- A.** $\sin \alpha = \frac{1}{2}$
- B.** $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$.
- C.** $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- D.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7: Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_a a$ có giá trị bằng

- A.** $-\frac{1}{3}$.
- B.** 3.
- C.** -3.
- D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 8: Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Giá trị đại diện của nhóm [162;166) là:

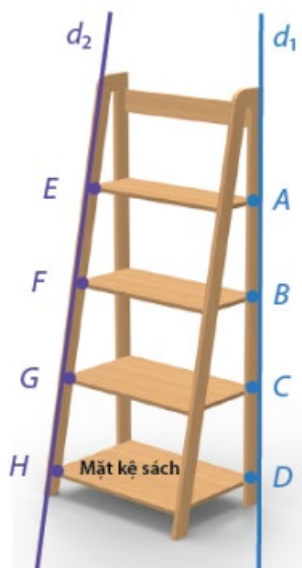
- A.** 162.
- B.** 164.
- C.** 163.
- D.** 165.

Câu 9: Phương trình $\log_2(x-1) = 3$ có nghiệm là

- A.** $x = 9$.
- B.** $x = 3$.
- C.** $x = 7$.
- D.** $x = 10$.

Câu 10: Hình ảnh dưới đây là kệ sách gỗ có 4 mặt kệ với thanh gỗ đứng (xem như đường thẳng d_1) và thanh gỗ xiên (xem như đường thẳng d_2). Giá đỡ các mặt kệ xuất hiện ở các vị trí A, B, C, D

và E, F, G, H . Biết $EF = 35\text{cm}$ và A, B, C, D cách đều nhau và các mặt kệ song song với mặt đất. Tính độ dài đoạn HE .



- A. 140cm . B. 105cm . C. 90cm . D. 120cm .

Câu 11: Tìm tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x = -2$.

- A. $m = 4$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

Câu 12: Có 5 quyển sách toán khác nhau, 3 quyển sách lý khác nhau và 4 quyển sách hóa khác nhau. Có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên thành một dãy sao cho các sách cùng môn đứng cạnh nhau?

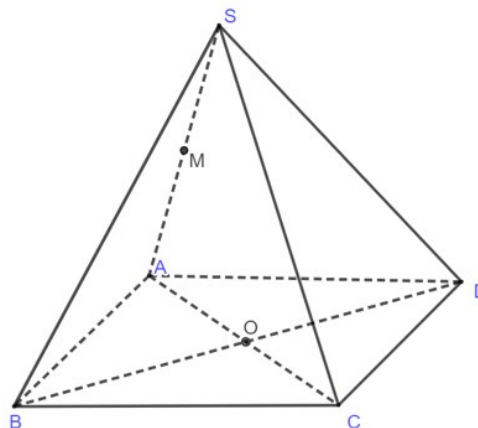
- A. 345600 . B. 725760 . C. 518400 . D. 103680 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là $0,6$. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,7$. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Xác suất không đúng bài thứ nhất là $0,4$.
 b) **[TH]** Xác suất không làm đúng cả hai bài tập là $0,36$.
 c) **[TH]** Xác suất làm đúng ít nhất một bài tập là $0,1$.
 d) **[VD]** Xác suất làm đúng bài thứ hai là $0,6$.

Câu 14: Cho một cái bánh giò có dạng hình chóp đáy là hình vuông (minh họa như hình vẽ). Giả sử đỉnh của bánh là S đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O có cạnh bằng 5cm . Gọi M là trung điểm của SA . Người ta cắt bánh bằng dao với mặt cắt là mặt phẳng (α) qua M và song song với mặt đáy $(ABCD)$ lần lượt cắt các cạnh SB, SC, SD tại N, P, Q . Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) **[NB]** $NQ // (ABCD)$.
 b) **[TH]** Đường thẳng SO cắt mặt phẳng (ADN) tại trọng tâm tam giác SBD
 c) **[TH]** $SB // (CPQD)$
 d) **[VD]** Diện tích tứ giác $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 15: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số pin	10	20	35	15	5

- a) **[NB]** Nhóm chứa một của dãy số liệu là $[1,05;1,1)$.
 b) **[TH]** Số trung bình của dãy số liệu là: 1,016.
 c) **[TH]** Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là: $Q_1 = 0,98$.
 d) **[VD,VDC]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là: $Q_3 = 1,046$.

Câu 16: Cho $\log_2 3 = x$, $\log_2 5 = y$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** $\log_2 15$ bằng xy .
 b) **[TH]** $\log_4 45$ bằng $4x + 2y$
 c) **[TH]** $2^x + 2^y$ bằng 8
 d) **[VD,VDC]** Cho $g(a) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2a}{\log_2 15 - a} \right)$. Khi đó, $e^{g(x)+g(y)} = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 45° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $f(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{132}(t - 60) \right] + 16$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn Sơn muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn Sơn nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Câu 18: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - 2x^2} - 2x) = -\frac{a}{b}$. Khi đó $2024a - b$ bằng bao nhiêu?

Câu 19: Chị An muốn mua điện thoại iPhone 16 Pro Max 1TB với giá 46990000 đồng nhưng vì chưa đủ tiền nên chị chọn mua bằng hình thức trả góp hàng tháng (số tiền trả góp mỗi tháng như nhau) với lãi suất 2,53%/tháng và chị trả trước 30% số tiền mua điện thoại. Hỏi mỗi tháng chị phải trả bao nhiêu nghìn đồng tại điểm thu hộ để đúng 1 năm kể từ ngày mua điện thoại chị sẽ trả hết nợ. Biết kì trả nợ đầu tiên sau ngày mua điện thoại đúng 1 tháng và chỉ tính lãi hàng tháng trên số dư nợ thực tế của tháng đó.

Câu 20: Nồng độ cồn trong hơi thở (đơn vị tính là miligam/1 lít khí thở) của 20 lái xe ô tô vi phạm được cho như sau:

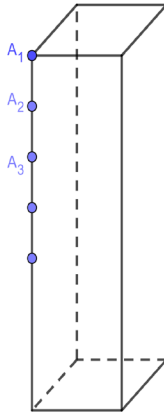
0,09 0,18 0,47 1,20 0,28 0,45 0,72 0,15 0,75 0,36
 0,21 0,15 0,23 0,30 0,41 0,13 0,05 0,38 0,42 0,79.

Theo quy định, mức phạt nồng độ cồn đối với lái xe ô tô như sau:

- Mức 1. Nồng độ cồn trong hơi thở chưa vượt quá 0,25 phạt từ 6 đến 8 triệu đồng;
 Mức 2. Nồng độ cồn trong hơi thở từ trên 0,25 đến 0,4 phạt từ 16 đến 18 triệu đồng;
 Mức 3. Nồng độ cồn trong hơi thở vượt quá 0,4 phạt từ 30 đến 40 triệu đồng.

Trung bình mỗi lái xe bị phạt bao nhiêu triệu đồng?

