

(Thời gian làm bài: 120 phút không tính thời gian giao đề)
(Đề gồm 02 trang)

Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm) Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{-1}{\sqrt{2025-x}}$ là

- A. $x < 2025$. B. $x > 2025$. C. $x \leq 2025$. D. $x \neq 2025$.

Câu 2. Biết đường thẳng $y = 2x + b - 2$ đi qua điểm A (1;3) thì tung độ gốc có giá trị là

- A. 0. B. 1. C. -2. D. 3.

Câu 3. Điều kiện để hàm số $y = (m - 2024)x^2$ nghịch biến với $x > 0$ là

- A. $m \geq 2024$. B. $m > 2024$. C. $m < 2024$. D. $m \neq 2024$.

Câu 4. Cho phương trình $2x - y = 5$. Phương trình nào sau đây kết hợp với phương trình đã cho để được một hệ phương trình có vô số nghiệm?

- A. $x - y = 5$. B. $-6x + 3y = 15$. C. $6x + 15 = 3y$. D. $6x - 15 = 3y$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $(x^2 + x)\sqrt{x-2} = 0$ là

- A. $\{2\}$. B. $\{0; 2\}$. C. $\{-1; 2\}$. D. $\{0; -1; 2\}$.

Câu 6. Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh $4\sqrt{3}$ cm, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\sqrt{3}$ cm. B. 2 cm. C. 4 cm. D. 6 cm.

Câu 7. Cho đường tròn (O; 3cm) và (O'; 7cm) có $OO' = 2$ cm. Vị trí tương đối của hai đường tròn là

- A. cắt nhau. B. tiếp xúc ngoài. C. tiếp xúc trong. D. đựng nhau.

Câu 8. Một hình trụ có bán kính đáy là 2cm và diện tích xung quanh là 18π cm². Khi đó, thể tích của hình trụ đã cho bằng

- A. 9π cm³. B. 18π cm³. C. 18 cm³. D. 36π cm³.

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức: $\sqrt{7-2\sqrt{12}} + \frac{2}{1-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$

2) Rút gọn biểu thức: $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x+x\sqrt{x}} \right)$; với $x > 0$; $x \neq 1$.

Bài 2. (1,5 điểm)

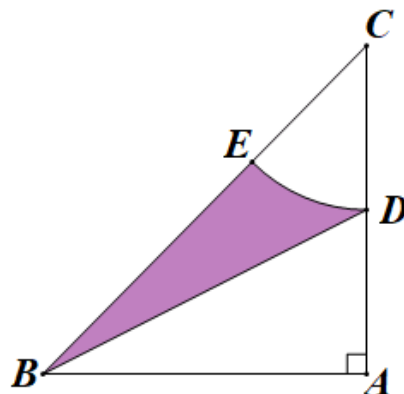
1) Gọi x_1, x_2 , ($x_1 < x_2$) là hoành độ các giao điểm của đồ thị hai hàm số: $y = x^2$ và $y = 2x + 3$. Tính giá trị biểu thức $A = 2x_1 + x_2$.

2) Cho phương trình $x^2 - (2m + 2)x + m^2 + 2m = 0$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 3m$.

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{y-1}{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{3}{y+1} = 3 \end{cases}$$

Bài 4. (3,0 điểm)

- 1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 4\sqrt{2}\text{cm}$. Gọi D là trung điểm của AC. Vẽ cung tròn (C; CD) cắt BC tại E (hình vẽ). Tính diện tích phần giới hạn bởi BC, BD và cung tròn (C; CD) (phần tô đậm, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



- 2) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến AM, AN. Gọi H là giao điểm của AO và MN. Kẻ đường kính MD của đường tròn (O), AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C (C khác D). Gọi E là giao điểm của NC và AO. Gọi B và F là giao điểm của tia AO với đường tròn (O) (B nằm giữa A và F)

a. Chứng minh $AH \cdot AO = AB \cdot AF$ và tứ giác ACHM nội tiếp.

b. Chứng minh $AE^2 = EC \cdot NE$ và $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AF}$.

Bài 5. (1,0 điểm).

1) Giải phương trình: $\sqrt{x-2025} + 3\sqrt{x+6} = 3 + \sqrt{(x-2025)(x+6)}$

2) Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$.

