SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ 01

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. *(2,0 điểm)* Rút gọn các biểu thức sau

a) $A=\sqrt{12}+3\sqrt{3}$.

b) $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

a) Tìm giá trị của m để đường thẳng có phương trình $y=2x+m-1$ đi qua điểm $A(3;9)$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=3\\x-2y=8\end{cases}$

Câu 3. *(1,0 điểm)* Cho phương trình $x^2-2(m+3)x+m^2+3m-4=0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{x_1-8}{x_2}+\dfrac{x_2-8}{x_1}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 4. *(1,0 điểm)* Hai người cùng làm chung một công việc trong $\dfrac{6}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 1 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Câu 5. *(1,0 điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH $(H\in BC)$. Biết độ dài các cạnh $AB=6\,cm$, $BC=10\,cm$. Tính độ dài đoạn thẳng BH và $\sin\widehat{ABC}$.

Câu 6. *(2,0 điểm)* Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy điểm C khác B sao cho $AC>BC$. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau ở E.

a) Chứng minh AOCE là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của AC và OE. Đường thẳng đi qua O vuông góc với AB cắt CE và BC lần lượt tại M và N, EN cắt OC tại K, OE cắt AN tại I. Đường thẳng BE cắt đường tròn (O) tại F (F khác B). Chứng minh tam giác EHB đồng dạng với tam giác EFO và $MI.MK=MN.MO$.

Câu 7. *(1,0 điểm)* Cho ba số thực a,b,c thỏa mãn $1\le a,b,c\le 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{(a+b+c)^2}{a^2+2(ab+bc+ca)}.$$

------HẾT------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2024 – 2025
Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: 90 phút

Trình bày lời giải theo chương trình GDPT 2018
Nguyễn Ngọc Hùng – THCS Hoàng Xuân Hãn

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{12}+3\sqrt{3}$

b) $B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$.

Giải. a) Ta có $A=\sqrt{4.3}+3\sqrt{3}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$.

b) Ta có $B=\frac{\sqrt{x}+2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}=\frac{2\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right).\sqrt{x}}=\frac{2}{x}$

Bài 2. a) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y=2x+m-1$ đi qua điểm $A(3;9)$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=3\\x-2y=8\end{cases}$

Giải. a) Đường thẳng $(d): y=2x+m-1$ đi qua điểm $A(3;9)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy nên $9=2.3+m-1$ hay $9=5+m$, suy ra $m=4$.

b) Từ phương trình thứ nhất ta có $y=3-3x$ thế vào phương trình thứ hai được

$x-2(3-3x)=8$

$x-6+6x=8$

$7x=14$, suy ra $x=2$. Do đó $y=3-3.2=-3$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(2;-3)$.

Bài 3. Cho phương trình $x^2-2(m+3)x+m^2+3m-4=0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1-8}{x_2}+\frac{x_2-8}{x_1}=\frac{4}{3}$.

Giải. Phương trình có các hệ số $a=1$; $b=-2(m+3)$; $b'=-(m+3)$; $c=m^2+3m-4$

Ta có $\Delta'=(m+3)^2-(m^2+3m-4)=3m+13$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta'>0$ hay $3m+13>0$, suy ra $m>-\frac{13}{3}$. Theo định lí Viète, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+3)\\x_1x_2=m^2+3m-4\end{cases}$

Do đó $\frac{x_1-8}{x_2}+\frac{x_2-8}{x_1}=\frac{x_1(x_1-8)+x_2(x_2-8)}{x_1x_2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-8(x_1+x_2)}{x_1x_2}$

$=\frac{4(m+3)^2-8.2(m+3)}{m^2+3m-4}-2=\frac{4m^2+8m-12}{m^2+3m-4}-2$. Để $\frac{x_1-8}{x_2}+\frac{x_2-8}{x_1}=\frac{4}{3}$ thì

$\frac{4m^2+8m-12}{m^2+3m-4}-2=\frac{4}{3}$ hay $\frac{2m^2+4m-6}{m^2+3m-4}=\frac{5}{3}$, suy ra $m^2-3m+2=0$, suy ra

$(m-1)(m-2)=0$ hay $m=1$; $m=2$

Để $\frac{x_1-8}{x_2}+\frac{x_2-8}{x_1}=\frac{4}{3}$ thì phương trình có nghiệm $x\neq 0$ hay $m^2+3m-4\neq 0$

suy ra $(m-1)(m+4)\neq 0$ hay $m\neq 1$; $m\neq -4$. Do đó $m=2$ hỏa mãn bài toán.

Bài 4. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{6}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 1 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Giải. Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình để hoàn thành công việc là x (giờ).

Điều kiện: $x>\frac{6}{5}$. Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là $x+1$ (giờ).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=\frac{5}{6}$ hay $\frac{2x+1}{x(x+1)}=\frac{5}{6}$, suy ra $5x^2-7x-6=0$

Suy ra $(x-2)(5x+3)=0$, do $x>\frac{6}{5}$ nên $x-2=0$ hay $x=2$ thỏa mãn điều kiện $x>\frac{6}{5}$

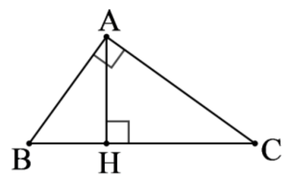
Vậy nếu làm một mình để hoàn thành công việc thì người thứ nhất mất 2 giờ, người thứ hai mất 3 giờ.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH (H thuộc BC). Biết độ dài các cạnh AB = 6cm, BC = 10 cm. Tính độ dài đoạn thẳng BH và $\sin\widehat{ABC}$.

Giải. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, ta có:

$AB^2=BH.BC$ hay $6^2=BH.10$

Suy ra $BH=\frac{36}{10}=3,6$ (cm)



Áp dụng định lí Pythagore, ta có

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (cm)

Do đó $\sin\widehat{ABC}=\frac{AC}{BC}=\frac{8}{10}=0,8$

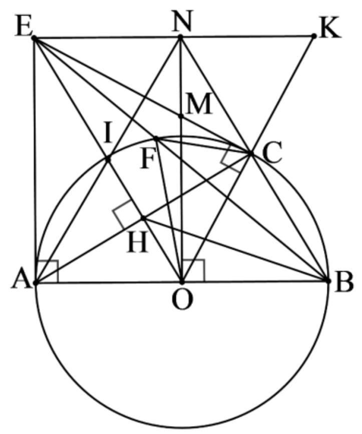
Bài 6. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy điểm C khác B sao cho AC > BC. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau ở E.

a) Chứng minh rằng tứ giác AOCE nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của AC và OE. Đường thẳng đi qua O vuông góc với AB cắt CE và BC lần lượt tại M và N, EN cắt OC tại K, OE cắt AN tại I. Đường thẳng BE cắt đường tròn (O) tại F (F khác B). Chứng minh rằng $\Delta EHB \backsim \Delta EFO$ và $MI.MK = MN.MO$.

Giải. a) Vì AE, CE là các tiếp tuyến của (O) nên $AE\perp OA$ và $CE\perp OC$. Suy ra $\widehat{EAO}+\widehat{ECO}=180^0$

Do đó tứ giác AOCE nội tiếp.



b) Theo tính chất tiếp tuyến cắt nhau thì EA = EC; OA = OC nên EO là trung trực của AC hay $EO\perp AC$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ECO, đường cao CH ta có $EC^2=EH.EO$ (1).

Mặt khác $\widehat{ECF}=\frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{CF}$ (góc giữa tiếp tuyến và dây cung)

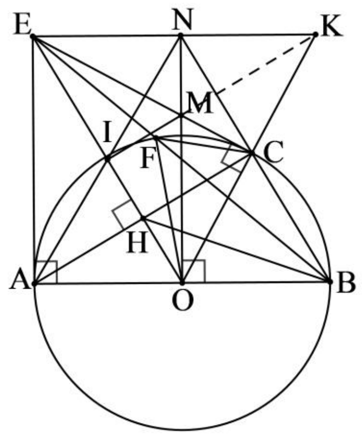
$\widehat{EBC}=\frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{CF}$ (góc nội tiếp), suy ra $\widehat{ECF}=\widehat{EBC}$

Dẫn đến $\Delta ECF \backsim \Delta EBC$ (g. g), suy ra $\frac{EC}{EB}=\frac{EF}{EC}$

hay $EC^2 = EB.EF$ (2). Từ (1) và (2) ta có $EH.EO = EB.EF$ hay $\dfrac{EH}{EF} = \dfrac{EB}{EO}$.

Suy ra $\Delta EHB \backsim \Delta EFO$ (c. g. c)

Do tứ giác AOCE nội tiếp nên $\widehat{OAC} = \widehat{OEC}$;



$\widehat{OAC} = \widehat{ONC}$ (cùng phụ với $\widehat{OBC}$), suy ra

$\widehat{OEC} = \widehat{ONC}$, dẫn đến tứ giác EOCN nội tiếp

Suy ra $\widehat{ENO} = \widehat{ECO} = 90^0$ hay $ON \perp EK$; $EC \perp OK$

Suy ra M là trực tâm của ΔOEK (3).

Tứ giác EAON có $\widehat{EAO} = \widehat{AON} = \widehat{ONE} = 90^0$

nên EAON là hình chữ nhật, suy ra IE = IO.

Mặt khác $\widehat{KOE} = \widehat{AOE}$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

$\widehat{AOE} = \widehat{KEO}$ (so le), suy ra $\widehat{KOE} = \widehat{KEO}$, suy ra ΔKEO cân

có IE = IO nên $KI \perp OE$ (4). Từ (3) và (4) suy ra K, M, I thẳng hàng.

Ta có $\widehat{KNO} = \widehat{KIO} = 90^0$, suy ra tứ giác KNIO nội tiếp

Do đó $\widehat{MNI} = \widehat{MKO}$; $\widehat{MIN} = \widehat{MOK}$, suy ra $\Delta MNI \backsim \Delta MKO$ (g. g)

Suy ra $\dfrac{MN}{MK} = \dfrac{MI}{MO}$ hay $MI.MK = MN.MO$.

Bài 7. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $1 \le a, b, c \le 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{(a+b+c)^2}{a^2 + 2(ab+bc+ca)}$.

Giải. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} b, c \ge 1 \\ 2 \ge a \end{cases}$ nên $\begin{cases} 2b \ge a \\ 2c \ge a \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} 4b^2 \ge a^2 \\ 4c^2 \ge a^2 \end{cases}$ hay $2\left(b^2 + c^2\right) \ge a^2$ (1).

Lại có $\begin{cases} 2b \ge a \\ 2c \ge a \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} 4b^2 \ge 2ab \\ 4c^2 \ge 2ca \end{cases}$ hay $4\left(b^2 + c^2\right) \ge 2ab + 2ca$ (2).

Áp dụng BĐT Cauchy, ta có $b^2 + c^2 \ge 2bc$ (3). Cộng theo vế các BĐT (1), (2) và (3) được:

$7\left(b^2 + c^2\right) \ge a^2 + 2(ab + bc + ca)$

$7\left(a^2 + b^2 + c^2\right) + 14(ab + bc + ca) \ge 8a^2 + 16(ab + bc + ca)$

$7(a+b+c)^2 \ge 8\left[a^2 + 2(ab+bc+ca)\right]$. Suy ra $P = \dfrac{(a+b+c)^2}{a^2 + 2(ab+bc+ca)} \ge \dfrac{8}{7}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = \dfrac{8}{7}$. Đạt được khi $(a;b;c) = (2;1;1)$.