Câu 21: Người ta muốn trang trí năm cột hình hộp chữ nhật đứng có đáy là hình vuông cạnh 40 cm , chiều cao cột bằng 3 m bằng cách quấn quanh mỗi cột bởi dây đèn trang trí, biết dây đèn phải đi qua các điểm cố định A_1, A_2, A_3, \dots cách đều nhau 30 cm trên một thành cột như hình vẽ. Tính tổng chiều dài (theo đơn vị mét) tối thiểu của các dây đèn trang trí cần chuẩn bị (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 22: Cho một hộp có 4 bút bi màu xanh, 5 bút bi màu đen, 6 bút bi màu đỏ (tất cả các bút là đôi một khác nhau). Gọi A là biến cố: “ Lấy được 5 bút có đủ 3 màu”. Tính $P(A)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

----- Hết -----

PHẦN II. LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. ĐỀ BÀI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Chọn mệnh đề **đúng**.

- A.** Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
- B.** Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
- C.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

+ Mệnh đề A: đúng theo định nghĩa

+ Mệnh đề B: sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể chéo nhau

+ Mệnh đề C: sai do hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba có thể trùng nhau

+ Mệnh đề D: sai do hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chúng có thể chéo nhau.

Câu 2: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1) = 0$.

Câu 3: Cho bảng phân bố tần số về Số tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty cuối năm 2024.

Số tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	7	43

Một của bảng phân bố tần số đã cho là

A. 3 triệu đồng.

B. 2 triệu đồng.

C. 6 triệu đồng.

D. 5 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Một của bảng phân bố tần số là giá trị (x_i) có tần số (n_i) lớn nhất và được kí hiệu là M_0 .
Nên $M_0 = 3$ với tần số $n = 15$.

Câu 4: Một tổ có 8 nam và 4 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra một học sinh làm trực nhật. Hỏi giáo viên đó có bao nhiêu cách chọn ?

A. 8.

B. 12.

C. 4.

D. 32.

Lời giải

Chọn B

- Nếu chọn một học sinh nam có 8 cách.
 - Nếu chọn một học sinh nữ có 4 cách.
- Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 4 = 12$ cách chọn.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 18.

B. 6.

C. 8.

D. 54.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot 3^2 = 18$.

Câu 6: Cho góc lượng giác α có điểm cuối $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi đó giá trị $\sin \alpha = ?$

A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

B. $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$.

C. $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa $\sin \alpha = y$, với y là tung độ của điểm cuối. Do đó $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7: Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng

A. $-\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. -3 .

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 8: Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Giá trị đại diện của nhóm [162;166) là:

A. 162.

B. 164.

C. 163.

D. 165.

Lời giải

Chọn B

Giá trị đại diện của nhóm [162;166) là: $\frac{162+166}{2} = 164$.

Câu 9: Phương trình $\log_2(x-1) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 9$.

B. $x = 3$.

C. $x = 7$.

D. $x = 10$.

Lời giải

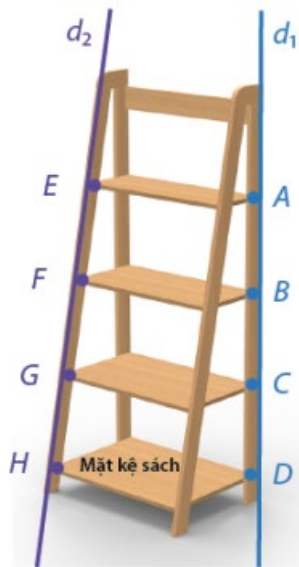
Chọn A

Điều kiện $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_2(x - 1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$.

Vậy phương trình $\log_2(x - 1) = 3$ có nghiệm là $x = 9$.

Câu 10: Hình ảnh dưới đây là kệ sách gỗ có 4 mặt kệ với thanh gỗ đứng (xem như đường thẳng d_1) và thanh gỗ xiên (xem như đường thẳng d_2). Giá đỡ các mặt kệ xuất hiện ở các vị trí A, B, C, D và E, F, G, H . Biết $EF = 35\text{cm}$ và A, B, C, D cách đều nhau và các mặt kệ song song với mặt đất. Tính độ dài đoạn HE .



A. 140cm .

B. 105cm .

C. 90cm .

D. 120cm .

Lời giải

Chọn B

♦ Áp dụng định lý Thales trong không gian, do A, B, C, D cách đều nhau nên E, F, G, H cũng cách đều nhau.

♦ Ta có $EF = FG = GH = 35\text{cm}$ nên $HE = 35 \cdot 3 = 105\text{cm}$.

Câu 11: Tìm tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x = -2$.

A. $m = 4$.

B. $m = 0$.

C. $m = -4$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -4$; $f(-2) = m$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x = -2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 12: Có 5 quyển sách toán khác nhau, 3 quyển sách lý khác nhau và 4 quyển sách hóa khác nhau. Có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên thành một dãy sao cho các sách cùng môn đứng cạnh nhau?

A. 345600 .

B. 725760 .

C. 518400 .

D. 103680 .

Lời giải

Chọn D

Nhóm 5 quyển sách toán khác nhau thành một nhóm và hoán vị chúng ta có $5!$ cách
Nhóm 3 quyển sách lý khác nhau thành một nhóm và hoán vị chúng ta có $3!$ cách
Nhóm 4 quyển sách hóa khác nhau thành một nhóm và hoán vị chúng ta có $4!$ cách
Hoán vị 3 nhóm trên ta có $3!$ cách
Vậy có $5! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 3! = 103680$ cách

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là $0,6$. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,7$. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) [NB]** Xác suất không đúng bài thứ nhất là $0,4$.
b) [TH] Xác suất không làm đúng cả hai bài tập là $0,36$.
c) [TH] Xác suất làm đúng ít nhất một bài tập là $0,1$.
d) [VD] Xác suất làm đúng bài thứ hai là $0,6$.

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là biến cố làm đúng bài thứ nhất và bài thứ hai.

Xác suất làm đúng bài thứ nhất là $P(A) = 0,6$. Suy ra $P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$. Mệnh đề **a) đúng**.

Xác suất không làm đúng cả hai bài tập là $0,4 \cdot 0,9 = 0,36$. Mệnh đề **b) đúng**.

Xác suất làm đúng ít nhất một bài tập là $1 - 0,36 = 0,64$. Mệnh đề **c) sai**.

Ta có:

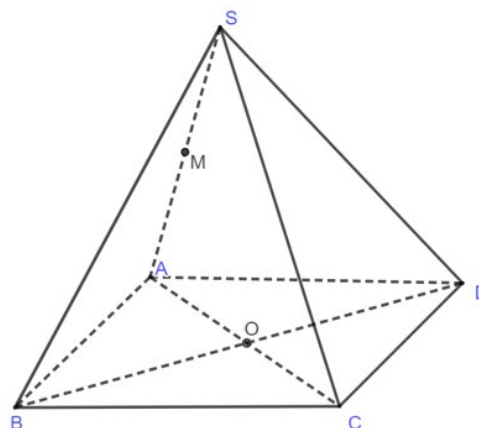
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Leftrightarrow 0,64 = 0,6 + P(B) - 0,6 \cdot 0,7$$

$$\Leftrightarrow P(B) = 0,46$$

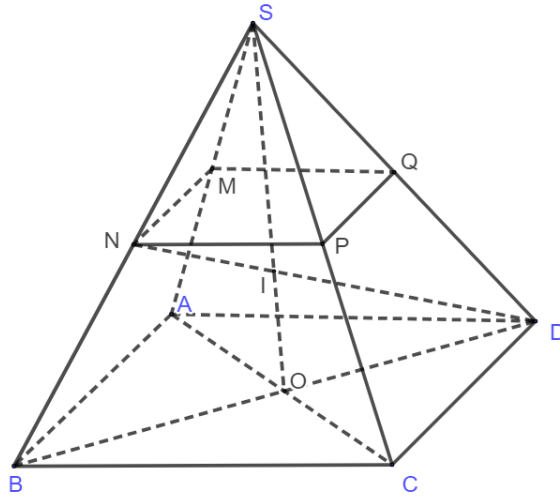
Mệnh đề **d) sai**.

Câu 14: Cho một cái bánh giò có dạng hình chóp đáy là hình vuông (minh họa như hình vẽ). Giả sử đỉnh của bánh là S đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O có cạnh bằng 5 cm . Gọi M là trung điểm của SA . Người ta cắt bánh bằng dao với mặt cắt là mặt phẳng (α) qua M và song song với mặt đáy $(ABCD)$ lần lượt cắt các cạnh SB, SC, SD tại N, P, Q . Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) [NB]** $NQ \parallel (ABCD)$.
b) [TH] Đường thẳng SO cắt mặt phẳng (ADN) tại trọng tâm tam giác SBD
c) [TH] $SB \parallel (CPQD)$
d) [VD] Diện tích tứ giác $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Lời giải



a) $\begin{cases} (\alpha) \parallel (ABCD) \\ NQ \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow NQ \parallel (ABCD)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Trong mp(SBD) gọi $\begin{cases} \{I\} = SO \cap DN \\ DN \subset (ADN) \end{cases} \Rightarrow \{I\} = SO \cap (ADN)$

Do SO, DN là hai đường trung tuyến của tam giác SBD nên I là trọng tâm tam giác SBD
Suy ra mệnh đề **đúng**

c) Ta có $SB \cap (SCD) = \{S\}$ mà $(SCD) \equiv (CPQD)$. Suy ra mệnh đề **sai**

d) Ta có tứ giác MNPQ là hình vuông có cạnh $MN = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{2} (cm)$

Vậy $S_{MNPQ} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} (cm^2)$. Suy ra mệnh đề **sai**

Câu 15: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số pin	10	20	35	15	5

a) **[NB]** Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1,05;1,1).

b) **[TH]** Số trung bình của dãy số liệu là: 1,016.

c) **[TH]** Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là: $Q_1 = 0,98$.

d) **[VD,VDC]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là: $Q_3 = 1,046$.

Lời giải

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Giá trị đại diện	0,925	0,975	1,025	1,075	1,125

a) Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1;1,05). Suy ra **mệnh đề sai**.

b) Số trung bình của dãy số liệu là:

$$\frac{0,925 \cdot 10 + 0,975 \cdot 20 + 1,025 \cdot 35 + 1,075 \cdot 15 + 1,125 \cdot 5}{85} = 1,016. \text{ Suy ra } \mathbf{mệnh\ đề\ đúng}.$$

c) Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ lần lượt là điện lượng mỗi viên pin xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}; \dots; x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}; \dots; x_{65} \in [1,0;1,05);$

$x_{66}; \dots; x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}; \dots; x_{85} \in [1,1;1,15)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ là x_{43} .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$.

Do $x_{21}, x_{22} \in [0, 95; 1)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20}(1 - 0,95) = 0,98. \text{ Suy ra } \mathbf{mệnh\ đề\ đúng}.$$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65})$.

Do $x_{64}, x_{65} \in [1; 1,05)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 1 + \frac{\frac{3.85}{4} - 30}{35}(1,05 - 1) = 1,048. \text{ Suy ra } \mathbf{mệnh\ đề\ sai}.$$

Câu 16: Cho $\log_2 3 = x$, $\log_2 5 = y$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** $\log_2 15$ bằng xy .

b) **[TH]** $\log_4 45$ bằng $4x + 2y$

c) **[TH]** $2^x + 2^y$ bằng 8

d) **[VD, VDC]** Cho $g(a) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2a}{\log_2 15 - a} \right)$. Khi đó, $e^{g(x)+g(y)} = 1$.

Lời giải

a) Ta có $\log_2 15 = \log_2 (3.5) = \log_2 3 + \log_2 5 = x + y$.

Chọn Sai

b) $\log_4 45 = \frac{1}{2} \log_2 (3^2.5) = \frac{1}{2} \log_2 3^2 + \frac{1}{2} \log_2 5 = \log_2 3 + \frac{1}{2} \log_2 5 = x + \frac{1}{2} y$.

Chọn Sai

c) $2^x + 2^y = 2^{\log_2 3} + 2^{\log_2 5} = 3 + 5 = 8$.

Chọn Đúng

d) Ta có

$$g(x) + g(y) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2x}{\log_2 15 - x} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2y}{\log_2 15 - y} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4xy}{(\log_2 15 - x)(\log_2 15 - y)} \right)$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{4xy}{\log_2^2 15 - \log_2 15(x+y) + xy} = \frac{1}{2} \ln \frac{4xy}{(\log_2 3 + \log_2 5)^2 - (\log_2 3 + \log_2 5)(x+y) + xy}$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{4xy}{(x+y)^2 - (x+y)(x+y) + xy} = \frac{1}{2} \ln 4 = \ln 2$$

$$\Rightarrow e^{g(x)+g(y)} = e^{\ln 2} = 2.$$

Chọn Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 45^0 bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận

được cho bởi hàm số $f(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{132}(t - 60) \right] + 16$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn Sơn

muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn Sơn nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

Đáp án: 258

$$\sin\left[\frac{\pi}{132}(t-60)\right] \geq -1 \Leftrightarrow 3 \sin\left[\frac{\pi}{132}(t-60)\right] \geq -3, \forall t$$

$$\text{Suy ra } 3 \sin\left[\frac{\pi}{132}(t-60)\right] + 16 \geq 13, \forall t$$

Vậy thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất khi và chỉ khi $\sin\left[\frac{\pi}{132}(t-60)\right] = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{132}(t-60) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t-60 = -66 + 264k \Leftrightarrow t = -6 + 264k$$

$$0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < -6 + 264k \leq 365 \Leftrightarrow \frac{1}{44} < k \leq \frac{365}{264} \Rightarrow k = 1 \quad (\text{do } k \in \mathbb{Z})$$

Suy ra $t = 258$

Vậy thành phố T có ít giờ ánh sáng Mặt Trời nhất là 13 giờ khi $t = 258$, tức là vào ngày thứ 258 trong năm.

Câu 18: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - 2x^2} - 2x) = -\frac{a}{b}$. Khi đó $2024a - b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 6060

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - 3x^2} - 2x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt[3]{8x^3 - 3x^2})^3 - (2x)^3}{(\sqrt[3]{8x^3 - 3x^2})^2 + 2x\sqrt[3]{8x^3 - 3x^2} + (2x)^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{(\sqrt[3]{8x^3 - 3x^2})^2 + 2x\sqrt[3]{8x^3 - 3x^2} + (2x)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{\left(\sqrt[3]{8 - \frac{3}{x}}\right)^2 + 2\sqrt[3]{8 - \frac{3}{x}} + (2)^2} = -\frac{3}{12} \end{aligned}$$

Khi đó $a = 3, b = 12$ suy ra $2024a - b = 2024 \cdot 3 - 12 = 6060$.

Câu 19: Chị An muốn mua điện thoại iPhone 16 Pro Max 1TB với giá 46990000 đồng nhưng vì chưa đủ tiền nên chị chọn mua bằng hình thức trả góp hàng tháng (số tiền trả góp mỗi tháng như nhau) với lãi suất 2,53%/tháng và chị trả trước 30% số tiền mua điện thoại. Hỏi mỗi tháng chị phải trả bao nhiêu nghìn đồng tại điểm thu hộ để đúng 1 năm kể từ ngày mua điện thoại chị sẽ trả hết nợ. Biết kì trả nợ đầu tiên sau ngày mua điện thoại đúng 1 tháng và chỉ tính lãi hàng tháng trên số dư nợ thực tế của tháng đó.

Lời giải

Đáp án: 3213

Số tiền chị An còn nợ lại sau khi trả 30% số tiền mua điện thoại: $70\% \cdot 46990000 = 32893000$ đồng.

Gọi A (nghìn đồng) là số tiền hàng tháng chị An trả cửa hàng điện thoại.

Sau 1 tháng số tiền còn nợ lại là: $32893(1 + 0,0253) - A$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ lại là:

$$[32893(1 + 0,0253) - A](1 + 0,0253) - A = 32893(1 + 0,0253)^2 - A(1 + 0,0253) - A.$$

....

Sau 12 tháng số tiền còn nợ lại là

$$\begin{aligned} &32893(1 + 0,0253)^{12} - A(1 + 0,0253)^{11} - A(1 + 0,0253)^{10} - \dots - A(1 + 0,0253) - A \\ &= 32893(1 + 0,0253)^{12} - A[(1 + 0,0253)^{11} + (1 + 0,0253)^{10} + \dots + (1 + 0,0253) + 1] \end{aligned}$$

$$= 32893(1 + 0,0253)^{12} - A \left[\frac{1 - (1 + 0,0253)^{12}}{1 - (1 + 0,0253)} \right]$$

Sau 12 tháng trả xong số tiền nợ nên

$$32893(1 + 0,0253)^{12} - A \left[\frac{1 - (1 + 0,0253)^{12}}{1 - (1 + 0,0253)} \right] = 0$$

$$A \left[\frac{1 - (1 + 0,0253)^{12}}{1 - (1 + 0,0253)} \right] = 32893(1 + 0,0253)^{12}$$

$$A \cdot \frac{(1 + 0,0253)^{12} - 1}{0,0253} = 32893(1 + 0,0253)^{12}$$

$$A \approx 3212,47$$

Vì tại điểm thu hộ thì chị An cần trả là 3213 nghìn đồng.

Câu 20: Nồng độ cồn trong hơi thở (đơn vị tính là miligam/1 lít khí thở) của 20 lái xe ô tô vi phạm được cho như sau:

0,09 0,18 0,47 1,20 0,28 0,45 0,72 0,15 0,75 0,36

0,21 0,15 0,23 0,30 0,41 0,13 0,05 0,38 0,42 0,79 .

Theo quy định, mức phạt nồng độ cồn đối với lái xe ô tô như sau:

Mức 1. Nồng độ cồn trong hơi thở chưa vượt quá 0,25 phạt từ 6 đến 8 triệu đồng;

Mức 2. Nồng độ cồn trong hơi thở từ trên 0,25 đến 0,4 phạt từ 16 đến 18 triệu đồng;

Mức 3. Nồng độ cồn trong hơi thở vượt quá 0,4 phạt từ 30 đến 40 triệu đồng.

Trung bình mỗi lái xe bị phạt bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Đáp án: 20,2.

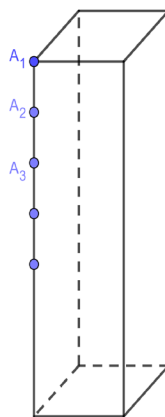
Ta lập bảng thống kê như sau

Số tiền phạt (triệu đồng)	6-8	16-18	30-40
Giá trị đại diện	7	17	35
Số người vi phạm	8	4	8

Cỡ mẫu $n = 20$.

Số tiền trung bình một người bị phạt là $\bar{x} = \frac{8 \cdot 7 + 4 \cdot 17 + 8 \cdot 35}{20} = 20,2$ (triệu đồng)

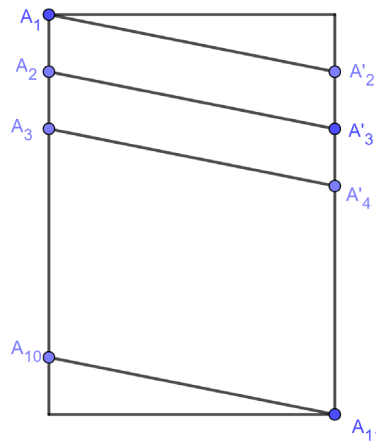
Câu 21: Người ta muốn trang trí năm cột hình hộp chữ nhật đứng có đáy là hình vuông cạnh 40 cm , chiều cao cột bằng 3 m bằng cách quấn quanh mỗi cột bởi dây đèn trang trí, biết dây đèn phải đi qua các điểm cố định A_1, A_2, A_3, \dots cách đều nhau 30 cm trên một thành cột như hình vẽ. Tính tổng chiều dài (theo đơn vị mét) tối thiểu của các dây đèn trang trí cần chuẩn bị (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 82.

Trái phẳng mặt xung quanh của hình hộp chữ nhật ta được hình chữ nhật có chiều rộng bằng $4.40\text{ cm} = 160\text{ cm}$, chiều dài bằng $3\text{ m} = 300\text{ cm}$. Các điểm A_1, A_2, A_3, \dots cách đều nhau 30 cm và nằm trên chiều dài của hình chữ nhật trên



Để dây đèn trang trí trên mỗi cột là ngắn nhất thì dây đèn được bắc thành tổng 10 đoạn $A_1A_2; A_2A_3; \dots; A_{10}A_{11}$. Độ dài mỗi đoạn bằng nhau và bằng $A_1A_2 = \sqrt{30^2 + 160^2} = 10\sqrt{265}$
 Tổng chiều dài tối thiểu của dây đèn để trang trí 5 cột là:
 $5 \times 10 \times A_1A_2 = 500\sqrt{265} \approx 8139\text{ cm} \approx 81,39\text{ m}$
 Vậy cần tối thiểu là 82 (m) .

Câu 22: Cho một hộp có 4 bút bi màu xanh, 5 bút bi màu đen, 6 bút bi màu đỏ (tất cả các bút là đôi một khác nhau). Gọi A là biến cố: “Lấy được 5 bút có đủ 3 màu”. Tính $P(A)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,72

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$

Xét biến cố \bar{A} : “Lấy được 5 bút không đủ 3 màu”

\bar{A} xảy ra khi:

TH1: 5 bút có đúng 1 màu: $C_5^5 + C_6^5 = 7$.

TH2: 5 bút có đúng 2 màu xanh và đen: $C_9^5 - C_5^5 = 125$.

TH3: 5 bút có đúng 2 màu xanh và đỏ: $C_{10}^5 - C_6^5 = 246$.

TH4: 5 bút có đúng 2 màu đỏ và đen: $C_{11}^5 - C_5^5 - C_6^5 = 455$.

Vậy $n(\bar{A}) = 833 \Rightarrow n(A) = 2170 \Rightarrow P(A) = 0,72$

----- Hết -----

PHẦN II. LỜI GIẢI CHI TIẾT

1. XÁC ĐỊNH MỆNH ĐỀ - MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN

Câu 1: Cho ba mệnh đề sau, với n là số tự nhiên:

- (1): “ $n + 8$ là số chính phương”;
- (2): “Chữ số tận cùng của n là 4”;
- (3): “ $n - 1$ là số chính phương”.

Biết rằng có hai mệnh đề đúng và một mệnh đề sai. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Mệnh đề (1), (3) là mệnh đề chứa biến.
- b) **[TH]** Khi $n = 1$ thì (1) là mệnh đề sai.
- c) **[TH]** Khi $n = 4$ thì (3) là mệnh đề đúng.
- d) **[VD,VDC]** Mệnh đề (1) và (3) là đúng, còn mệnh đề (2) là sai.

Lời giải

...

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ vô nghiệm.
- b) **[TH]** Hai

Lời giải

...

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{24}{25}\right)^x$ là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. \mathbb{R} . D. $(0; +\infty)$.

Câu 2: Chọn đáp án đúng trong các câu sau:

- A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Điều tra về chiều cao của 45 học sinh khối lớp 11A1 trường THPT Chu Văn An ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao(cm)	Số học sinh
1	$[150;152)$	5
2	$[152;154)$	10
3	$[154;156)$	15
4	$[156;158)$	6
5	$[158;160)$	4
6	$[160;162)$	5

Giá trị đại diện của nhóm thứ 4 là:

- A. 156. B. 157. C. 158. D. 6.

Câu 4: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d , $n \geq 2$?

- A. $u_n = u_1 + d$. B. $u_n = u_1 + (n+1)d$. C. $u_n = u_1 + (n-1)d$. D. $u_n = u_1 - (n-1)d$.

Câu 5: $\lim (n^3 - 24n + 25)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = (x+1)(x^2+2)$.

Câu 7: Cho A và B là hai biến cố đối nhau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hai biến cố A và B đồng thời xảy ra. **B.** $P(A) + P(B) = 1$.
C. $P(A) + P(B) < 1$. **D.** $P(A) + P(B) > 1$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\sin(24a) = 2 \sin(12a) \cdot \cos(12a)$. **B.** $\sin(24a) = 24 \sin a \cdot \cos a$.
C. $\sin(24a) = 24 \sin(12a) \cdot \cos(12a)$. **D.** $\sin(24a) = 2 \sin 4a \cos 4a$.

Câu 9: Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Tìm đẳng thức sai dưới đây.

- A.** $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$. **B.** $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$. **C.** $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$. **D.** $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

Câu 10: Cho bảng phân bố thực nghiệm sau:

Các lớp	$[40; 42)$	$[42; 44)$	$[44; 46)$	$[46; 48)$	$[48; 50)$
Tần số	5	10	26	5	4

Số trung vị thuộc lớp nào:

- A.** $[42; 44)$. **B.** $[44; 46)$. **C.** $[46; 48)$. **D.** $[48; 50)$.

Câu 11: Cho hình bình hành $EFGH$ và một điểm b không nằm trong mặt phẳng $(EFGH)$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SEF) và (SGH) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A.** GH . **B.** EG . **C.** EH . **D.** SG .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Gọi F là giao điểm của IJ với CD . Tìm giao điểm của BC và (AIJ) ?

- B.** $I = AI \cap SD$. **B.** $J = AJ \cap SC$. **C.** $M = AF \cap BC$. **D.** $F = IJ \cap CD$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Người ta trồng 3600 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 3 cây, hàng thứ ba trồng 5 cây, hàng thứ 4 trồng 7 cây ... Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) [NB]** Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = 1$.
b) [TH] Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có công sai là $d = 2$.
c) [TH] Hàng thứ 20 trồng được 40 cây
d) [VD, VDC] Có tất cả 60 hàng cây.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, M là trung điểm cạnh AB

- a) [NB]** $MC \parallel AD$.
b) [TH] $AD \parallel (NMC)$ với N là trung điểm của SA .
c) [TH] Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx , $Sx \parallel AD$.

d) **[VD,VDC]** (P) là mặt phẳng qua M và song song với hai đường thẳng SB, SD . Gọi E là giao điểm của CD với (P) , khi đó $\frac{EC}{DC} = 2$.

Câu 3: Cho hai đồ thị của hàm số $y = \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$ và $y = \cos x$, khi đó:

a) **[NB]** Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos x$.

b) **[TH]** Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) **[TH]** Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm.

d) **[VD,VDC]** Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{\pi}{8}\right)$, $\left(\frac{11\pi}{8}; \sin \frac{\pi}{8}\right)$.

Câu 4: Bác An gửi tiết kiệm số tiền 200 triệu đồng với hình thức lãi kép theo kì hạn 6 tháng và lãi suất không đổi là 6% một năm (kết quả số tiền làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) **[NB]** Một năm có 2 kì hạn tính lãi

b) **[TH]** Số tiền của bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 2 năm là 224 triệu đồng.

c) **[TH]** Sau 2 năm, bác An rút toàn bộ số tiền và dùng sửa nhà hết 95 triệu đồng thì số tiền còn lại là 130,1 triệu đồng.

d) **[VD,VDC]** Sau khi sửa nhà xong bác An gửi số tiền còn lại vào ngân hàng đó với cùng lãi suất và muốn nhận về 70 triệu đồng tiền lãi thì thời gian gửi tiết kiệm ít nhất là 14 năm.

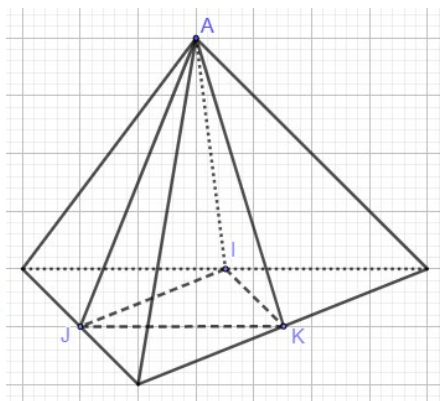
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x + 5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Tính $M + m$? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 2: Trong một căn phòng có 36 người, trong đó có 25 người họ Nguyễn và 11 người họ Trần. Chọn ngẫu nhiên hai người trong phòng đó. Tính xác suất để hai người được chọn cùng họ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3: Anh Bình mua một cục chặn giấy có bốn mặt là bốn tam giác đều cạnh bằng 10cm như hình vẽ. Tuy nhiên khi sử dụng, Anh thấy hơi quá cỡ nên quyết định cắt bớt bằng cách cắt theo các mặt phẳng tạo bởi các đường nối từ đỉnh xuống trung điểm của các cạnh đáy (tham khảo hình vẽ).