Chứng minh rằng $\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} \leq \sqrt{6}$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Họ, tên và chữ ký của GT 1

Họ, tên và chữ ký của GT 2

(Giám thị coi khảo sát không giải thích gì thêm. Học sinh được sử dụng máy tính cầm tay không có chức năng soạn thảo văn bản.)

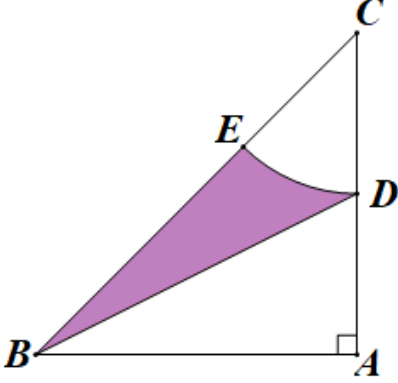
Phần I - Trắc nghiệm (2,0 điểm) Mỗi câu đúng cho 0,25 điểm.

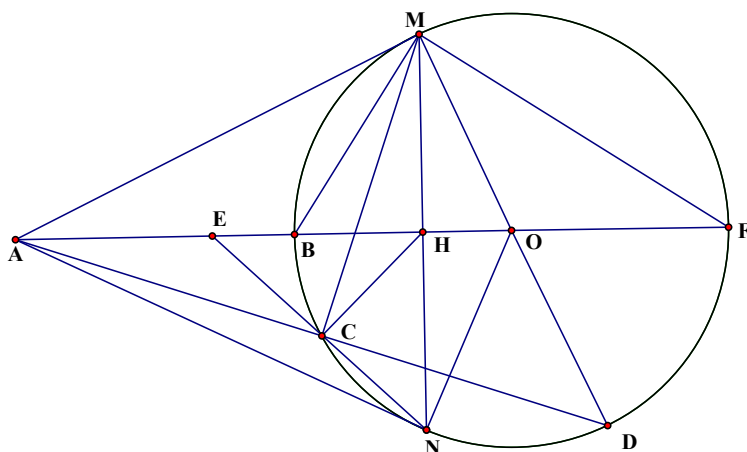
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	A	B	C	D	A	C	D	B

Phần II – Tự luận (8,0 điểm)

Bài	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
Bài 1. (1,5 điểm)			
1. Chứng minh đẳng thức $\sqrt{7-2\sqrt{12}}+\frac{2}{1-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$			
2. Rút gọn biểu thức $B=\left(\frac{\sqrt{x}}{x-1}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{2}{x}-\frac{2-x}{x+x\sqrt{x}}\right)$; với $x>0; x\neq 1$.			
1. (1,5đ)	1) (0,5đ)	$\sqrt{7-2\sqrt{12}}+\frac{2}{1-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$ $=\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\frac{2(1+\sqrt{3})}{1-3}-(1-\sqrt{3})$	0,25
		$=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}-\left(\sqrt{3}+1\right)-1+\sqrt{3}$ $=2-\sqrt{3}-\sqrt{3}-1-1+\sqrt{3}$ $=-\sqrt{3}$ Vậy đẳng thức được chứng minh.	0,25
	2) (1,0đ)	Với $x>0; x\neq 1$, ta có	
		$B=\left[\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right]:\left[\frac{2}{x}-\frac{2-x}{x\left(1+\sqrt{x}\right)}\right]$	0,25
		$B=\frac{\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}:\frac{2+2\sqrt{x}-2+x}{x\left(1+\sqrt{x}\right)}$	0,25
		$B=\frac{2\sqrt{x}+x}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\cdot\frac{x\left(1+\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}+x}$	0,25
		$B=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$ Vậy với $x>0; x\neq 1$, ta có $B=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$.	0,25
	Bài 2. (1,5 điểm)		
1) Gọi $x_1;x_2,(x_1<x_2)$ là hoành độ các giao điểm của đồ thị hai hàm số: $y=x^2$ và $y=2x+3$. Tính giá trị biểu thức: $A=2x_1+x_2$.			

