

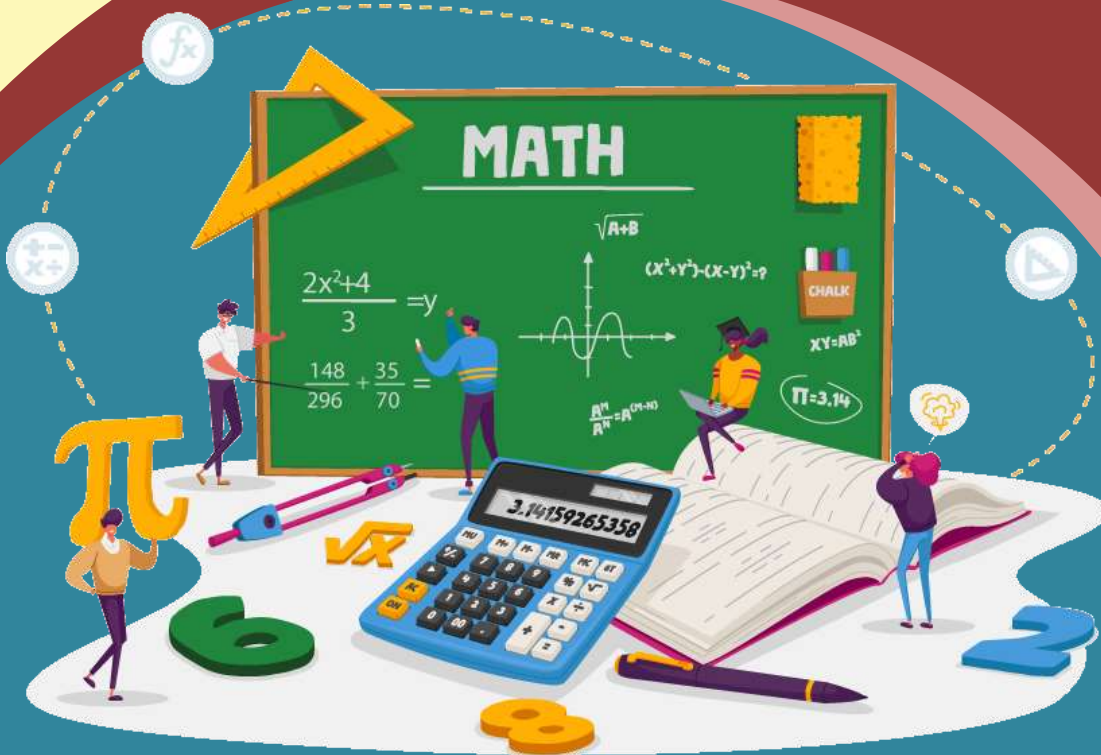
LÊ BÁ BẢO
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

Chủ đề

NGUYÊN HÀM

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



Chủ đề 1:

NGUYÊN HÀM

I. LÝ THUYẾT

1. Nguyên hàm của một hàm số

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên một khoảng K (hoặc một đoạn, hoặc một nửa khoảng). Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K .

Chú ý.

Trường hợp $K = [a; b]$ thì các đẳng thức $F'(a) = f(a)$ và $F'(b) = f(b)$ được hiểu là đạo hàm bên phải tại điểm $x = a$ và đạo hàm bên trái tại điểm $x = b$ của hàm số $F(x)$, tức là:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{F(x) - F(a)}{x - a} = f(a) \text{ và } \lim_{x \rightarrow b^-} \frac{F(x) - F(b)}{x - b} = f(b).$$

Nhận biết họ nguyên hàm của một hàm số

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khi đó:

- Với mỗi hằng số C , hàm số $F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K ;
- Nếu hàm số $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x) = F(x) + C$ với mọi $x \in K$.

Như vậy, nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$, C là hằng số. Ta gọi $F(x) + C$, ($C \in \mathbb{R}$) là họ các nguyên hàm của $f(x)$ trên K , kí hiệu bởi: $\int f(x) dx$

Chú ý.

- Để tìm họ các nguyên hàm (gọi tắt là tìm nguyên hàm) của hàm số $f(x)$ trên K , ta chỉ cần tìm một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ trên K và khi đó: $\int f(x) dx = F(x) + C$ với C là hằng số.
- Người ta chứng minh được rằng, nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K thì $f(x)$ có nguyên hàm trên khoảng đó.
- Biểu thức $f(x) dx$ được gọi là vi phân của nguyên hàm $F(x)$, kí hiệu $kaf dF(x)$. Vậy $dF(x) = F'(x) dx = f(x) dx$.
- Khi đi tìm nguyên hàm của một hàm số mà không chỉ rõ tập K , ta hiểu là tìm nguyên hàm của hàm số đó trên tập xác định của nó.

2. Tính chất cơ bản của nguyên hàm

- Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên K , k là hằng số khác 0. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Lúc đó: $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, ($k \neq 0$).
- Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K . Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên K .

Lúc đó:
$$\begin{cases} \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx \\ \int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx \end{cases}$$

3. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

a) Nguyên hàm của hàm số lũy thừa

Hàm số $y = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$, được gọi là hàm số lũy thừa.

Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ tùy thuộc vào giá trị của α :

- +) Với α nguyên dương, tập xác định là $\mathbb{R}$;
- +) Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
- +) Với α không nguyên, tập xác định là $(0; +\infty)$.

Đạo hàm hàm số lũy thừa: $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, (\forall x > 0)$

Nguyên hàm của hàm số lũy thừa:
$$\begin{cases} \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1) \\ \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \end{cases}$$

b. Nguyên hàm của hàm số lượng giác

$$\begin{cases} \int \cos x dx = \sin x + C \\ \int \sin x dx = -\cos x + C \end{cases} \quad \begin{cases} \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \\ \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C \end{cases}$$

c. Nguyên hàm của hàm số mũ

$$\begin{cases} \int e^x dx = e^x + C \\ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1) \end{cases}$$

BẢNG TỔNG KẾT NGUYÊN HÀM CỦA MỘT SỐ NGUYÊN HÀM THƯỜNG GẶP

$\int 0 dx = C$	$\int 1 dx = x + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1)$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Số nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

- A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F(x) = f(x), \forall x \in K$. B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
 C. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

- Câu 3.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x)dx = F'(x) + C.$ B. $\int F(x)dx = f(x) + C.$
 C. $\int f(x)dx = F(x) + C.$ D. $\int F(x)dx = f'(x) + C.$
- Câu 4.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int 2f(x)dx = 2F'(x) + C.$ B. $\int 2f(x)dx = 2f(x) + C.$
 C. $\int 2f(x)dx = 2F(x) + C.$ D. $\int 2f(x)dx = F(2x) + C.$
- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f'(x)dx = f(x).$ B. $\int f'(x)dx = f'(x) + C.$
 C. $\int f'(x)dx = f'(x).$ D. $\int f'(x)dx = f(x) + C.$
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f''(x)dx = f'(x).$ B. $\int f''(x)dx = f'(x) + C.$
 C. $\int f''(x)dx = f''(x).$ D. $\int f''(x)dx = f''(x) + C.$
- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x).$ B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x).$
 C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x) + C.$ D. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x) + C.$
- Câu 8.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx, k \in \mathbb{R}.$ B. $\int xf(x)dx = x\int f(x)dx.$
 C. $\int f(kx)dx = k\int f(x)dx, k \in \mathbb{R}.$ D. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$
- Câu 9.** Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$ B. $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$
 C. $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}.$ D. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$
- Câu 10.** Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$ B. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}.$
 C. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx, \forall k \in \mathbb{R}.$ D. $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \left(\int f(x)dx\right) \cdot \left(\int g(x)dx\right).$
- Câu 11.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $\left[\int f(x)dx\right]' = f(x).$ B. $\int [f(x)]'dx = f(x) + C.$
 C. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx.$ D. $\int [f(x) + k]dx = \int f(x)dx + \int kdx.$
- Câu 12.** Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. B. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
 C. $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$. D. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
- Câu 13.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $G(x) = \int [f(x) - 1] dx$.
 A. $G(x) = xF(x) - x + C$. B. $G(x) = F(x) - x + C$.
 C. $G(x) = xF(x) - 1 + C$. D. $G(x) = F(x) - 1 + C$.
- Câu 14.** Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$.
 A. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$. B. $I = 2F(x) + xf(x) + C$.
 C. $I = 2xF(x) + x + 1$. D. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$.
- Câu 15.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?
 A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, (k là hằng số và $k \neq 0$).
 B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.
 C. Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u) du = F(u) + C$.
 D. $\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$.
- Câu 16.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?
 A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
 C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$. D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, $\forall k \in \mathbb{R}$.
- Câu 17.** Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K , với mỗi hằng số C . Trong các mệnh đề sau:
 (I). $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
 (II). $G(x) = C \cdot F(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
 (III). $G(x) = F(x) - C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
 Khẳng định nào dưới đây đúng?
 A. Chỉ (I) đúng. B. (I), (II), (III) đúng.
 C. (I), (II) đúng. D. (I), (III) đúng.
- Câu 18.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng
 A. 5. B. 625. C. 25. D. 125.
- Câu 19.** Khẳng định nào dưới đây đúng?
 A. $\int 1 dx = 0$. B. $\int x^2 dx = 2x$. C. $\int x dx = x^2 + C$ D. $\int 1 dx = x + C$.
- Câu 20.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?
 A. $\int 0 dx = C$. B. $\int x^2 dx = 2x + C$. C. $\int 2x dx = x^2 + C$ D. $\int 1 dx = x + C$.
- Câu 21.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?
 A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$. B. $\int e^x dx = e^x + C$. C. $\int 1 dx = x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.
- Câu 22.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1.$

B. $\int e^x dx = e^x + C.$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C.$

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

Câu 23. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

B. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

D. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$

Câu 24. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \sin x dx = \sin x + C.$

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

D. $\int \sin x dx = -\sin x + C.$

Câu 25. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

D. $\int \cos x dx = -\cos x + C.$

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ là

A. $F(x) = \sin x + \cos x + C.$

B. $F(x) = \sin x - \cos x + C.$

C. $F(x) = -\sin x + \cos x + C.$

D. $F(x) = -\sin x - \cos x + C.$

Câu 27. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C.$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

Câu 28. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1.$

B. $\int e^x dx = e^x + C.$

C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

D. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

B. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1.$

D. $\int a^x dx = a^x \ln a + C \ (0 < a \neq 1).$

Câu 30. Hàm số nào dưới đây **không** phải nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$?

A. $y = x^3.$

B. $y = x^3 + 1.$

C. $y = x^3 - 1.$

D. $y = 6x.$

Câu 31. Hàm số $y = \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \cos 2x.$

B. $y = -\frac{\cos 2x}{2}.$

C. $y = \frac{\cos 2x}{2}.$

D. $y = 2 \cos 2x.$

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 2$ là

A. $F(x) = 2x.$

B. $F(x) = x^3 + 2x + C.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x + C.$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2 + C.$

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(4x^2 + 2)$ là

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{4x^3}{3} + 2x \right) + C.$

B. $F(x) = x^4 + 2x^2 + C.$

C. $F(x) = 4x^4 + x^2 + C.$

D. $F(x) = x^4 + x^2 + C.$

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}, x > 0$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C.$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{4}x\sqrt[3]{x} + C.$

C. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{2}x\sqrt[3]{x} + C.$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C.$

Câu 35. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{e^x}{2} + C.$ B. $\int f(x)dx = e^{2x} + C.$ C. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + C.$ D. $\int f(x)dx = 2e^{2x} + C.$

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = e^{2x} + \sin 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{2x} - \frac{1}{3}\cos 3x + C.$

B. $\int f(x)dx = e^{2x} - \cos 3x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \frac{\cos 3x}{3} + C.$

Câu 37. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = 5^x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C.$

D. $\int f(x)dx = 5^x \ln 5 + C.$

Câu 38. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{4x}$ là

A. $\int f(x)dx = e^{4x} + C.$

B. $\int f(x)dx = 4e^{4x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{4x}}{4} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{e^{4x}}{4} + C.$

Câu 39. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(2e^{2x} - 3)$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} - 3e^x + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} + 3e^x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^x(e^{2x} - 3) + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + 3e^x + C.$

Câu 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4e^{3x} - 2e^{2x} + 5}{e^x}$ là

A. $\int f(x)dx = 2e^{2x} - 2e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

B. $\int f(x)dx = 4e^{2x} - 2e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

C. $\int f(x)dx = 2e^{2x} - e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

D. $\int f(x)dx = 4e^{2x} + 2e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

Câu 41. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\cos 3x + C.$

B. $\int f(x)dx = 3\sin 3x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 3x}{3} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 3x}{3} + C.$

Câu 42. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$

C. $\int f(x)dx = \sin 3x + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 3x}{3} + C.$

Câu 43. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos 3x$ là

A. $F(x) = 2\cos 2x - 3\sin 3x + C.$

B. $F(x) = -\frac{\cos 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C.$

C. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\sin 3x}{3} + C.$

D. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C.$

Câu 44. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin^2 x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{4\sin^3 x}{3} + C.$

B. $\int f(x)dx = 2x - \sin 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = 2x - 2\sin 2x + C.$

Câu 45. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{\sin 2x}{2} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\sin 2x}{2} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C.$

Câu 46. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{\sin 2x}{2} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\sin 2x}{2} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C.$

Câu 47. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin x \cos 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C.$

Câu 48. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin x \cos^2 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} - 2\cos x + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} + 2\cos x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} - 2\cos x + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} + 2\cos x + C.$

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = 2\cos[2(x+\pi)] - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C.$

B. $\int f(x)dx = \sin 2x - x^3 + C.$

C. $\int f(x)dx = -\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C$. D. $\int f(x)dx = -4\sin[2(x+\pi)] - 6x + C$.