Tính tổng diện tích các mặt của cục chặn giấy mới sau khi được cắt (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax + \sqrt{x^2 - 3x + 2024}}{x + 3} = 20$. Khi đó giá trị $1 - 2a$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Một cửa hàng nhập về một thùng táo Envy size 5 (1kg có 5 quả táo). Vị khách đầu tiên mua nửa số táo trong thùng, người thứ hai mua nửa số táo còn lại, người thứ ba mua nửa số táo còn lại, ... Đến người thứ tám cửa hàng cũng bán nửa số táo còn lại và còn lại 3kg. Hỏi thùng táo bán được bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng, làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng cửa hàng bán táo với giá 75 nghìn đồng một kilogram.

Câu 6: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(9^x - 3 \cdot 6^x - 18 \cdot 4^x) \sqrt{512 - 2^{\sqrt{x}}} > 0$ là bao nhiêu?

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	D	B	C	D	C	B	A	B	B	A	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	10	0,6	73	-20	57,6	76

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{24}{25}\right)^x$ là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. \mathbb{R} . D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $y = \left(\frac{24}{25}\right)^x$ là hàm số mũ nên có tập xác định là tập \mathbb{R} .

Câu 2: Chọn đáp án đúng trong các câu sau:

- A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 3: Điều tra về chiều cao của 45 học sinh khối lớp 11A1 trường THPT Chu Văn An ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao(cm)	Số học sinh
1	$[150;152)$	5
2	$[152;154)$	10
3	$[154;156)$	15
4	$[156;158)$	6
5	$[158;160)$	4
6	$[160;162)$	5

Giá trị đại diện của nhóm thứ 4 là:

- A. 156. B. 157. C. 158. D. 6.

Lời giải

Chọn B.

Câu 4: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d , $n \geq 2$?

- A. $u_n = u_1 + d$. B. $u_n = u_1 + (n+1)d$. C. $u_n = u_1 + (n-1)d$. D. $u_n = u_1 - (n-1)d$.

Lời giải

Chọn C

Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$, $n \geq 2$.

Câu 5: $\lim (n^3 - 24n + 25)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim(n^3 - 24n + 25) = \lim \left[n^3 \left(1 - \frac{24}{n^2} + \frac{25}{n^3} \right) \right] = +\infty.$$

Câu 6: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

A. $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x}{x-1}$. **D.** $y = (x+1)(x^2+2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \frac{x}{x-1}$ không xác định tại $x_0 = 1$ nên gián đoạn tại $x_0 = 1$.

Câu 7: Cho A và B là hai biến cố đối nhau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hai biến cố A và B đồng thời xảy ra. **B.** $P(A) + P(B) = 1$.
C. $P(A) + P(B) < 1$. **D.** $P(A) + P(B) > 1$.

Lời giải

Chọn B

Vì A và B là hai biến cố đối nhau nên $P(A) + P(B) = 1$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(24a) = 2 \sin(12a) \cdot \cos(12a)$. **B.** $\sin(24a) = 24 \sin a \cdot \cos a$.
C. $\sin(24a) = 24 \sin(12a) \cdot \cos(12a)$. **D.** $\sin(24a) = 2 \sin 4a \cos 4a$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ta được $\sin(24a) = 2 \sin(12a) \cdot \cos(12a)$.

Câu 9: Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Tìm đẳng thức sai dưới đây.

A. $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$. **B.** $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$. **C.** $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$. **D.** $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của lũy thừa thì đẳng thức $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$ **Sai**.

Câu 10: Cho bảng phân bố thực nghiệm sau:

Các lớp	$[40; 42)$	$[42; 44)$	$[44; 46)$	$[46; 48)$	$[48; 50)$
Tần số	5	10	26	5	4

Số trung vị thuộc lớp nào:

A. $[42; 44)$. **B.** $[44; 46)$. **C.** $[46; 48)$. **D.** $[48; 50)$.

Lời giải

Chọn B

Do cỡ mẫu là 50, nên số trung vị thuộc lớp $[44; 46)$.

Câu 11: Cho hình bình hành $EFGH$ và một điểm S không nằm trong mặt phẳng $(EFGH)$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SEF) và (SGH) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. GH .

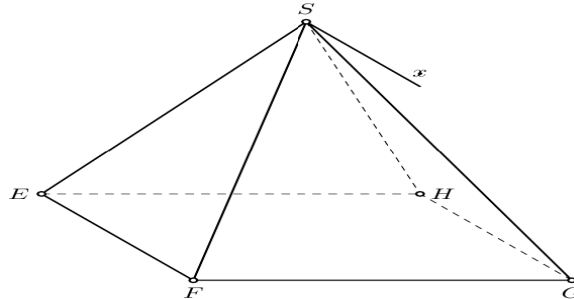
B. EG .

C. EH .

D. SG .

Lời giải

Chọn A



Xét (SEF) và (SGH) có mp là điều chung $\begin{cases} EF // GH \\ EF \subset (SEF) \\ GH \subset (SGH) \end{cases}$

$$(SEF) \cap (SGH) = Sx // EF // GH.$$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Gọi F là giao điểm của IJ với CD . Tìm giao điểm của BC và (AIJ) ?

B. $I = AI \cap SD$.

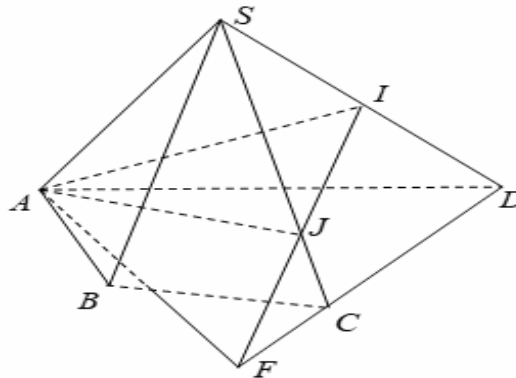
B. $J = AJ \cap SC$.

C. $M = AF \cap BC$.

D. $F = IJ \cap CD$

Lời giải

Chọn C



Chọn $(ABCD)$ chứa BC

Ta cần tìm giao tuyến của $(ABCD)$ và (AIJ)

A là điểm chung thứ nhất của $(ABCD)$ và (AIJ) .

IJ và CD cắt nhau tại F , nên F là điểm chung thứ hai của $(ABCD)$ và (AIJ) .

Vậy giao tuyến của $(ABCD)$ và (AIJ) là AF .

Gọi $M = AF \cap BC$

$M = BC \cap (AIJ)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Người ta trồng 3600 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 3 cây, hàng thứ ba trồng 5 cây, hàng thứ 4 trồng 7 cây ... Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_1 = 1$.
- b) **[TH]** Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) có công sai là $d = 2$.
- c) **[TH]** Hàng thứ 20 trồng được 40 cây
- d) **[VD,VDC]** Có tất cả 60 hàng cây.