2) Cho phương trình $x^2 - (2m + 2)x + m^2 + 2m = 0$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 3m$.			
2. (1,5đ)	1) (0,5đ)	Hoàn chỉnh giao điểm là nghiệm của phương trình $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ Mà $x_1 < x_2$, nên $\Rightarrow x_1 = -1; x_2 = 3$	0,25
		$A = 2x_1 + x_2 = -2 + 3 = 1$ Vậy $A = 1$	0,25
	2) (1,0đ)	Ta có $\Delta = \left[-(2m + 2)\right]^2 - 4.(m^2 + 2m) = 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 - 8m.$ $= 4 > 0$ với mọi m Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi m	0,25
		Do $\Delta = 4$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x = m + 2$ $x = m.$	0,25
		TH1: Nếu $x_1 = m + 2, x_2 = m$ thay vào $x_1 - 2x_2 = 3m$ ta được $m + 2 - 2m = 3m \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$	0,25
		TH2: Nếu $x_1 = m, x_2 = m + 2$ thay vào $x_1 - 2x_2 = 3m$. ta được $m - 2m - 4 = 3m \Leftrightarrow m = -1.$ Vậy giá trị m cần tìm là $m = -1; m = \frac{1}{2}.$	0,25
		Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{y-1}{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{3}{y+1} = 3 \end{cases}$	
	3. (1,0đ)		$\begin{cases} \sqrt{2x-1} + \frac{y-1}{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{3}{y+1} = 3 \end{cases} \quad \text{ĐK: } x \geq \frac{1}{2}; y \neq -1$
$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} + 1 - \frac{2}{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{2x-1} - \frac{3}{y+1} = 3 \end{cases}$			0,25
Đặt $\sqrt{2x-1} = a (a \geq 0), \frac{1}{y+1} = b$. Hệ phương trình trở thành			0,25

		$\begin{cases} a - 2b = 1 \\ 2a - 3b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4b = 2 \\ 2a - 3b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3(\text{tm}) \\ b = 1 \end{cases}$	
		+) Với $a = 3 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 3 \Leftrightarrow 2x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 5(\text{tm})$ $b = 1 \Rightarrow \frac{1}{y+1} = 1 \Leftrightarrow y+1 = 1 \Leftrightarrow y = 0(\text{tm})$ Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(5;0)$.	0,25
Bài 4. (3,0đ)	1)	Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 4\sqrt{2}\text{cm}$. Gọi D là trung điểm của AC. Vẽ cung tròn $(C;CD)$ cắt BC tại E (hình vẽ). Tính diện tích phần giới hạn bởi BC, BD và cung tròn $(C;CD)$ (phần tô đậm, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) 	
	1)	1) Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{ACB} = 45^\circ$ và $AB = AC$ mà $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2AB^2 = 32 \Rightarrow AB = AC = 4\text{cm}$ Diện tích tam giác ABC là $S_1 = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} 4.4 = 8(\text{cm}^2)$	0,25
	(1,0đ)	Có D là trung điểm của $AC \Rightarrow CD = DA = 2\text{cm}$ Diện tích tam giác ADB là $S_2 = \frac{1}{2} AD.AB = \frac{1}{2} 2.4 = 4(\text{cm}^2)$	0,25
		Xét cung tròn (C,CD) có $\widehat{DCE} = \widehat{dDE} = 45^\circ$ (tính chất góc ở tâm) Diện tích hình quạt CDE là $S_3 = \frac{\pi.4.45^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi}{2}(\text{cm}^2)$	0,25
		Diện tích hình tô đậm là $S = S_1 - S_2 - S_3 = 8 - 4 - \frac{\pi}{2} \approx 2,4(\text{cm}^2)$	0,25
	2)	Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến AM, AN. Gọi H là giao điểm của AO và MN. Kẻ đường kính MD của đường tròn (O), AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C (C khác D). Gọi E là giao điểm của NC và AO. Gọi B và F là giao điểm của tia AO với đường tròn (O) (B nằm giữa A và F) a. Chứng minh $AH.AO = AB.AF$ và tứ giác $ACHM$ nội tiếp. b.. Chứng minh $AE^2 = EC.NE$ và $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AF}$.	