Câu 50. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2 + 5}{x}, x \neq 0$ là

A. $F(x) = x^3 + 2x^2 + 5\ln|x| + C$. B. $F(x) = x^3 + x^2 + 5\ln x + C$.
C. $F(x) = x^3 + x^2 + 5\ln|x| + C$. D. $x^3 + 2x^2 + 5\ln x + C$.

Câu 51. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{x^3}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C$.
C. $\int f(x)dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} + 2x^{-2} + C$. D. $\int f(x)dx = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C$.

Câu 52. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

A. $F(x) = -\frac{2}{(2x+3)^2} + C$. B. $F(x) = \ln(2x+3) + C$.
C. $F(x) = \ln|2x+3| + C$. D. $F(x) = \frac{\ln|2x+3|}{2} + C$.

Câu 53. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-3x}$ là

A. $F(x) = \frac{3}{(1-3x)^2} + C$. B. $F(x) = \ln(1-3x) + C$.
C. $F(x) = \ln|1-3x| + C$. D. $F(x) = -\frac{\ln|1-3x|}{3} + C$.

Câu 54. Xác định $F(x) = \int \frac{6x+2}{3x-1} dx$.

A. $F(x) = 2x + \frac{4}{3}\ln|3x-1| + C$. B. $F(x) = 2x + 4\ln|3x-1| + C$
C. $F(x) = \frac{4}{3}\ln|3x-1| + C$ D. $F(x) = 2x + 4\ln(3x-1) + C$

Câu 55. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$. B. $\int f(x)dx = \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$.
C. $\int f(x)dx = \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x}{x-1}\right| + C$.

Câu 56. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$.

A. $2\ln|x^2-4| + C$. B. $\frac{1}{2(x^2-4)} + C$. C. $\frac{-1}{4(x^2-4)^2} + C$. D. $\frac{1}{2}\ln|x^2-4| + C$.

Câu 57. Xác định $\int \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} dx$.

A. $x^2 + \ln|x - 1| + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + \ln|x - 1| + C$.

C. $1 - \frac{1}{(x - 1)^2} + C$.

D. $x + \frac{1}{x - 1} + C$.

Câu 58. Họ các nguyên hàm $\int \frac{1}{(2x - 1)^2} dx$ là

A. $\frac{-1}{4x - 2} + C$.

B. $\frac{1}{2x - 1} + C$.

C. $\frac{-1}{2x - 1} + C$.

D. $\frac{1}{4x - 2} + C$.

Câu 59. Cho $\int \frac{2x + 1}{x - 2} dx = ax + b \ln|x - 2| + C$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $S = a + b$ là:

A. $S = 4$.

B. $S = 7$.

C. $S = 1$.

D. $S = 2$.

Câu 60. Xác định $F(x) = \int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3} dx$.

A. $F(x) = x^2 - x + 2 \ln|x - 3| + C$.

B. $F(x) = x^2 - x - 2 \ln|x - 3| + C$.

C. $F(x) = 2x^2 - x + 2 \ln|x - 3| + C$.

D. $F(x) = 2x^2 - x - 2 \ln|x - 3| + C$.

Câu 61. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$.

A. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x - 3}{x + 1} \right| + C$.

B. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x + 3}{x + 1} \right| + C$.

C. $-\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x - 3}{x - 1} \right| + C$.

D. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x - 3}{x - 1} \right| + C$.

Câu 62. Biết $\int \frac{x + 1}{-x^2 + 3x - 2} dx = a \ln|x - 1| + b \ln|x - 2| + C$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 1$.

B. $a + b = 5$.

C. $a + b = -5$.

D. $a + b = -1$.

Câu 63. Cho biết $\int \frac{2x + 7}{x^2 + 5x + 6} dx = a \ln|x + 2| + b \ln|x + 3| + C$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính $P = a^2 + ab + b^2$.

A. $P = 3$.

B. $P = 12$.

C. $P = 7$.

D. $P = 13$.

Câu 64. Cho biết $\int \frac{2x - 13}{x^2 - x - 2} dx = a \ln|x + 1| + b \ln|x - 2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a + 2b = 8$.

B. $a + b = 8$.

C. $2a - b = 8$.

D. $a - b = 8$.

Câu 65. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x - 2}{(x - 2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $3 \ln(x - 2) + \frac{2}{x - 2} + C$.

B. $3 \ln(x - 2) - \frac{2}{x - 2} + C$.

C. $3 \ln(x - 2) - \frac{4}{x - 2} + C$.

D. $3 \ln(x - 2) + \frac{4}{x - 2} + C$.

Câu 66. Biết $\int \frac{x}{x^2 - 4x + 4} dx = a \ln|x - 2| + \frac{b}{x - 2} + C$; $a, b \in \mathbb{Q}, C \in \mathbb{R}$. Giá trị $a + b$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 0.

Câu 67. Biết $\int \frac{4x + 1}{x^2 - 2x + 1} dx = a \ln|x - 1| + \frac{b}{x - 1} + C$; $a, b \in \mathbb{Q}, C \in \mathbb{R}$. Tính $a + b$.

- A. 1. B. -1. C. 2. D. 3.
- Câu 68.** Biết $\int \frac{2x+3}{x^3-4x} dx = a \ln|x| + b \ln|x-2| + c \ln|x+2| + C; a; b; c \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Giá trị $4a - b + c$ bằng
- A. -3. B. 4. C. 2. D. -4.
- Câu 69.** Biết $\int (3 \sin 2x + 2 \cos 3x) dx = a \cos 2x + b \sin 3x + C; a; b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Giá trị $2a + 3b$ bằng
- A. 5. B. 1. C. 2. D. -1.
- Câu 70.** Biết $\int 4 \sin x \cos 3x dx = a \cos 2x + b \cos 4x + C; a; b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Giá trị $a + 2b$ bằng
- A. -2. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 71.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\int f(x) dx = x \sin x + C$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
- A. $1 + \frac{\pi}{2}$. B. 0. C. 1. D. $1 - \frac{\pi}{2}$.
- Câu 72.** Gọi $F(x)$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8 \sin 3x \cos x$. Biết rằng $F(x)$ có dạng $F(x) = a \cos 4x + b \cos 2x + C$. Khi đó, $a - b$ bằng
- A. 5. B. 1. C. 3. D. -1.
- Câu 73.** Cho $\int f(x) dx = x^2 - 3x + C$. Tìm $\int f(e^{-x}) dx$.
- A. $\int f(e^{-x}) dx = e^{-2x} - 3e^{-x} + C$. B. $\int f(e^{-x}) dx = 2e^{-x} - 3x + C$.
C. $\int f(e^{-x}) dx = -2e^{-x} - 3x + C$. D. $\int f(e^{-x}) dx = -2e^{-x} - 3e^{-x} + C$.
- Câu 74.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $F(x) = x^3 + 2x^2 + (m^2 - 1)x + C$ (C là hằng số) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 4x + 3$ trên $\mathbb{R}$.
- A. $m = 2$. B. $m = \pm 4$. C. $m = 4$. D. $m = \pm 2$.
- Câu 75.** Biết $F(x) = ax^2 + bx + 1, (a; b \in \mathbb{R})$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$. Tổng $a + b$ bằng
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.
- Câu 76.** Biết $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1, (a; b; c \in \mathbb{R})$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 6x^2 + 2x + 1$. Tổng $a + b + c$ bằng
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.
- Câu 77.** Biết $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ thỏa mãn $F(1) = 2$. Giá trị $F(2)$ bằng
- A. 6. B. 8. C. 3. D. 2.
- Câu 78.** Biết $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Giá trị $F(2) + F(3)$ bằng
- A. 67. B. 70. C. 45. D. 90.
- Câu 79.** Biết $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin 2x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.
- Câu 80.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng
- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

- Câu 81.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4-4x^2)$. Hàm số $F(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?
A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.
- Câu 82.** Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^x$, $f(x) = (x^2 + 3x + 4)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S = a + b$.
A. $S = 12$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = -6$. **D.** $S = 4$.
- Câu 83.** Gọi $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x$. Tính $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.
A. 245. **B.** 246. **C.** 248. **D.** 249.
- Câu 84.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(5) = 2$ và $F(0) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $F(-1) = 2 - \ln 2$. **B.** $F(2) = 2 - 2\ln 2$. **C.** $F(3) = 1 + \ln 2$. **D.** $F(-3) = 2$.
- Câu 85.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{2x-3}{x-2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(3) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(0) + 2f(4)$ bằng
A. 3. **B.** 5. **C.** $7 + 3\ln 2$. **D.** $-5 + 7\ln 2$.
- Câu 86.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ đồng thời thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{2x+1}$ ($\forall x \neq -\frac{1}{2}$), và $f(-1) + 2f(0) = 2\ln 674$. Giá trị của biểu thức $S = f(-2) + f(1) + f(4)$ bằng
A. $2\ln 3 - \ln 674$. **B.** $\ln 2022$. **C.** $2\ln 2022$. **D.** $3\ln 3$.
- Câu 87.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng
A. 27. **B.** 29. **C.** 12. **D.** 33.
- Câu 88.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $F(-2) + 2F(3)$.
A. 60. **B.** 28. **C.** -1. **D.** -48.
- Câu 89.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
A. $-\frac{391}{400}$. **B.** $-\frac{1}{40}$. **C.** $-\frac{41}{400}$. **D.** $-\frac{1}{10}$.
- Câu 90.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và khác không với mọi x thỏa mãn $f(0) = -1$ và $f'(x) = e^x \cdot f^2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(-1)$ bằng

- A. -1 . B. $-e$. C. e . D. $-\frac{1}{e}$.

Câu 91. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1)=3$ và $x(4-f'(x))=f(x)-1$ với mọi $x>0$. Giá trị $f(2)$ bằng
A. 6. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 92. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)+2x.f(x)=e^x f(x)$ với $f(x)\neq 0, \forall x$ và $f(0)=1$. Khi đó $|f(1)|$ bằng
A. $e+1$. B. e^{e-2} . C. $e-1$. D. e^{e+1} .

Câu 93. Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=1, f(x)=f'(x)\sqrt{3x+1}$ với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $4 < f(5) < 5$. B. $1 < f(5) < 2$. C. $3 < f(5) < 4$. D. $2 < f(5) < 3$.

Câu 94. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x(x+1)f'(x)+(2x+1)f(x)=\frac{1}{x}-1$ và $f(1)=1$. Biết $f(2)=a+b\ln 2$. Khi đó, $a+b$ bằng
A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Số nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là
A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải:

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì có vô số nguyên hàm trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $F(x)=f(x), \forall x \in K$. B. $F'(x)=f(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x)=f'(x), \forall x \in K$. D. $f'(x)=F(x), \forall x \in K$.

Câu 3. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int f(x)dx = F'(x) + C$. B. $\int F(x)dx = f(x) + C$.
C. $\int f(x)dx = F(x) + C$. D. $\int F(x)dx = f'(x) + C$.

Câu 4. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int 2f(x)dx = 2F'(x) + C$. B. $\int 2f(x)dx = 2f(x) + C$.
C. $\int 2f(x)dx = 2F(x) + C$. D. $\int 2f(x)dx = F(2x) + C$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int f'(x)dx = f(x)$. B. $\int f'(x)dx = f'(x) + C$.
C. $\int f'(x)dx = f'(x)$. D. $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int f''(x)dx = f'(x)$. B. $\int f''(x)dx = f'(x) + C$.
C. $\int f''(x)dx = f''(x)$. D. $\int f''(x)dx = f''(x) + C$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x).$

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x).$

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x) + C.$

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x) + C.$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}.$

B. $\int xf(x)dx = x \int f(x)dx.$

C. $\int f(kx)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}.$

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

Câu 9. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$

C. $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}.$

D. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

B. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}.$

C. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, \forall k \in \mathbb{R}.$

D. $\int [f(x).g(x)]dx = \left(\int f(x)dx\right) \cdot \left(\int g(x)dx\right).$

Lời giải:

Nhận định đúng là $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left[\int f(x)dx\right]' = f(x).$

B. $\int [f(x)]'dx = f(x) + C.$

C. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx.$

D. $\int [f(x) + k]dx = \int f(x)dx + \int kdx.$

Lời giải:

Theo tính chất của nguyên hàm thì khẳng định $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ là sai vì thiếu điều kiện $k \neq 0$.

Câu 12. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

B. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$

C. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx.$

D. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

Lời giải:

$\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$ sai vì không đúng tính chất.

Câu 13. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $G(x) = \int [f(x) - 1]dx$.

A. $G(x) = xF(x) - x + C.$

B. $G(x) = F(x) - x + C.$

C. $G(x) = xF(x) - 1 + C.$

D. $G(x) = F(x) - 1 + C.$

Lời giải:

Ta có $G(x) = \int [f(x) - 1]dx = F(x) - x + C.$

Câu 14. Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$.

A. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$.

B. $I = 2F(x) + xf(x) + C$.

C. $I = 2xF(x) + x + 1$.

D. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$.

Lời giải:

Ta có $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx = 2 \int f(x) dx + \int f'(x) dx + \int dx = 2F(x) + f(x) + x + C$.

Câu 15. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, (k là hằng số và $k \neq 0$).

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

C. Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u) du = F(u) + C$.

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$.

Lời giải:

Chọn $f(x) = x$ ta thấy:

$$\int f(x) dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C_1 = F(x).$$

$$\int f(x) dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C_2 = G(x).$$

Khi $C_1 \neq C_2$ thì $F(x) \neq G(x)$.

Câu 16. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. **B.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, $\forall k \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \neq 0.$$

Câu 17. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K , với mỗi hằng số C . Trong các mệnh đề sau:

(I). $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(II). $G(x) = C.F(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(III). $G(x) = F(x) - C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Chỉ (I) đúng.

B. (I), (II), (III) đúng.

C. (I), (II) đúng.

D. (I), (III) đúng.

Lời giải:

Theo định nghĩa về nguyên hàm thì (I) và (III) là đúng, (II) sai.

Câu 18. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng

A. 5.

B. 625.

C. 25.

D. 125.

Lời giải:

+) Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ nên
 $F'(x) = f(x) = x^2 \Rightarrow F'(25) = 25^2 = 625$.

Câu 19. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int 1dx = 0$. B. $\int x^2 dx = 2x$. C. $\int x dx = x^2 + C$ D. $\int 1dx = x + C$.

Câu 20. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\int 0dx = C$. B. $\int x^2 dx = 2x + C$. C. $\int 2x dx = x^2 + C$ D. $\int 1dx = x + C$.

Câu 21. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$. B. $\int e^x dx = e^x + C$. C. $\int 1dx = x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 22. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$. B. $\int e^x dx = e^x + C$.
 C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 23. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. B. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. D. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.

Lời giải:

Ta có: $\int e^x dx = e^x + C$ nên C sai.

Câu 24. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. B. $\int \sin x dx = \sin x + C$.
 C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. D. $\int \sin x dx = -\sin x + C$.

Câu 25. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.
 C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. D. $\int \cos x dx = -\cos x + C$.

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ là

- A. $F(x) = \sin x + \cos x + C$. B. $F(x) = \sin x - \cos x + C$.
 C. $F(x) = -\sin x + \cos x + C$. D. $F(x) = -\sin x - \cos x + C$.

Câu 27. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C$. B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.
 C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$. D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

Câu 28. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$. B. $\int e^x dx = e^x + C$.
 C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$. D. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$.

D. $\int a^x dx = a^x \ln a + C \ (0 < a \neq 1)$.

Lời giải:

Ta có $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \ (0 < a \neq 1)$ nên phương án $\int a^x dx = a^x \ln a + C \ (0 < a \neq 1)$ sai.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây **không** phải nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$?

A. $y = x^3$.

B. $y = x^3 + 1$.

C. $y = x^3 - 1$.

D. $y = 6x$.

Câu 31. Hàm số $y = \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \cos 2x$.

B. $y = -\frac{\cos 2x}{2}$.

C. $y = \frac{\cos 2x}{2}$.

D. $y = 2 \cos 2x$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 2$ là

A. $F(x) = 2x$.

B. $F(x) = x^3 + 2x + C$.

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x + C$.

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2 + C$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(4x^2 + 2)$ là

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{4x^3}{3} + 2x \right) + C$.

B. $F(x) = x^4 + 2x^2 + C$.

C. $F(x) = 4x^4 + x^2 + C$.

D. $F(x) = x^4 + x^2 + C$.

Lời giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \int (4x^3 + 2x)dx = x^4 + x^2 + C$.

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}, x > 0$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C$.

B. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{4}x\sqrt[3]{x} + C$.

C. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{2}x\sqrt[3]{x} + C$.

D. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C$.

Lời giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \int \left(x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}} \right) dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C$.

Câu 35. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{e^x}{2} + C$.

B. $\int f(x)dx = e^{2x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$.

D. $\int f(x)dx = 2e^{2x} + C$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = e^{2x} + \sin 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{2x} - \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

B. $\int f(x)dx = e^{2x} - \cos 3x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \frac{\cos 3x}{3} + C$.

Lời giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^{2x} + \sin 3x)dx = \frac{e^{2x}}{2} - \frac{\cos 3x}{3} + C.$

Câu 37. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = 5^x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C.$

D. $\int f(x)dx = 5^x \ln 5 + C.$

Câu 38. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{4x}$ là

A. $\int f(x)dx = e^{4x} + C.$

B. $\int f(x)dx = 4e^{4x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{e^{4x}}{4} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{e^{4x}}{4} + C.$

Câu 39. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(2e^{2x} - 3)$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} - 3e^x + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} + 3e^x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^x(e^{2x} - 3) + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + 3e^x + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = e^x(2e^{2x} - 3) = 2e^{3x} - 3e^x$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (2e^{3x} - 3e^x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} - 3e^x + C.$

Câu 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4e^{3x} - 2e^{2x} + 5}{e^x}$ là

A. $\int f(x)dx = 2e^{2x} - 2e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

B. $\int f(x)dx = 4e^{2x} - 2e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

C. $\int f(x)dx = 2e^{2x} - e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

D. $\int f(x)dx = 4e^{2x} + 2e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \frac{4e^{3x} - 2e^{2x} + 5}{e^x} = 4e^{2x} - 2e^x + \frac{5}{e^x} = 4e^{2x} - 2e^x + 5e^{-x}.$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (4e^{2x} - 2e^x + 5e^{-x})dx = \frac{4e^{2x}}{2} - 2e^x + \frac{5e^{-x}}{-1} + C = 2e^{2x} - 2e^x - \frac{5}{e^x} + C.$

Câu 41. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\cos 3x + C.$

B. $\int f(x)dx = 3\sin 3x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 3x}{3} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 3x}{3} + C.$

Câu 42. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$

C. $\int f(x)dx = \sin 3x + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 3x}{3} + C.$

Câu 43. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos 3x$ là

A. $F(x) = 2\cos 2x - 3\sin 3x + C.$

B. $F(x) = -\frac{\cos 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C.$

C. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\sin 3x}{3} + C.$

D. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C.$

Câu 44. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin^2 x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{4\sin^3 x}{3} + C.$

B. $\int f(x)dx = 2x - \sin 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = 2x - 2\sin 2x + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = 4\sin^2 x = 2(1 - \cos 2x) = 2 - 2\cos 2x.$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (2 - 2\cos 2x)dx = 2x - \sin 2x + C.$

Câu 45. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{\sin 2x}{2} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\sin 2x}{2} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x.$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C.$

Câu 46. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{\sin 2x}{2} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\sin 2x}{2} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 2x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = \cos 2x.$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C.$

Câu 47. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin x \cos 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = 4\sin x \cos 3x = 4 \cdot \frac{1}{2}(\sin(-2x) + \sin 4x) = 2\sin 4x - 2\sin 2x.$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (2\sin 4x - 2\sin 2x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C.$

Câu 48. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin x \cos^2 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} - 2\cos x + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} + 2\cos x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} - 2\cos x + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} + 2\cos x + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = 4\sin x \cos^2 3x = 4\sin x \cdot \frac{1 + \cos 6x}{2} = 2\sin x(1 + \cos 6x)$
 $= 2\sin x + 2\sin x \cos 6x = 2\sin x + (\sin 7x - \sin 5x) = \sin 7x - \sin 5x + 2\sin x.$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (\sin 7x - \sin 5x + 2\sin x)dx = -\frac{\cos 7x}{7} + \frac{\cos 5x}{5} - 2\cos x + C.$

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = 2\cos[2(x + \pi)] - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2\sin[2(x + \pi)] - x^3 + C.$

B. $\int f(x)dx = \sin 2x - x^3 + C.$

C. $\int f(x)dx = -\sin[2(x + \pi)] - x^3 + C.$

D. $\int f(x)dx = -4\sin[2(x + \pi)] - 6x + C.$

Lời giải:

Ta có $\int f(x)dx = \int [2\cos(2x + 2\pi) - 3x^2]dx = \int [2\cos 2x - 3x^2]dx = \sin 2x - x^3 + C.$

Câu 50. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2 + 5}{x}, x \neq 0$ là

A. $F(x) = x^3 + 2x^2 + 5\ln|x| + C.$

B. $F(x) = x^3 + x^2 + 5\ln x + C.$

C. $F(x) = x^3 + x^2 + 5\ln|x| + C.$

D. $x^3 + 2x^2 + 5\ln x + C.$

Lời giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \int \frac{3x^3 + 2x^2 + 5}{x}dx = \int \left(3x^2 + 2x + \frac{5}{x}\right)dx = x^3 + x^2 + 5\ln|x| + C.$

Câu 51. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{x^3}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C.$

C. $\int f(x)dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} + 2x^{-2} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C.$

Lời giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \int \frac{\sqrt{x} + 1}{x^3}dx = \int \left(x^{-\frac{5}{2}} + x^{-3}\right)dx = -\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{2}} - 2x^{-2} + C.$

Câu 52. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x + 3}$ là

A. $F(x) = -\frac{2}{(2x + 3)^2} + C.$

B. $F(x) = \ln(2x + 3) + C.$

C. $F(x) = \ln|2x+3| + C.$

D. $F(x) = \frac{\ln|2x+3|}{2} + C.$

Câu 53. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-3x}$ là

A. $F(x) = \frac{3}{(1-3x)^2} + C.$

B. $F(x) = \ln(1-3x) + C.$

C. $F(x) = \ln|1-3x| + C.$

D. $F(x) = -\frac{\ln|1-3x|}{3} + C.$

Câu 54. Xác định $F(x) = \int \frac{6x+2}{3x-1} dx.$

A. $F(x) = 2x + \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C.$

B. $F(x) = 2x + 4 \ln|3x-1| + C$

C. $F(x) = \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C$

D. $F(x) = 2x + 4 \ln(3x-1) + C$

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{6x+2}{3x-1} dx = \int \left(2 + \frac{4}{3x-1} \right) dx = 2x + \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C.$

Câu 55. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C.$

B. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C.$

C. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C.$

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \int \frac{x-(x-1)}{x(x-1)} dx = \int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{dx}{x} = \ln|x-1| - \ln|x| + C = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C.$

Câu 56. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2-4}.$

A. $2 \ln|x^2-4| + C.$ B. $\frac{1}{2(x^2-4)} + C.$ C. $\frac{-1}{4(x^2-4)^2} + C.$ D. $\frac{1}{2} \ln|x^2-4| + C.$

Lời giải:

Ta có $\int \frac{x}{x^2-4} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2-4)}{x^2-4} dx = \frac{1}{2} \ln|x^2-4| + C$

Câu 57. Xác định $\int \frac{x^2-x+1}{x-1} dx.$

A. $x^2 + \ln|x-1| + C.$

B. $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

C. $1 - \frac{1}{(x-1)^2} + C.$

D. $x + \frac{1}{x-1} + C.$

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{x^2 - x + 1}{x-1} dx = \int \left(x + \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

Câu 58. Họ các nguyên hàm $\int \frac{1}{(2x-1)^2} dx$ là

A. $\frac{-1}{4x-2} + C.$ **B.** $\frac{1}{2x-1} + C.$ **C.** $\frac{-1}{2x-1} + C.$ **D.** $\frac{1}{4x-2} + C.$

Lời giải:

Ta có $\int \frac{1}{(2x-1)^2} dx = \frac{-1}{2(2x-1)} + C = \frac{-1}{4x-2} + C.$

Câu 59. Cho $\int \frac{2x+1}{x-2} dx = ax + b \ln|x-2| + C$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $S = a + b$ là:

A. $S = 4.$ **B.** $S = 7.$ **C.** $S = 1.$ **D.** $S = 2.$

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{2x+1}{x-2} dx = \int \frac{2x-4+5}{x-2} dx = \int \left(\frac{2x-4}{x-2} + \frac{5}{x-2} \right) dx = \int \left(2 + \frac{5}{x-2} \right) dx = 2x + 5 \ln|x-2| + C.$

Do đó $a = 2$ và $b = 5$.

Vậy $S = a + b = 2 + 5 = 7.$

Câu 60. Xác định $F(x) = \int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x-3} dx.$

A. $F(x) = x^2 - x + 2 \ln|x-3| + C.$ **B.** $F(x) = x^2 - x - 2 \ln|x-3| + C.$
C. $F(x) = 2x^2 - x + 2 \ln|x-3| + C.$ **D.** $F(x) = 2x^2 - x - 2 \ln|x-3| + C.$

Lời giải:

Ta có: $I = \int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x-3} dx = \int \left(2x - 1 + \frac{2}{x-2} \right) dx = x^2 - x + 2 \ln|x-2| + C.$

Câu 61. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}.$

A. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x+1} \right| + C.$ **B.** $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+3}{x+1} \right| + C.$ **C.** $-\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| + C.$ **D.** $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| + C.$

Lời giải:

$F(x) = \int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx = \int \frac{1}{(x-1)(x-3)} dx = \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| + C.$

Câu 62. Biết $\int \frac{x+1}{-x^2 + 3x - 2} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C.$ Tính $a + b.$

A. $a + b = 1.$ **B.** $a + b = 5.$ **C.** $a + b = -5.$ **D.** $a + b = -1.$

Lời giải:

$\frac{-x-1}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} \Leftrightarrow -x-1 = A(x-2) + B(x-1).$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A + B = -1 \\ -2A - B = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = -3 \end{cases}.$

Nên: $\int \frac{x+1}{(x-1)(2-x)} dx = \int \left(\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-2} \right) dx = 2\ln|x-1| - 3\ln|x-2| + C.$

Vậy $a=2, b=-3$. Vậy $a+b=-1$.

Câu 63. Cho biết $\int \frac{2x+7}{x^2+5x+6} dx = a\ln|x+2| + b\ln|x+3| + C (a, b \in \mathbb{R})$. Tính $P = a^2 + ab + b^2$.

A. $P=3$.

B. $P=12$.

C. $P=7$.

D. $P=13$.

Lời giải:

Ta có $\int \frac{2x+7}{x^2+5x+6} dx = \int \frac{2x+7}{(x+2)(x+3)} dx = \int \left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) dx = 3\ln|x+2| - \ln|x+3| + C.$

Nên $\begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow P = a^2 + ab + b^2 = 7.$

Câu 64. Cho biết $\int \frac{2x-13}{x^2-x-2} dx = a\ln|x+1| + b\ln|x-2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$.

B. $a+b=8$.

C. $2a-b=8$.

D. $a-b=8$.

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2} \right) dx = 5\ln|x+1| - 3\ln|x-2| + C.$

Vậy $\begin{cases} a=5 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a-b=8.$

Câu 65. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C.$

B. $3\ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C.$

C. $3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C.$

D. $3\ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2} = \frac{3}{x-2} + \frac{4}{(x-2)^2}$, do vậy

$\int \frac{3x-2}{(x-2)^2} dx = \int \left(\frac{3}{x-2} + \frac{4}{(x-2)^2} \right) dx = 3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C.$

Câu 66. Biết $\int \frac{x}{x^2-4x+4} dx = a\ln|x-2| + \frac{b}{x-2} + C; a, b \in \mathbb{Q}, C \in \mathbb{R}$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải:

Ta có: $\frac{x}{x^2-4x+4} = \frac{x}{(x-2)^2} = \frac{(x-2)+2}{(x-2)^2} = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{(x-2)^2}$

$\Rightarrow \int \frac{x}{x^2-4x+4} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} + \frac{2}{(x-2)^2} \right) dx = \ln|x-2| - \frac{2}{x-2} + C \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1.$

Câu 67. Biết $\int \frac{4x+1}{x^2-2x+1} dx = a \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C; a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Tính $a+b$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{4x+1}{x^2-2x+1} &= \frac{4x+1}{(x-1)^2} = \frac{4(x-1)+5}{(x-1)^2} = \frac{4}{x-1} + \frac{5}{(x-1)^2} \\ \Rightarrow \int \frac{4x+1}{x^2-2x+1} dx &= \int \left(\frac{4}{x-1} + \frac{5}{(x-1)^2} \right) dx = 4 \ln|x-1| - \frac{5}{x-1} + C \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-5 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1. \end{aligned}$$

Câu 68. Biết $\int \frac{2x+3}{x^3-4x} dx = a \ln|x| + b \ln|x-2| + c \ln|x+2| + C; a, b, c \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Giá trị $4a-b+c$ bằng

A. -3.

B. 4.

C. 2.

D. -4.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{2x+3}{x^3-4x} = \frac{2x+3}{x(x-2)(x+2)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+2} \Rightarrow 2x+3 = a(x-2)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-2)$$

$$\text{Thay } x=0: -4a=3 \Leftrightarrow a=-\frac{3}{4}.$$

$$\text{Thay } x=2: 8b=7 \Leftrightarrow b=\frac{7}{8}.$$

$$\text{Thay } x=-2: 8c=-1 \Leftrightarrow c=-\frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow \int \frac{2x+3}{x^3-4x} dx = \int \left(-\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{x-2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{x+2} \right) dx = -\frac{3}{4} \ln|x| + \frac{7}{8} \ln|x-2| - \frac{1}{8} \ln|x+2| + C.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{3}{4} \\ b=\frac{7}{8} \\ c=-\frac{1}{8} \end{cases} \Rightarrow 4a-b+c=-4.$$

Câu 69. Biết $\int (3 \sin 2x + 2 \cos 3x) dx = a \cos 2x + b \sin 3x + C; a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Giá trị $2a+3b$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int (3 \sin 2x + 2 \cos 3x) dx = -\frac{3 \cos 2x}{2} + \frac{2 \sin 3x}{3} + C \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow 2a+3b=-1.$$

Câu 70. Biết $\int 4 \sin x \cos 3x dx = a \cos 2x + b \cos 4x + C; a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Giá trị $a+2b$ bằng

A. -2.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int 4 \sin x \cos 3x dx = \int 2(\sin 2x - \sin 4x) dx = \int (2 \sin 2x - 2 \sin 4x) dx$$

$$= -\cos 2x + \frac{\cos 4x}{2} + C \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 0.$$

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\int f(x)dx = x \sin x + C$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $1 + \frac{\pi}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $1 - \frac{\pi}{2}$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = (x \sin x + C)' = \sin x + x \cos x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Câu 72. Gọi $F(x)$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8 \sin 3x \cos x$. Biết rằng $F(x)$ có dạng $F(x) = a \cos 4x + b \cos 2x + C$. Khi đó, $a - b$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = 8 \sin 3x \cos x = 4(\sin 4x + \sin 2x) = 4 \sin 4x + 4 \sin 2x$
 $\Rightarrow F(x) = -\cos 4x - 2 \cos 2x + C \Rightarrow a = -1; b = -2$

Vậy $a - b = 1$.

Câu 73. Cho $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$. Tìm $\int f(e^{-x})dx$.

A. $\int f(e^{-x})dx = e^{-2x} - 3e^{-x} + C$.

B. $\int f(e^{-x})dx = 2e^{-x} - 3x + C$.

C. $\int f(e^{-x})dx = -2e^{-x} - 3x + C$.

D. $\int f(e^{-x})dx = -2e^{-x} - 3e^{-x} + C$.

Lời giải:

Ta có $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$. Suy ra $f(x) = (x^2 - 3x + C)' = 2x - 3$.

Do đó $f(e^{-x}) = 2e^{-x} - 3$.

Vậy $\int f(e^{-x})dx = \int (2e^{-x} - 3)dx = -2e^{-x} - 3x + C$.

Câu 74. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $F(x) = x^3 + 2x^2 + (m^2 - 1)x + C$ (C là hằng số) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 4x + 3$ trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 4$.

C. $m = 4$.

D. $m = \pm 2$.

Lời giải:

Ta có:

$F(x) = x^3 + 2x^2 + (m^2 - 1)x + C$

$\Rightarrow F'(x) = 3x^2 + 4x + (m^2 - 1)$.

Để $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $m^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 75. Biết $F(x) = ax^2 + bx + 1$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$. Tổng $a + b$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải:

Cách 1: Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int (2x + 1)dx = x^2 + x + C \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$.

Cách 2: Ta có: $F'(x) = 2ax + b = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$.

Câu 76. Biết $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1, (a; b; c \in \mathbb{R})$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 6x^2 + 2x + 1$. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải:

Cách 1: Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (6x^2 + 2x + 1) dx = 2x^3 + x^2 + x + C \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$

Cách 2: Ta có: $F'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 6 \\ 2b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$.

Câu 77. Biết $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ thỏa mãn $F(1) = 2$. Giá trị $F(2)$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$.

Theo giả thiết: $F(1) = 2 \Leftrightarrow C = 0$. Suy ra: $F(x) = x^2 + x$.

Vậy $F(2) = 6$.

Câu 78. Biết $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Giá trị $F(2) + F(3)$ bằng

A. 67.

B. 70.

C. 45.

D. 90.

Lời giải:

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 + 2x + 4) dx = x^3 + x^2 + 4x + C$.

Theo giả thiết: $F(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1$. Suy ra: $F(x) = x^3 + x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \begin{cases} F(2) = 21 \\ F(3) = 49 \end{cases}$.

Vậy $F(2) + F(3) = 70$.

Câu 79. Biết $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin 2x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

Lời giải:

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int 2 \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.

Theo giả thiết: $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Leftrightarrow C = 1$. Suy ra: $F(x) = -\cos 2x + 1$.

Vậy $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

- Câu 80.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng
A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có } F(x) = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C.$$

$$\text{Theo giả thiết } F(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} e^0 + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó } F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{2} \Rightarrow F(\ln 3) = \frac{1}{2} e^{2\ln 3} - \frac{1}{2} = 4.$$

- Câu 81.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4-4x^2)$. Hàm số $F(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?
A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải:

Xét hàm số $y = F(x)$, khi đó $y' = F'(x) = f(x)$ (Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4-4x^2)$).

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e^{x^3-12x}(x^4-4x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

- Câu 82.** Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^x$, $f(x) = (x^2 + 3x + 4)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S = a + b$.
A. $S = 12$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = -6$. **D.** $S = 4$.

Lời giải:

$$F(x) \text{ là một nguyên hàm của } f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x) \Leftrightarrow [(x^2 + ax + b)e^x]' = (x^2 + 3x + 4)e^x$$

$$\Leftrightarrow [x^2 + (a+2)x + (a+b)]e^x = (x^2 + 3x + 4)e^x \Leftrightarrow \begin{cases} a+2=3 \\ a+b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = a + b = 4.$$

- Câu 83.** Gọi $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x$. Tính $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.
A. 245. **B.** 246. **C.** 248. **D.** 249.

Lời giải:

$$F(x) \text{ là một nguyên hàm của hàm số } f(x) \text{ nên ta có: } F'(x) = f(x)$$

Ta có:

$$\begin{aligned} F'(x) &= (3ax^2 + 2bx + c)e^x + (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x \\ &= [ax^3 + (3a+b)x^2 + (2b+c)x + (c+d)]e^x \end{aligned}$$

Do đó: $\left[ax^3 + (3a+b)x^2 + (2b+c)x + (c+d) \right] e^x = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x$

$$\text{Đồng nhất hệ số ta có: } \begin{cases} a = 2 \\ 3a + b = 9 \\ 2b + c = -2 \\ c + d = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -8 \\ d = 13 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 246.$$

Câu 84. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(5) = 2$ và $F(0) = 1$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $F(-1) = 2 - \ln 2$. B. $F(2) = 2 - 2\ln 2$. C. $F(3) = 1 + \ln 2$. D. $F(-3) = 2$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C = \begin{cases} \ln(x-1) + C_1 & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

$$F(5) = 2 \Leftrightarrow \ln 4 + C_1 = 2 \Leftrightarrow C_1 = 2 - \ln 4 = 2 - 2\ln 2.$$

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow \ln 1 + C_2 = 1 \Leftrightarrow C_2 = 1.$$

$$\text{Do đó: } F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \begin{cases} \ln(x-1) + 2 - 2\ln 2 & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

$$F(-1) = \ln 2 + 1; F(2) = 2 - 2\ln 2; F(3) = 2 - \ln 2; F(-3) = 2\ln 2 + 1.$$

Câu 85. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{2x-3}{x-2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(3) = 2$.

Giá trị của biểu thức $f(0) + 2f(4)$ bằng

- A. 3. B. 5. C. $7 + 3\ln 2$. D. $-5 + 7\ln 2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2x-3}{x-2} dx = \int \left(2 + \frac{1}{x-2} \right) dx = 2x + \ln|x-2| + C.$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow 2 + \ln 1 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -1.$$

$$f(3) = 2 \Rightarrow 6 + \ln 1 + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = -4.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \begin{cases} 2x + \ln(x-2) - 4 & \text{khi } x > 2 \\ 2x + \ln(2-x) - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } f(0) + 2f(4) = \ln 2 - 1 + 2(4 + \ln 2) = 7 + 3\ln 2.$$

Câu 86. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ đồng thời thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{1}{2x+1} \quad \left(\forall x \neq -\frac{1}{2} \right), \quad \text{và} \quad f(-1) + 2f(0) = 2\ln 674. \quad \text{Giá trị của biểu thức}$$

$S = f(-2) + f(1) + f(4)$ bằng

- A. $2\ln 3 - \ln 674$. B. $\ln 2022$. C. $2\ln 2022$. D. $3\ln 3$.

Lời giải:

$$f'(x) = \frac{1}{2x+1} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C_1, & \text{khi } x > -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \ln(-2x-1) + C_2, & \text{khi } x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(0) = C_1; f(-1) = C_2 \Rightarrow 2f(0) + f(-1) = 2C_1 + C_2 \Rightarrow 2C_1 + C_2 = 2 \ln 674.$$

$$f(-2) = \frac{1}{2} \ln 3 + C_2, f(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + C_1; f(4) = \frac{1}{2} \ln 9 + C_1$$

$$\Rightarrow S = f(-2) + f(1) + f(4) = \frac{1}{2} \ln 3 + \frac{1}{2} \ln 3 + \frac{1}{2} \ln 9 + 2C_1 + C_2$$

$$= \frac{1}{2} \ln 3 + \frac{1}{2} \ln 3 + \frac{1}{2} \ln 9 + 2 \ln 674 = 2 \ln 3 + 2 \ln 674 = 2 \ln 2002.$$

Câu 87. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 27.

B. 29.

C. 12.

D. 33.

Lời giải:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2+5x+C_1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3+4x+2)$$

$$\Leftrightarrow 1+5+C_1 = 1+4+2$$

$$\Leftrightarrow C_1 = 1$$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } F(-1) + 2F(2) = -3 + 2.15 = 27.$$

Câu 88. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $F(-2) + 2F(3)$.

A. 60.

B. 28.

C. -1.

D. -48.

Lời giải:

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \begin{cases} x^2+3x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+2x+C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

$$\text{Theo bài ra ta có } F(0) = 2 \Rightarrow 0^3 + 2.0 + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = 2$$

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $F(x)$ là hàm số liên tục tại $x = 1$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) \Rightarrow 1^2 + 3.1 + C_1 = 1^3 + 2.1 + 2 \Rightarrow C_1 = 1$

Vậy: $F(-2) + 2F(3) = 28$.

Câu 89. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{391}{400}$.

B. $-\frac{1}{40}$.

C. $-\frac{41}{400}$.

D. $-\frac{1}{10}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2 \Rightarrow -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = -4x^3 \Rightarrow \left[\frac{1}{f(x)} \right]' = -4x^3 \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^4 + C$$

$$\text{Do } f(2) = -\frac{1}{25}, \text{ nên ta có } C = -9. \text{ Do đó } f(x) = -\frac{1}{x^4 + 9} \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{10}.$$

Câu 90. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và khác không với mọi x thỏa mãn $f(0) = -1$ và $f'(x) = e^x \cdot f^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(-1)$ bằng

A. -1 .

B. $-e$.

C. e .

D. $-\frac{1}{e}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = e^x \cdot f^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = e^x \text{ (vì } f(x) = 0 \text{ không thỏa mãn đẳng thức này)}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int e^x dx$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{f^2(x)} d(f(x)) = \int e^x dx$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = e^x + C \quad (*)$$

$$\text{Thay } x = 0 \text{ vào } (*) \text{ ta được } -\frac{1}{f(0)} = e^0 + C \Leftrightarrow -\frac{1}{-1} = 1 + C \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Do vậy } -\frac{1}{f(x)} = e^x \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{e^x} \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{e}.$$

Câu 91. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 3$ và $x(4 - f'(x)) = f(x) - 1$ với mọi $x > 0$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. 6.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } x(4 - f'(x)) = f(x) - 1 \Leftrightarrow f(x) + xf'(x) = 4x + 1 \Leftrightarrow (xf(x))' = 4x + 1$$

$$\Rightarrow xf(x) = \int [xf(x)]' dx = \int (4x + 1) dx = 2x^2 + x + C.$$

$$\text{Với } x = 1 \text{ thì } 1f(1) = 3 + C \Leftrightarrow 3 = 3 + C \Leftrightarrow C = 0.$$

Do đó $xf(x) = 2x^2 + x$. Vậy $2f(2) = 2.2^2 + 2$ hay $f(2) = 5$.

Câu 92. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) + 2x.f(x) = e^x f(x)$ với $f(x) \neq 0, \forall x$ và $f(0) = 1$. Khi đó $|f(1)|$ bằng

A. $e + 1$.

B. e^{e-2} .

C. $e - 1$.

D. e^{e+1} .

Lời giải:

Từ giả thiết: $f'(x) + 2x.f(x) = e^x f(x)$, ta có: $f'(x) = f(x)(e^x - 2x)$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = e^x - 2x \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (e^x - 2x) dx \Rightarrow \ln|f(x)| = e^x - x^2 + C.$$

Mà $f(0) = 1$ nên $C = -1$. Khi đó, ta được: $\ln|f(x)| = e^x - x^2 - 1$.

Thế $x = 1$, ta có: $\ln|f(1)| = e - 2 \Rightarrow |f(1)| = e^{e-2}$.

Câu 93. Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$ với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $4 < f(5) < 5$.

B. $1 < f(5) < 2$.

C. $3 < f(5) < 4$.

D. $2 < f(5) < 3$.

Lời giải:

$$\text{Trên } (0; +\infty): f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{3x+1} + C.$$

$$\text{Vì } f(1) = 1 \Rightarrow C + \frac{4}{3} = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{4}{3}.$$

$$\Rightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{3x+1} - \frac{4}{3} \Leftrightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1} - \frac{4}{3}} \Rightarrow f(5) = e^{\frac{4}{3}} \approx 3,8. \text{ Vậy } 3 < f(5) < 4.$$

Câu 94. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x(x+1)f'(x) + (2x+1)f(x) = \frac{1}{x} - 1$ và $f(1) = 1$.

Biết $f(2) = a + b \ln 2$. Khi đó, $a + b$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

$$\text{Từ giả thiết: } x(x+1)f'(x) + (2x+1)f(x) = \frac{1}{x} - 1 \Leftrightarrow ((x^2+x)f(x))' = \frac{1}{x} - 1.$$

$$\text{Lấy nguyên hàm hai vế ta được: } (x^2+x)f(x) = \int \left(\frac{1}{x} - 1\right) dx = \ln|x| - x + C.$$

$$\text{Vì } f(1) = 1 \text{ nên } 2.f(1) = \ln 1 - 1 + C \Leftrightarrow C = 3.$$

$$\text{Do đó } f(x) = \frac{\ln|x| - x + 3}{x^2 + x}.$$

$$\text{Vậy: } f(2) = \frac{\ln 2 + 1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \ln 2 \Rightarrow a = b = \frac{1}{6} \Rightarrow a + b = \frac{1}{3}.$$

HẾT

Huế, 17h45' Ngày 03 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Số nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là
A. Vô số. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 2.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $F(x) = f(x), \forall x \in K$. **B.** $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$. **D.** $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
- Câu 3.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng
A. 5. **B.** 625. **C.** 25. **D.** 125.
- Câu 4.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int 2f(x)dx = 2F'(x) + C$. **B.** $\int 2f(x)dx = 2f(x) + C$.
C. $\int 2f(x)dx = 2F(x) + C$. **D.** $\int 2f(x)dx = F(2x) + C$.
- Câu 5.** Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int 1dx = 0$. **B.** $\int x^2dx = 2x$. **C.** $\int xdx = x^2 + C$ **D.** $\int 1dx = x + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$. **B.** $\int xf(x)dx = x \int f(x)dx$.
C. $\int f(kx)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$. **D.** $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Câu 7.** Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. **B.** $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.
C. $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$. **D.** $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.
- Câu 8.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?
A. $\int 0dx = C$. **B.** $\int x^2dx = 2x + C$. **C.** $\int 2xdx = x^2 + C$ **D.** $\int 1dx = x + C$.
- Câu 9.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, (k \text{ là hằng số và } k \neq 0)$.
B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

C. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(u)du = F(u) + C$.

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

Câu 10. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$.

B. $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$.

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(4x^2 + 2)$ là

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{4x^3}{3} + 2x \right) + C$.

B. $F(x) = x^4 + 2x^2 + C$.

C. $F(x) = 4x^4 + x^2 + C$.

D. $F(x) = x^4 + x^2 + C$.

Câu 12. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin x \cos 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = f'(x) + C$.		
b)	$\int f'(x)dx = f(x) + C$.		
c)	$\int f'(x)dx = f(x)$.		
d)	$\int f''(x)dx = f'(x) + C$.		

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = -4x + 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(2) = -5$.		
b)	$F(x) = -2x^2 + 3x$ là một nguyên hàm của $f(x)$.		
c)	Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $G(1) = 2$ thì $G(2) = -1$.		
d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(-x)$ là một nguyên hàm của $f(-x)$.		

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x$ và $g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = 2\sin x + C$.		
b)	$\int g(x)dx = -\cos x + C$.		
c)	$\int [f(x) + g(x)]dx = x + \sin x + C$.		

d)	$\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = 2x + C$ (biết x thoả mãn $g(x) \neq 1$).		
----	--	--	--

Câu 4: Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Nguồn: R.Larson and B. Eawads, *Calculus 10e*, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.		
b)	Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.		
c)	Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.		
d)	Lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\int \frac{2x+1}{x-2} dx = ax + b \ln|x-2| + C$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\int f(x) dx = x \sin x + C$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Biết $\int (3 \sin 2x + 2 \cos 3x) dx = a \cos 2x + b \sin 3x + C$; $a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị $2a + 3b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để hàm số $F(x) = x^3 + 2x^2 + (m^2 - 1)x + C$ (C là hằng số) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 4x + 3$ trên $\mathbb{R}$. Tính tích các phần tử của S .

Kết quả:

11

Trình bày:

[illegible]

Câu 5: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4-4x^2)$. Biết hàm số $F(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; +\infty)$, giá trị nhỏ nhất của a bằng bao nhiêu?

Kết quả:

7

Trình bày:

[illegible]

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của $F(-1) + 2F(2)$.

Kết quả:

11

Trình bày:

[illegible]

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024

**TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ****Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM****Định hướng cấu trúc 2025****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Số nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. Vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì có vô số nguyên hàm trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F(x) = f(x), \forall x \in K$.**B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.**C. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

Câu 3. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng

A. 5.

B. 625.

C. 25.

D. 125.

Lời giải:

+) Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ nên

$$F'(x) = f(x) = x^2 \Rightarrow F'(25) = 25^2 = 625.$$

Câu 4. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int 2f(x)dx = 2F'(x) + C$.B. $\int 2f(x)dx = 2f(x) + C$.**C. $\int 2f(x)dx = 2F(x) + C$.**D. $\int 2f(x)dx = F(2x) + C$.

Câu 5. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int 1dx = 0$.B. $\int x^2dx = 2x$.C. $\int xdx = x^2 + C$ **D. $\int 1dx = x + C$.**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$.B. $\int xf(x)dx = x \int f(x)dx$.C. $\int f(kx)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$.**D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.**

Câu 7. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.B. $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.C. $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$.**D. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.**

Câu 8. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int 0dx = C$.**B. $\int x^2dx = 2x + C$.**C. $\int 2xdx = x^2 + C$ D. $\int 1dx = x + C$.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$, (k là hằng số và $k \neq 0$).

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

C. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(u)du = F(u) + C$.

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

Lời giải:

Chọn $f(x) = x$ ta thấy:

$$\int f(x)dx = \int xdx = \frac{x^2}{2} + C_1 = F(x).$$

$$\int f(x)dx = \int xdx = \frac{x^2}{2} + C_2 = G(x).$$

Khi $C_1 \neq C_2$ thì $F(x) \neq G(x)$.

Câu 10. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$.

B. $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$.

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(4x^2 + 2)$ là

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{4x^3}{3} + 2x \right) + C$.

B. $F(x) = x^4 + 2x^2 + C$.

C. $F(x) = 4x^4 + x^2 + C$.

D. $F(x) = x^4 + x^2 + C$.

Lời giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \int (4x^3 + 2x)dx = x^4 + x^2 + C$.

Câu 12. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin x \cos 3x$ là

A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} - \cos 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = 4\sin x \cos 3x = 4 \cdot \frac{1}{2} (\sin(-2x) + \sin 4x) = 2\sin 4x - 2\sin 2x$.

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (2\sin 4x - 2\sin 2x)dx = -\frac{\cos 4x}{2} + \cos 2x + C$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = f'(x) + C$.		
b)	$\int f'(x)dx = f(x) + C$.		
c)	$\int f'(x)dx = f(x)$.		
d)	$\int f''(x)dx = f'(x) + C$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = -4x + 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(2) = -5$.		
b)	$F(x) = -2x^2 + 3x$ là một nguyên hàm của $f(x)$.		
c)	Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $G(1) = 2$ thì $G(2) = -1$.		
d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(-x)$ là một nguyên hàm của $f(-x)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng. $F'(x) = f(x)$ suy ra $F'(2) = f(2) = -4 \cdot 2 + 3 = -5$.

b) Đúng. $F'(x) = (-2x^2 + 3x)' = -4x + 3 = f(x)$.

c) Đúng. $G(x) = \int f(x) dx = \int (-4x + 3) dx = -2x^2 + 3x + C$.

$G(1) = 2$ suy ra $C = 1$, suy ra $G(x) = -2x^2 + 3x + 1$.

Vậy $G(2) = -1$.

d) Sai. $\int f(-x) dx = \int (4x + 3) dx = 2x^2 + 3x + C$.

Mà $F(x) = \int f(x) dx = -2x^2 + 3x + C$, suy ra $F(-x) = -2x^2 - 3x + C \neq \int f(-x) dx$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x$ và $g(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int f(x) dx = 2\sin x + C$.		
b)	$\int g(x) dx = -\cos x + C$.		
c)	$\int [f(x) + g(x)] dx = x + \sin x + C$.		
d)	$\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = 2x + C$ (biết x thoả mãn $g(x) \neq 1$).		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng. $\int f(x) dx = \int 2\cos x dx = 2\int \cos x dx = 2\sin x + C$.

b) Sai. $\int g(x) dx = \int 2\sin^2 \frac{x}{2} dx = \int (1 - \cos x) dx = x - \sin x + C$.

c) Đúng. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx = x + \sin x + C$.

d) Sai. $\int \frac{f(x)}{g(x)-1} dx = \int \frac{2\cos x}{2\sin^2 \frac{x}{2} - 1} dx = \int \frac{2\cos x}{-\cos x} dx = \int (-2) dx = -2x + C$.

Câu 4: Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính

bằng khách/giờ . Nguồn: *R.Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage*). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.		
b)	Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.		
c)	Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.		
d)	Lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có $Q(t) = \int Q'(t) dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C \Rightarrow Q(2) = 500 \Rightarrow C = 100$.

Suy ra $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100 \Rightarrow$ a) sai.

Sau 5 giờ lượng khách tham quan là $Q(5) = 1325$. Do đó b) đúng.

Ta có $\max_{[0;13]} Q(t) = Q(6) = 1396$. Do đó d) đúng, c) Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\int \frac{2x+1}{x-2} dx = ax + b \ln|x-2| + C$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị $a + b$.

Kết quả:

7

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{2x+1}{x-2} dx = \int \frac{2x-4+5}{x-2} dx = \int \left(\frac{2x-4}{x-2} + \frac{5}{x-2} \right) dx = \int \left(2 + \frac{5}{x-2} \right) dx = 2x + 5 \ln|x-2| + C$.

Do đó $a = 2$ và $b = 5$.

Vậy $a + b = 2 + 5 = 7$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\int f(x) dx = x \sin x + C$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $f(x) = (x \sin x + C)' = \sin x + x \cos x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Câu 3: Biết $\int (3\sin 2x + 2\cos 3x)dx = a\cos 2x + b\sin 3x + C; a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị $2a + 3b$.

Kết quả:

-1

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int (3\sin 2x + 2\cos 3x)dx = -\frac{3\cos 2x}{2} + \frac{2\sin 3x}{3} + C \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = -1.$$

Câu 4: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để hàm số $F(x) = x^3 + 2x^2 + (m^2 - 1)x + C$ (C là hằng số) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 4x + 3$ trên $\mathbb{R}$. Tính tích các phần tử của S .

Kết quả:

-4

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có:

$$F(x) = x^3 + 2x^2 + (m^2 - 1)x + C$$

$$\Rightarrow F'(x) = 3x^2 + 4x + (m^2 - 1).$$

Để $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $m^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 5: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4-4x^2)$. Biết hàm số $F(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; +\infty)$, giá trị nhỏ nhất của a bằng bao nhiêu?

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Xét hàm số $y = F(x)$, khi đó $y' = F'(x) = f(x)$ (Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4-4x^2)$).

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e^{x^3-12x}(x^4-4x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

→ Hàm số $F(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ → $a = 2$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của $F(-1) + 2F(2)$.

Kết quả:

27

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2+5x+C_1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3+4x+2)$$

$$\Leftrightarrow 1+5+C_1 = 1+4+2$$

$$\Leftrightarrow C_1 = 1$$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } F(-1) + 2F(2) = -3 + 2.15 = 27.$$

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K , với mỗi hằng số C . Trong các mệnh đề sau:

(I). $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(II). $G(x) = C.F(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(III). $G(x) = F(x) - C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Chỉ (I) đúng.

B. (I), (II), (III) đúng.

C. (I), (II) đúng.

D. (I), (III) đúng.

Câu 2: Cho $\int 5^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = 5^x \ln x$.

B. $F'(x) = 5^x$.

C. $F'(x) = 5^x + C$.

D. $F'(x) = -5^x$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left[\int f(x) dx \right]' = f(x)$.

B. $\int [f(x)]' dx = f(x) + C$.

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$.

D. $\int [f(x) + k] dx = \int f(x) dx + \int k dx$.

Câu 4: Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$.

B. $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3}$.

C. $f(x) = e^{3x^2}$.

D. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$.

Câu 5: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln x + C$.

B. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x|$.

C. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x| + C$.

D. $\int \frac{2}{x} dx = \ln |x| + C$.

Câu 6: Biết $\int \frac{3x+7}{x+2} dx = ax + b \ln |x+2| + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$. Tính $a+b$.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Câu 7: Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

B. $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int 1 dx = x + C$.

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.

Câu 8: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, với $f(x) = 3\sin x + \frac{4}{\cos^2 x}$, biết $F(0) = 2$.
 Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $\frac{13}{2} + 4\sqrt{3}$. B. $\frac{7}{2} + 4\sqrt{3}$. C. $-\frac{3}{2} + 4\sqrt{3}$. D. $-\frac{5}{2} - 4\sqrt{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x - \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm $f(x)$ biết $f(0) = 0$.

- A. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\sin 2x$. B. $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}\sin 2x$.
 C. $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}\sin 2x$. D. $f(x) = x^2 + \sin 2x$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(2e^{2x} - 3)$ là

- A. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} - 3e^x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} + 3e^x + C$.
 C. $\int f(x)dx = e^x(e^{2x} - 3) + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + 3e^x + C$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = 4\sin^2 x$. Biết $\int f(x)dx = ax + b\sin 2x + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$, tính $a + 2b$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 12: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(5) = 2$ và $F(0) = 1$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $F(-1) = 2 - \ln 2$. B. $F(2) = 2 - 2\ln 2$. C. $F(3) = 1 + \ln 2$. D. $F(-3) = 2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của một vật chuyển động theo thời gian t (giây), $a(t)$ là phương trình gia tốc của vật đó chuyển động theo thời gian t (giây).

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int a(t)dt = v(t) + C$.		
b)	$\int v(t)dt = a(t) + C$.		
c)	$\int v'(t)dt = a(t) + C$.		
d)	$\int v'(t)dt = v(t) + C$.		

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 3^x$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = 3^x \ln 3 + C$.		
b)	$\int [f(x) - e^x]dx = \frac{3^x}{\ln 3} - e^x + C$.		
c)	$\int f(x) \cdot e^x dx = \frac{3^x \cdot e^x}{1 + \ln 3} + C$.		
d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(\log_3 5) = \sqrt{5}$.		

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = |x - 1|$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Trên khoảng $(1; +\infty)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 2$.		
b)	Trên khoảng $(-\infty; 1)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $G(x) = \frac{x^2}{2} - x - 1$.		
c)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(2) = 3$ thì $F(4) = 7$.		
d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(-2) + F(4) = 4$.		

Câu 4: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$.		
b)	Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12250 triệu đồng.		
c)	Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng.		
d)	Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ và $F(2) = 2$. Tính $F(3)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Biết hàm số $F(x) = a \sin x + b \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x - \cos x$. Tính $a + 2b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Biết hàm số $F(x) = \frac{2x^2 - 3x + 6}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ (với a, b, c là các số thực). Tính $a + b - c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Một ô tô chạy với vận tốc $17,5m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chạy với vận tốc $v(t) = \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t (m/s)$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét? (Tính gần đúng đến hàng phần chục)

Kết quả:

Trình bày:

.....

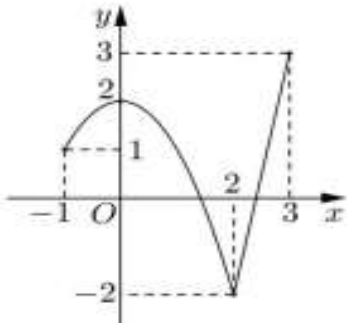
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$, có đồ thị là một phần của parabol và một phần là đoạn thẳng như trong hình bên dưới:



Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ thỏa mãn $F(-1) = -\frac{5}{3}$. Tính $F(0) + 6F(3)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t phút. Biết $h'(t) = 3at^2 + bt, (a; b \in \mathbb{R})$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là 150 dm^3 , sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là 1100 dm^3 . Thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 15 phút là bao nhiêu dm^3 ?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K , với mỗi hằng số C . Trong các mệnh đề sau:

(I). $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(II). $G(x) = C.F(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(III). $G(x) = F(x) - C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Chỉ (I) đúng.

B. (I), (II), (III) đúng.

C. (I), (II) đúng.

D. (I), (III) đúng.

Lời giải:

Theo định nghĩa về nguyên hàm thì (I) và (III) là đúng, (II) sai.

Câu 2: Cho $\int 5^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = 5^x \cdot \ln x$.

B. $F'(x) = 5^x$.

C. $F'(x) = 5^x + C$.

D. $F'(x) = -5^x$.

Lời giải:

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số 5^x nên $F'(x) = 5^x$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left[\int f(x) dx \right]' = f(x)$.

B. $\int [f(x)]' dx = f(x) + C$.

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$.

D. $\int [f(x) + k] dx = \int f(x) dx + \int k dx$.

Lời giải:

Theo tính chất của nguyên hàm thì khẳng định $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ là sai vì thiếu điều kiện $k \neq 0$.

Câu 4: Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$.

B. $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3}$.

C. $f(x) = e^{3x^2}$.

D. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = F'(x)$ suy ra $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$.

Câu 5: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln x + C$. B. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x|$. **C. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x| + C$.** D. $\int \frac{2}{x} dx = \ln |x| + C$.

Lời giải:

Ta có $\int \frac{2}{x} dx = 2 \int \frac{1}{x} dx = 2 \ln |x| + C$.

Câu 6: Biết $\int \frac{3x+7}{x+2} dx = ax + b \ln |x+2| + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$. Tính $a+b$.

A. 3. B. 5. **C. 4.** D. 6.

Lời giải:

Ta có $f(x) = \frac{3x+7}{x+2} = 3 + \frac{1}{x+2}$.

Suy ra: $\int f(x) dx = \int \left(3 + \frac{1}{x+2} \right) dx = 3 \int dx + \int \frac{1}{x+2} dx = 3x + \ln |x+2| + C \longrightarrow a=3; b=1$.

Câu 7: Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$. B. $\int e^x dx = e^x + C$. C. $\int 1 dx = x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.

Lời giải:

Ta có $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$.

Câu 8: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, với $f(x) = 3 \sin x + \frac{4}{\cos^2 x}$, biết $F(0) = 2$.

Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $\frac{13}{2} + 4\sqrt{3}$. **B. $\frac{7}{2} + 4\sqrt{3}$.** C. $-\frac{3}{2} + 4\sqrt{3}$. D. $-\frac{5}{2} - 4\sqrt{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\int f(x) dx = \int \left(3 \sin x + \frac{4}{\cos^2 x} \right) dx = 3 \int \sin x dx + 4 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -3 \cos x + 4 \tan x + C$.

Do đó $F(x) = -3 \cos x + 4 \tan x + C$.

$F(0) = 2 \Leftrightarrow -3 + C = 2 \Leftrightarrow C = 5$.

Suy ra $F(x) = -3 \cos x + 4 \tan x + 5$.

Vậy $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -3 \cos \frac{\pi}{3} + 4 \tan \frac{\pi}{3} + 5 = \frac{7}{2} + 4\sqrt{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x - \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm $f(x)$ biết $f(0) = 0$.

A. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \sin 2x$. B. $f(x) = x^2 + \frac{1}{2} \sin 2x$.

C. $f(x) = x^2 - \frac{1}{2} \sin 2x$. D. $f(x) = x^2 + \sin 2x$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x - \cos 2x) dx = x^2 - \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$. Vậy $f(x) = x^2 - \frac{1}{2} \sin 2x$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(2e^{2x} - 3)$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} - 3e^x + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} + 3e^x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^x(e^{2x} - 3) + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + 3e^x + C.$

Lời giải:

Ta có: $f(x) = e^x(2e^{2x} - 3) = 2e^{3x} - 3e^x$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (2e^{3x} - 3e^x)dx = \frac{2e^{3x}}{3} - 3e^x + C.$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = 4\sin^2 x$. Biết $\int f(x)dx = ax + b\sin 2x + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$, tính $a + 2b$.

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = 4\sin^2 x = 2(1 - \cos 2x) = 2 - 2\cos 2x.$

Lúc đó: $\int f(x)dx = \int (2 - 2\cos 2x)dx = 2x - \sin 2x + C \longrightarrow a = 2; b = -1.$

Câu 12: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(5) = 2$ và $F(0) = 1$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F(-1) = 2 - \ln 2.$

B. $F(2) = 2 - 2\ln 2.$

C. $F(3) = 1 + \ln 2.$

D. $F(-3) = 2.$

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

Ta có: $F(x) = \int \frac{1}{x-1}dx = \ln|x-1| + C = \begin{cases} \ln(x-1) + C_1 & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

$F(5) = 2 \Leftrightarrow \ln 4 + C_1 = 2 \Leftrightarrow C_1 = 2 - \ln 4 = 2 - 2\ln 2.$

$F(0) = 1 \Leftrightarrow \ln 1 + C_2 = 1 \Leftrightarrow C_2 = 1.$

Do đó: $F(x) = \int \frac{1}{x-1}dx = \begin{cases} \ln(x-1) + 2 - 2\ln 2 & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Vậy $F(-1) = \ln 2 + 1; F(2) = 2 - 2\ln 2; F(3) = 2 - \ln 2; F(-3) = 2\ln 2 + 1.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của một vật chuyển động theo thời gian t (giây), $a(t)$ là phương trình gia tốc của vật đó chuyển động theo thời gian t (giây).

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int a(t)dt = v(t) + C.$		
b)	$\int v(t)dt = a(t) + C.$		
c)	$\int v'(t)dt = a(t) + C.$		
d)	$\int v'(t)dt = v(t) + C.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

- a) Do nguyên hàm của hàm gia tốc là hàm vận tốc. Vậy A đúng.
b) Do nguyên hàm của hàm vận tốc là hàm quãng đường. Vậy B sai.
c) Do $\int v'(t)dt = v(t) + C$. Vậy C sai
d) Do định nghĩa nguyên hàm. Vậy D đúng.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 3^x$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = 3^x \ln 3 + C$.		
b)	$\int [f(x) - e^x]dx = \frac{3^x}{\ln 3} - e^x + C$.		
c)	$\int f(x) \cdot e^x dx = \frac{3^x \cdot e^x}{1 + \ln 3} + C$.		
d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(\log_9 5) = \sqrt{5}$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

- a) Sai. $\int f(x)dx = \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
b) Đúng. $\int [f(x) - e^x]dx = \int f(x)dx - \int e^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} - e^x + C$.
c) Đúng. $\int f(x) \cdot e^x dx = \int (3e)^x dx = \frac{(3e)^x}{\ln(3e)} + C = \frac{3^x \cdot e^x}{1 + \ln 3} + C$.
d) Đúng.

Ta có $F'(x) = f(x)$ suy ra $F'(\log_9 5) = f(\log_9 5) = 3^{\log_9 5} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 5} = \sqrt{5}$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = |x - 1|$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Trên khoảng $(1; +\infty)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 2$.		
b)	Trên khoảng $(-\infty; 1)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $G(x) = \frac{x^2}{2} - x - 1$.		
c)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(2) = 3$ thì $F(4) = 7$.		
d)	Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(-2) + F(4) = 4$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

- a) Đúng. Trên khoảng $(1; +\infty)$, $F'(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x + 2 \right)' = x - 1 = f(x)$.

b) Sai. Trên khoảng $(-\infty; 1)$, $G'(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x - 1\right)' = x - 1 \neq f(x)$.

c) Đúng. Trên khoảng $(1; +\infty)$, $F(x) = \int f(x)dx = \int (x-1)dx = \frac{x^2}{2} - x + C$.

Do $F(2) = 3$ nên $C = 3$, suy ra $F(x) = \frac{x^2}{2} - x + 3$.

Do đó $F(4) = \frac{4^2}{2} - 4 + 3 = 7$.

d) Sai.

$$f(x) = |x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \text{ suy ra } F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -\frac{x^2}{2} + x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Ta có $F(0) = 1$ suy ra $C_2 = 1$.

Do $F(x)$ liên tục tại $x = 1$ nên $-\frac{1}{2} + C_1 = \frac{1}{2} + C_2$, suy ra $C_1 = 2$.

Do đó $F(-2) = -\frac{(-2)^2}{2} + (-2) + 1 = -3$; $F(4) = \frac{4^2}{2} - 4 + 2 = 6$, suy ra $F(-2) + F(4) = 3$.

Câu 4: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$.		
b)	Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12250 triệu đồng.		
c)	Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng.		
d)	Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $T(x) = \int T'(x)dx = \int (-20x + 300)dx = -10x^2 + 300x + C, C \in \mathbb{R}$.

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Nên ứng với $x = 10$ ta có $T(10) = 12000$

suy ra $12000 = -10.10^2 + 300.10 + C \Rightarrow C = 10000$.

Vậy $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000 \rightarrow T(12) = 12160$ (triệu đồng).

Ta có $T(x)$ là một hàm bậc hai với hệ số $a < 0$ và đồ thị hàm số có đỉnh là $I(15; 12250)$.

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12 250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ và $F(2) = 2$. Tính $F(3)$.

Kết quả:

12

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 - 4x + 1) dx = x^3 - 2x^2 + x + C$.

Mà $F(2) = 2$ nên suy ra $C = 0$

Vậy hàm số $F(x) = x^3 - 2x^2 + x$. Suy ra $F(3) = 12$.

Câu 2: Biết hàm số $F(x) = a \sin x + b \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x - \cos x$. Tính $a + 2b$.

Kết quả:

-5

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$\int f(x) dx = \int (2 \sin x - \cos x) dx = -2 \cos x - \sin x + C$ suy ra $F(x) = -\sin x - 2 \cos x$.

Suy ra $a = -1; b = -2$. Do đó $a + 2b = -5$.

Câu 3: Biết hàm số $F(x) = \frac{2x^2 - 3x + 6}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ (với a, b, c là các số thực). Tính $a + b - c$.

Kết quả:

8

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $F'(x) = \left(2x - 3 + \frac{6}{x} \right)' = 2 - \frac{6}{x^2} = \frac{2x^2 - 6}{x^2}$ và $F'(x) = f(x)$, suy ra $a = 2; b = 0; c = -6$.

Do đó $a + b - c = 8$.

Câu 4: Một ô tô chạy với vận tốc $17,5m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chạy với vận tốc $v(t) = \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t (m/s)$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét? (Tính gần đúng đến hàng phần chục)

Kết quả:

43,8

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t = 0 \Leftrightarrow t = 5$ (giây).

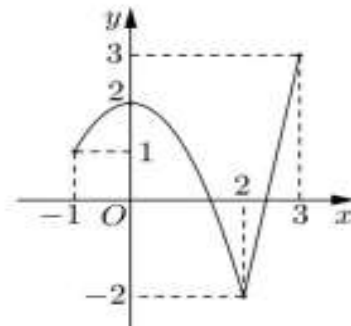
Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh là

$$s(t) = \int v(t) dt = \int \left(\frac{35}{2} - \frac{7}{2}t \right) dt = \frac{35t}{2} - \frac{7t^2}{4} + C.$$

Ta có $s(0) = 0$, suy ra $C = 0$, suy ra $s(t) = \frac{35t}{2} - \frac{7t^2}{4}$.

Do đó $s(5) = \frac{35}{2} \cdot 5 - \frac{7}{4} \cdot 5^2 = 43,75 (m)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, có đồ thị là một phần của parabol và một phần là đoạn thẳng như trong hình bên dưới:



Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ thỏa mãn $F(-1) = -\frac{5}{3}$. Tính $F(0) + 6F(3)$.

Kết quả:

11

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

+) Trên $[-1; 2]$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là một phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua

$$\text{các điểm } (-1; 1), (0; 2), (2; -2) \text{ nên } \begin{cases} a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 1 \\ c = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -x^2 + 2.$$

+) Trên $[2; 3]$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đoạn thẳng $(d): y = mx + n$ đi qua các điểm

$$(2; -2), (3; 3) \text{ nên } \begin{cases} 2m + n = -2 \\ 3m + n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = -12 \end{cases} \Rightarrow (d): y = 5x - 12.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ 5x - 12 & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

$$\text{+) Từ đó } F(x) = \begin{cases} \frac{-x^3}{3} + 2x + C_1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{5x^2}{2} - 12x + C_2 & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

$$\text{Do } F(-1) = -\frac{5}{3} \Rightarrow C_1 = 0.$$

$$\text{Ta có } F(x) \text{ liên tục tại } x = 2 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{-x^3}{3} + 2x \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{5x^2}{2} - 12x + C_2 \right) \Rightarrow C_2 = \frac{46}{3}.$$

$$\text{Khi đó: } F(x) = \begin{cases} \frac{-x^3}{3} + 2x & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{5x^2}{2} - 12x + \frac{46}{3} & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } F(0) + 6F(3) = 11.$$

Câu 6: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t phút. Biết $h'(t) = 3at^2 + bt$, $(a; b \in \mathbb{R})$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là 150 dm^3 , sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là 1100 dm^3 . Thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 15 phút là bao nhiêu dm^3 ?

Kết quả:

3600

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } h(t) = \int h'(t) dt = \int (3at^2 + bt) dt = at^3 + b \frac{t^2}{2} + C.$$

$$\text{Do ban đầu bể không có nước nên } h(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = at^3 + b \frac{t^2}{2}.$$

Lúc 5 phút: $h(5) = a.5^3 + b.\frac{5^2}{2} = 150$ (1).

Lúc 10 phút: $h(10) = a.10^3 + b.\frac{10^2}{2} = 1100$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $a = 1, b = 2 \Rightarrow h(t) = t^3 + t^2 \Rightarrow h(15) = 3600 dm^3$.