Lời giải

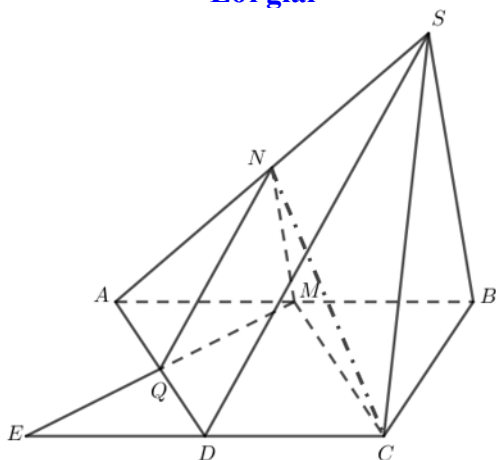
- a) **Đúng:** Số cây mỗi hàng (bắt đầu từ hàng thứ nhất) lập thành một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$.
- b) **Đúng:** Công sai của cấp số cộng $d = 2$
- c) **Sai:** Số cây hàng thứ 20 trồng được là $u_{20} = u_1 + 19d = 39$.
- d) **Đúng:** Giả sử có n hàng cây thì $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 3600 = S_n$.

$$\text{Ta có } 3600 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Leftrightarrow n^2 = 3600 \Leftrightarrow n = 60.$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $AB // CD$, $AB = 2CD$, M là trung điểm cạnh AB

- a) **[NB]** $MC // AD$.
- b) **[TH]** $AD // (NMC)$ với N là trung điểm của SA .
- c) **[TH]** Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx , $Sx // AD$.
- d) **[VD,VDC]** (P) là mặt phẳng qua M và song song với hai đường thẳng SB, SD . Gọi E là giao điểm của CD với (P) , khi đó $\frac{EC}{DC} = 2$.

Lời giải



- a) Ta có : $AM = \frac{1}{2}AB = CD$, $AM // CD$ nên tứ giác $AMCD$ là hình bình hành.

Do đó $MC // AD$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} AD // MC \\ MC \subset (NMC) \Rightarrow AD // (NMC). \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{Đúng} \\ AD \not\subset (NMC) \end{cases}$$

$$\text{c) Ta có: } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \\ (SAB) \cap (SCD) = Sx \end{cases} \Rightarrow Sx // AB. \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{Sai}$$

$$\text{d) Ta có: } \begin{cases} (P) // SB \\ MN // SB \Rightarrow MN \subset (P) \\ M \in (P) \end{cases}$$

$$\text{Ta lại có: } \begin{cases} SD // (P) \\ SD \subset (SAD) \Rightarrow Ny // SD \\ (P) \cap (SAD) = Ny \end{cases}$$

Gọi $Q = Ny \cap AD$ nên Q là trung điểm của AD . Trong $(ABCD)$ gọi $E = CD \cap QM$

Ta có $\triangle AQM = \triangle DQE$ vì $AQ = QD$, $\widehat{AQM} = \widehat{DQE}$ (đối đỉnh), $\widehat{QAM} = \widehat{QDE}$ (hai góc so le trong của hai đường thẳng song song AM, DE)

$$\text{Ta có } AM = ED \text{ nên } \frac{EC}{DC} = 2$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 3: Cho hai đồ thị của hàm số $y = \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$ và $y = \cos x$, khi đó:

$$\text{a) [NB]} \text{ Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: } \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos x.$$

$$\text{b) [TH]} \text{ Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là } x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

c) [TH] Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm.

$$\text{d) [VD, VDC]} \text{ Khi } x \in [0; 2\pi] \text{ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: } \left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{\pi}{8}\right),$$

$$\left(\frac{11\pi}{8}; \sin \frac{\pi}{8}\right).$$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{3\pi}{4} = x + k2\pi \\ x - \frac{3\pi}{4} = -x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $0 \leq \frac{3\pi}{8} + k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{-3}{8} \leq k \leq \frac{13}{8}$ mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1\}$ tức là

$x \in \left\{ \frac{3\pi}{8}; \frac{11\pi}{8} \right\}$. Vậy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm.

Với $x = \frac{3\pi}{8}$ thì $y = \cos \frac{3\pi}{8} = \sin \frac{\pi}{8}$

Với $x = \frac{11\pi}{8}$ thì $y = \cos \frac{11\pi}{8} = -\cos \frac{3\pi}{8} = -\sin \frac{\pi}{8}$.

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: $\left(\frac{3\pi}{8}; \sin \frac{\pi}{8} \right); \left(\frac{11\pi}{8}; -\sin \frac{\pi}{8} \right)$.

Câu 4: Bác An gửi tiết kiệm số tiền 200 triệu đồng với hình thức lãi kép theo kì hạn 6 tháng và lãi suất không đổi là 6% một năm (kết quả số tiền làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) **[NB]** Một năm có 2 kì hạn tính lãi

b) **[TH]** Số tiền của bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 2 năm là 224 triệu đồng.

c) **[TH]** Sau 2 năm, bác An rút toàn bộ số tiền và dùng sửa nhà hết 95 triệu đồng thì số tiền còn lại là 130,1 triệu đồng.

d) **[VD, VDC]** Sau khi sửa nhà xong bác An gửi số tiền còn lại vào ngân hàng đó với cùng lãi suất và muốn nhận về 70 triệu đồng tiền lãi thì thời gian gửi tiết kiệm ít nhất là 14 năm.

Lời giải

a) Lãi theo kì hạn 6 tháng nên một năm có 2 kì hạn. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Số tiền của bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 2 năm là:

$$T_2 = 200 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{2} \right)^4 = 225,1 \text{ (triệu đồng)}. \text{ Suy ra mệnh đề sai.}$$

c) Số tiền còn lại sau khi sửa nhà là: $225,1 - 95 = 130,1$ (triệu đồng). Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Bác An muốn nhận về 70 triệu đồng tiền lãi thì thời gian gửi là n .

$$\text{Ta có: } 130,1 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{2} \right)^n - 130,1 = 70$$

$$\Leftrightarrow (1,03)^n = \frac{70 + 130,1}{130,1} \Leftrightarrow n = \log_{(1,03)} \left(\frac{200,1}{130,1} \right) = 14,6. \text{ Thời gian gửi ít nhất là 15 năm.}$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x + 5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Tính $M + m$? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 10,0.

TXĐ: \mathbb{R} .

Ta có $y = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x + 5 \Leftrightarrow y = \sin 2x - \cos 2x + 5$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) + 5$$

$$\begin{aligned}
& -1 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \\
& \Leftrightarrow 5 - \sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 5 \leq 5 + \sqrt{2} \\
& \Leftrightarrow 5 - \sqrt{2} \leq y \leq 5 + \sqrt{2} \\
& \Rightarrow M = 5 + \sqrt{2}; m = 5 - \sqrt{2} \\
& \Rightarrow M + m = 10 \\
& Ghi 10,0
\end{aligned}$$

Câu 2: Trong một căn phòng có 36 người, trong đó có 25 người họ Nguyễn và 11 người họ Trần. Chọn ngẫu nhiên hai người trong phòng đó. Tính xác suất để hai người được chọn cùng họ. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 0,6.

A : " Hai người được chọn cùng họ Nguyễn ".

B : " Hai người được chọn cùng họ Trần ".

C : " Hai người được chọn cùng họ ".

$$C = A \cup B$$

Do A và B xung khắc nên $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Ta có:

$$n(\Omega) = C_{36}^2 = 630$$

$$n(A) = C_{25}^2 = 300; n(B) = C_{11}^2 = 55$$

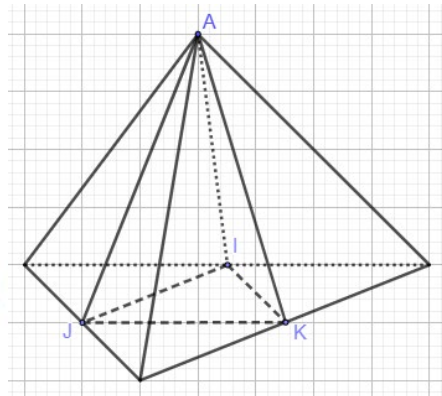
$$\Rightarrow P(A) = \frac{300}{630}; P(B) = \frac{55}{630}$$

$$\Rightarrow P(C) = P(A) + P(B) = \frac{300}{630} + \frac{55}{630} \approx 0,56$$

Ghi : 0,6

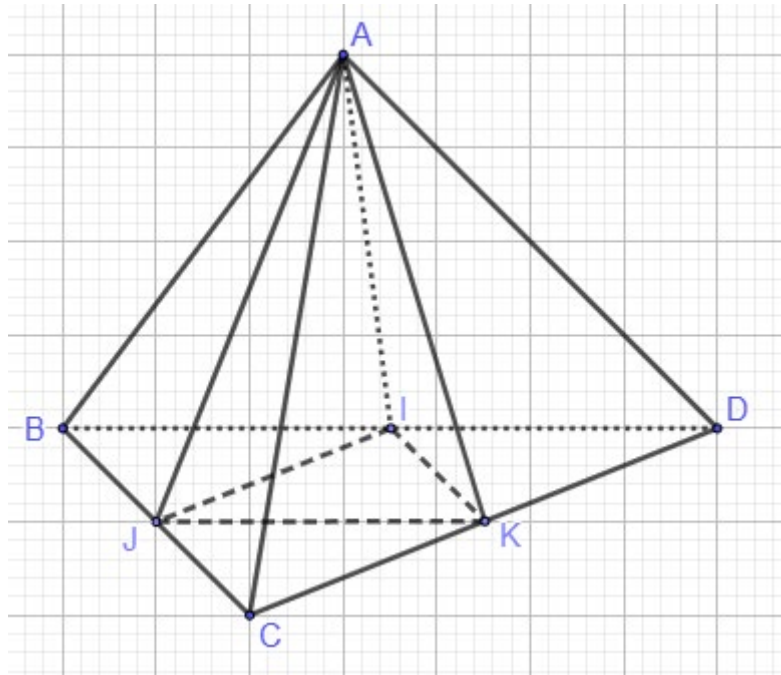
Câu 3: Anh Bình mua một cục chặn giấy có bốn mặt là bốn tam giác đều cạnh bằng 10cm như hình vẽ. Tuy nhiên khi sử dụng, Anh thấy hơi quá cỡ nên quyết định cắt bớt bằng cách cắt theo các mặt phẳng tạo bởi các đường nối từ đỉnh xuống trung điểm của các cạnh đáy (tham khảo hình vẽ).

Tính tổng diện tích các mặt của cục chặn giấy mới sau khi được cắt (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 73.



Sau khi cắt theo các mặt $(AIJ), (AIK), (AKJ)$ ta được khối $AIJK$.

Ta có $AI = AJ = AK = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$, $IJ = JK = KI = 5$.

Áp dụng công thức Hê-rông:

$$S_{AIJ} = S_{AIK} = S_{AKJ} = \sqrt{\frac{10\sqrt{3} + 5}{2} \cdot \left(\frac{10\sqrt{3} + 5}{2} - 5\sqrt{3}\right) \cdot \left(\frac{10\sqrt{3} + 5}{2} - 5\right)} = \frac{25\sqrt{11}}{4}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } S_{IJK} = \frac{25\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy tổng diện tích các mặt của cục chặn giấy mới sau khi được cắt là: $3 \cdot \frac{25\sqrt{11}}{4} + \frac{25\sqrt{3}}{4} \approx 73$

Câu 4: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax + \sqrt{x^2 - 3x + 2024}}{x + 3} = 20$. Khi đó giá trị $1 - 2a$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: -20 .

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax + \sqrt{x^2 - 3x + 2024}}{x + 3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax + |x| \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{2024}{x^2}}}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2ax - x \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{2024}{x^2}}}{x + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2a - \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{2024}{x^2}}}{1 + \frac{3}{x}} = 2a - 1. \end{aligned}$$

Theo giả thiết: $2a - 1 = 20 \Rightarrow 1 - 2a = -20$.

Câu 5: Một cửa hàng nhập về một thùng táo Envy size 5 (1kg có 5 quả táo). Vị khách đầu tiên mua nửa số táo trong thùng, người thứ hai mua nửa số táo còn lại, người thứ ba mua nửa số táo còn lại,.... Đến người thứ tám cửa hàng cũng bán nửa số táo còn lại và còn lại 3kg. Hỏi thùng táo bán được bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng, làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng cửa hàng bán táo với giá 75 nghìn đồng một kilogram.

Lời giải

Đáp án: 57,6.

Mỗi quả táo có khối lượng là $1kg : 5 = 0,2kg$

Số táo còn lại sau khi bán $3kg$ tức là còn 15 quả.

Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là số quả táo mà cửa hàng đã nhập về để bán.

Người thứ nhất đã mua: $\frac{x}{2}$ quả,

Người thứ hai đã mua: $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{2^2}$ quả,

Người thứ ba đã mua: $\frac{x}{2^3}$ quả,

.....

Người thứ tám đã mua: $\frac{x}{2^8}$ quả.

Sau khi người thứ tám mua thì còn lại 15 quả nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{2^2} + \frac{x}{2^3} + \dots + \frac{x}{2^8} = x - 15 \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^8} \right) = x - 15 \quad (*)$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{255}{256}.$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x \frac{255}{256} = x - 15 \Leftrightarrow x = 3840.$$

Thùng táo có số kilogam là : $3840 \cdot 0,2 = 768$ kg.

Vậy cửa hàng đã thu được số tiền là $768 \cdot 75000 = 57600000$ đồng hay .

57,6 triệu đồng.

Câu 6: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(9^x - 3 \cdot 6^x - 18 \cdot 4^x) \sqrt{512 - 2^{\sqrt{x}}} > 0$ là

Lời giải

Đáp án: 76.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 0 \\ 512 - 2^{\sqrt{x}} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 81.$$

+ Với $x = 81$ không thỏa mãn bất phương trình đã cho.

+ Với $0 \leq x < 81$, khi đó bất phương trình đã cho tương đương với

$$9^x - 5 \cdot 6^x - 6 \cdot 4^x > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^x - 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 18 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x > 6 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{3}{2}} 6.$$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $\log_{\frac{3}{2}} 6 < x < 81$.

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{5; 6; \dots; 80\} \Rightarrow$ có 76 giá trị nguyên của x .

Vậy bất phương trình đã cho có 76 nghiệm nguyên.

----- Hết -----