Ta có AM, AN là hai tiếp tuyến cắt nhau tại $A \Rightarrow AM = AN$

$\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của MN

Ta có $OM = ON \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của MN

2.a)
(1,0d)

$$\Rightarrow OA \text{ là đường trung trực của } MN \Rightarrow OA \perp MN \Rightarrow \widehat{AHM} = 90^0$$

Xét $\triangle AMO$ vuông tại M có MH là đường cao nên

$$\Rightarrow AM^2 = AH.AO$$

0,25

Chứng minh $\Delta AMB \sim \Delta AFM$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AF}{AM} \Rightarrow AM^2 = AB \cdot AF$$

Mà $AM^2 = AH.AO$

$$\Rightarrow AH.AO = AB.AF$$

Xét (O) có $\widehat{MCD} = 90^0$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{ACM} = 90^0$$

$$\Rightarrow \widehat{ACM} = \widehat{AHM} = 90^0$$

0,25

Xét tứ giác $AMHC$ có

$$\widehat{ACM} = \widehat{AHM} = 90^0$$

Nên tứ giác $AMHC$ nội tiếp.

0,25

2.b)
(1,0d)

Vì tứ giác $AMHC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{HMC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{HC}$)

$$\text{Mà } \widehat{ENA} = \widehat{CMN} \Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{ENA}$$

Chứng minh $\Delta AEC \sim \Delta NEA(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AE}{NE} = \frac{EC}{AE} \Rightarrow AE^2 = EC \cdot NE \quad (1)$$

Vì tứ giác $AMHC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AMC} = \widehat{AHC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AC}$)

0,25

		Mà $\widehat{AMC} = \widehat{ENH} \Rightarrow \widehat{EHC} = \widehat{ENH}$ Chứng minh $\triangle HEC \sim \triangle NEH(g.g)$ $\Rightarrow \frac{HE}{EC} = \frac{NE}{HE} \Rightarrow HE^2 = EC.NE \quad (2)$	0,25
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow EA^2 = HE^2 \Rightarrow EA = HE$ $\Rightarrow E$ là trung điểm của AH Ta có $AH.AO = AB.AF$	0,25
		$VT = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AF} = \frac{AF + AB}{AF.AB} = \frac{AO + OF + AO - OB}{AF.AB}$ $= \frac{2AO}{AH.AO} = \frac{2}{AH} = \frac{2}{2AE} = \frac{1}{AE} \text{ (đpcm)}$	0,25
Bài 5. (1,0đ)	1. Giải phương trình $\sqrt{x-2025} + 3\sqrt{x+6} = 3 + \sqrt{(x-2025)(x+6)}$		
	1. (0,5đ)	1) Giải phương trình: $\sqrt{x-2025} + 3\sqrt{x+6} = 3 + \sqrt{(x-2025)(x+6)}$ Điều kiện: $x \geq 2025$. Phương trình $\Leftrightarrow 3\sqrt{x+6} - 3 + \sqrt{x-2025} - \sqrt{(x-2025)(x+6)} = 0$ $\Leftrightarrow 3(\sqrt{x+6} - 1) - \sqrt{x-2025}(\sqrt{x+6} - 1) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (\sqrt{x+6} - 1)(\sqrt{x-2025} - 3) = 0$ $\Leftrightarrow x = -5, x = 2034$ Ta thấy $x = 2034$ thỏa mãn điều kiện Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 2034$	0,25
	2) Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng $\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} \leq \sqrt{6}$.		
	2. (0,5đ)	Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz = \frac{1}{2}(x-y)^2 + \frac{1}{2}(y-z)^2 + \frac{1}{2}(z-x)^2 \geq 0$ Nên: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$ Suy ra: $3(x^2 + y^2 + z^2) \geq x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = (x+y+z)^2$	0,25
		Với $x, y, z \geq 0 \Rightarrow x + y + z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)}$ Áp dụng $x + y + z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)}$ với $x = \sqrt{a+b}, y = \sqrt{b+c}, z = \sqrt{a+c}$ có: $\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} \leq \sqrt{3((a+b) + (b+c) + (a+c))} = \sqrt{3(2(a+b+c))} = \sqrt{3.2.1} = \sqrt{6}$ Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$ (thỏa mãn ĐK). Vậy $\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} \leq \sqrt{6}$ với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$.	0,25

Lưu ý: Điểm toàn bài làm tròn đến 0,25 điểm. Học sinh làm cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa