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1.$

B. $\int e^x dx = e^x + C.$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C.$

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ là

A. $F(x) = \sin x + \cos x + C.$

B. $F(x) = \sin x - \cos x + C.$

C. $F(x) = -\sin x + \cos x + C.$

D. $F(x) = -\sin x - \cos x + C.$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x).$

B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x).$

C. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x) + C.$

D. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x) + C.$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}.$

D. $\int [f(x).g(x)] dx = \left(\int f(x) dx\right). \left(\int g(x) dx\right).$

Câu 5. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C.$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{4x}$ là

A. $\int f(x) dx = e^{4x} + C.$

B. $\int f(x) dx = 4e^{4x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{e^{4x}}{4} + C.$

D. $\int f(x) dx = -\frac{e^{4x}}{4} + C.$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f''(x) dx = f'(x).$

B. $\int f''(x) dx = f'(x) + C.$

C. $\int f''(x)dx = f'(x)$.

D. $\int f''(x)dx = f''(x) + C$.

Câu 8. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$.

B. $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

D. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 9. Biết $\int \frac{6x+2}{3x-1} dx = mx + n \ln|3x-1| + C, (m; n; C \in \mathbb{R})$. Tính $m + 3n$.

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 8.

Câu 10. Gọi $F(x)$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8\sin 3x \cos x$. Biết rằng $F(x)$ có dạng $F(x) = a \cos 4x + b \cos 2x + C$. Khi đó, $a - b$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Câu 11. Biết $\int \frac{4x+1}{x^2-2x+1} dx = a \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C; a; b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Tính $a + b$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Câu 12. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x).g(x)$, biết $F(2) = 5, \int f(x)dx = x + C$ và $\int g(x)dx = \frac{x^2}{4} + C$.

A. $F(x) = \frac{x^3}{4} + 5$.

B. $F(x) = \frac{x^2}{4} + 5$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{4} + 4$.

D. $F(x) = \frac{x^3}{4} + 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$F(x) = x^2 - 3x + C$.		
b)	$x = \frac{3}{2}$ là một điểm cực đại của hàm số $F(x)$.		
c)	$f(e^{-x}) = 2e^{-x} - 3$.		
d)	$\int f(e^{-x})dx = -2e^{-x} - 3x + C$.		

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ và hàm số $g(x) = \cos \frac{x}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$F(x) = 2 \cos \frac{x}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.		
b)	$G(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$.		
c)	$\int [f(x) - g(x)]^2 dx = x + \cos x + C$ (C là một hằng số).		
d)	$\int \frac{1}{[2f(x).g(x)]^2} dx = -\cot x + C$ (C là một hằng số).		

Câu 3. Xét hàm số $f(x) = \frac{2x-13}{x^2-x-2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$.		
b)	$f(x) = \frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2}$.		
c)	$\int \frac{5}{x+1} dx = 5 \ln(x+1) + C$.		
d)	$\int f(x) dx = a \ln x+1 + b \ln x-2 + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$ và $a - b = 8$.		

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $xf'(x) + f(x) = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Biểu thức $xf'(x) + f(x) = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ được viết lại $[xf(x)]' = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$.		
b)	Từ $[xf(x)]' = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ ta được $xf(x) = \int 4x^3 dx$.		
c)	Ta có: $xf(x) = x^4 + C$.		
d)	Nếu $f(1) = 1$ thì $f(2) = 8$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1)$ và $F(0) = 0$. Tính $F(6)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \frac{3}{t+1} (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc ban đầu của vật là $6 (m/s)$. Tính gần đúng đến hàng phần chục vận tốc của vật tại giây thứ 8 (đơn vị m/s).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^x$ và $f(x) = (x^2 + 3x + 4)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S = a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Vi khuẩn E.coli sống chủ yếu ở đường ruột và có số lượng lớn nhất trong hệ vi sinh vật của cơ thể. Một quần thể vi khuẩn E. coli được quan sát trong điều kiện thích hợp, có tốc độ sinh trưởng được cho bởi hàm số $f(t) = 480.2^t \ln 2$. Trong đó t tính bằng giờ ($t > 0$), $f(t)$ tính bằng cá thể/giờ (Nguồn: R Larson and B.Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể. Gọi $F(t)$ là hàm số biểu thị số lượng cá thể theo thời gian t , tính $F(2)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{2x-3}{x-2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(3) = 2$. Biết $f(0) + 2f(4) = a + b \ln 2$, ($a; b \in \mathbb{Z}$), tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: #A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016). Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua sẽ cao bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 12 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 - KNTT

CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1.$

B. $\int e^x dx = e^x + C.$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C.$

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ là

A. $F(x) = \sin x + \cos x + C.$

B. $F(x) = \sin x - \cos x + C.$

C. $F(x) = -\sin x + \cos x + C.$

D. $F(x) = -\sin x - \cos x + C.$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x).$

B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x).$

C. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x) + C.$

D. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x) + C.$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}.$

D. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \left(\int f(x) dx\right) \cdot \left(\int g(x) dx\right).$

Lời giải:

Nhận định đúng là $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

Câu 5. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C.$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{4x}$ là

A. $\int f(x) dx = e^{4x} + C.$

B. $\int f(x) dx = 4e^{4x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{e^{4x}}{4} + C.$

D. $\int f(x) dx = -\frac{e^{4x}}{4} + C.$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f''(x) dx = f'(x).$

B. $\int f''(x) dx = f'(x) + C.$

$$C. \int f''(x)dx = f'(x).$$

$$D. \int f''(x)dx = f''(x) + C.$$

Câu 8. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

$$A. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1.$$

$$B. \int e^x dx = e^x + C.$$

$$C. \int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$$

$$D. \int \cos x dx = \sin x + C.$$

Câu 9. Biết $\int \frac{6x+2}{3x-1} dx = mx + n \ln|3x-1| + C, (m; n; C \in \mathbb{R})$. Tính $m + 3n$.

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 8.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int \frac{6x+2}{3x-1} dx = \int \left(2 + \frac{4}{3x-1} \right) dx = 2x + \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C \longrightarrow m = 2; n = \frac{4}{3}.$$

Câu 10. Gọi $F(x)$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8\sin 3x \cos x$. Biết rằng $F(x)$ có dạng $F(x) = a \cos 4x + b \cos 2x + C$. Khi đó, $a - b$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f(x) = 8\sin 3x \cos x = 4(\sin 4x + \sin 2x) = 4\sin 4x + 4\sin 2x$$

$$\Rightarrow F(x) = -\cos 4x - 2\cos 2x + C \Rightarrow a = -1; b = -2$$

$$\text{Vậy } a - b = 1.$$

Câu 11. Biết $\int \frac{4x+1}{x^2-2x+1} dx = a \ln|x-1| + \frac{b}{x-1} + C; a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Tính $a + b$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{4x+1}{x^2-2x+1} = \frac{4x+1}{(x-1)^2} = \frac{4(x-1)+5}{(x-1)^2} = \frac{4}{x-1} + \frac{5}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow \int \frac{4x+1}{x^2-2x+1} dx = \int \left(\frac{4}{x-1} + \frac{5}{(x-1)^2} \right) dx = 4\ln|x-1| - \frac{5}{x-1} + C \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1.$$

Câu 12. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x).g(x)$, biết $F(2) = 5, \int f(x)dx = x + C$ và

$$\int g(x)dx = \frac{x^2}{4} + C.$$

$$A. F(x) = \frac{x^3}{4} + 5.$$

$$B. F(x) = \frac{x^2}{4} + 5.$$

$$C. F(x) = \frac{x^2}{4} + 4.$$

$$D. F(x) = \frac{x^3}{4} + 3.$$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int f(x)dx = x + C \Rightarrow f(x) = (x + C)' = 1$$

$$\int g(x)dx = \frac{x^2}{4} + C \Rightarrow g(x) = \left(\frac{x^2}{4} + C \right)' = \frac{x}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } f(x).g(x) = \frac{x}{2} \Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{4} + C$$

$$\text{Do } F(2) = 5 \text{ nên } C = 4. \text{ Vậy } F(x) = \frac{x^2}{4} + 4.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$.

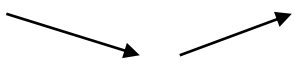
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$F(x) = x^2 - 3x + C$.		
b)	$x = \frac{3}{2}$ là một điểm cực đại của hàm số $F(x)$.		
c)	$f(e^{-x}) = 2e^{-x} - 3$.		
d)	$\int f(e^{-x})dx = -2e^{-x} - 3x + C$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

b) $F'(x) = 2x - 3; F'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$F'(x)$	-	0	+
$F(x)$			

c) d) Ta có $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$. Suy ra $f(x) = (x^2 - 3x + C)' = 2x - 3$.

Do đó $f(e^{-x}) = 2e^{-x} - 3$.

Vậy $\int f(e^{-x})dx = \int (2e^{-x} - 3)dx = -2e^{-x} - 3x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ và hàm số $g(x) = \cos \frac{x}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$F(x) = 2 \cos \frac{x}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.		
b)	$G(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$.		
c)	$\int [f(x) - g(x)]^2 dx = x + \cos x + C$ (C là một hằng số).		
d)	$\int \frac{1}{[2f(x) \cdot g(x)]^2} dx = -\cot x + C$ (C là một hằng số).		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Vì $F'(x) = -\sin\left(\frac{x}{2}\right), \forall x \in \mathbb{R}$ nên $F(x) = 2 \cos \frac{x}{2}$ không là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

b) Vì $G'(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right), \forall x \in \mathbb{R}$ nên $G(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên $\mathbb{R}$.

$$\int [f(x) - g(x)]^2 dx = \int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = \int \left(\sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} \right) dx$$

$$= \int (1 - \sin x) dx = x + \cos x + C.$$

$$d) \int \frac{1}{[2f(x) \cdot g(x)]^2} dx = \int \frac{1}{\left(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}\right)^2} dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$$

Câu 3. Xét hàm số $f(x) = \frac{2x-13}{x^2-x-2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$.		
b)	$f(x) = \frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2}$.		
c)	$\int \frac{5}{x+1} dx = 5 \ln(x+1) + C$.		
d)	$\int f(x) dx = a \ln x+1 + b \ln x-2 + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$ và $a-b=8$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\text{Ta có: } \int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2} \right) dx = 5 \ln|x+1| - 3 \ln|x-2| + C.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=5 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a-b=8.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $xf'(x) + f(x) = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Biểu thức $xf'(x) + f(x) = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ được viết lại $[xf(x)]' = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$.		
b)	Từ $[xf(x)]' = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$ ta được $xf(x) = \int 4x^3 dx$.		
c)	Ta có: $xf(x) = x^4 + C$.		
d)	Nếu $f(1) = 1$ thì $f(2) = 8$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

$$\text{Ta có: } xf'(x) + f(x) = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow [xf(x)]' = 4x^3, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow xf(x) = \int 4x^3 dx \Leftrightarrow xf(x) = x^4 + C \quad (1)$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào (1) ta được: } 1 \cdot f(1) = 1^4 + C \Leftrightarrow C=0 \longrightarrow xf(x) = x^4 \quad (2)$$

$$\text{Thay } x=2 \text{ vào (2) ta được: } 2f(2) = 16 \Leftrightarrow f(2) = 8.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1)$ và $F(0) = 0$. Tính $F(6)$.

Kết quả:

636

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
Lời giải:

Ta có: $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1) = 2x^3 + x^2 - 4x - 2$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } F(x) &= \int f(x) dx = \int (2x^3 + x^2 - 4x - 2) dx \\ &= \int 2x^3 dx + \int x^2 dx - \int 4x dx - \int 2 dx \\ &= \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 2x + C, C \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Mà $F(0) = 0$ nên suy ra $C = 0$.

$$\text{Vậy hàm số } F(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 2x \Rightarrow F(6) = 636.$$

Câu 2: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \frac{3}{t+1} (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc ban đầu của vật là $6 (m/s)$. Tính gần đúng đến hàng phần chục vận tốc của vật tại giây thứ 8 (đơn vị m/s).

Kết quả:

12,6

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Vận tốc của vật tại thời điểm t được tính theo công thức

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln(t+1) + C.$$

Do vận tốc ban đầu của vật bằng $6 (m/s)$ nên ta có:

$$v(0) = 3 \ln(0+1) + C = 6 \Rightarrow C = 6 \Rightarrow v(t) = 3 \ln(t+1) + 6$$

Vận tốc chuyển động của vật tại giây thứ 8 là: $v(8) = 3 \ln(8+1) + 6 = 3 \ln 9 + 6 \approx 12,6 (m/s)$.

Câu 3: Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^x$ và $f(x) = (x^2 + 3x + 4)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S = a + b$.

Kết quả:

4

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$F(x) \text{ là một nguyên hàm của } f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x) \Leftrightarrow \left[(x^2 + ax + b)e^x \right]' = (x^2 + 3x + 4)e^x$$

$$\Leftrightarrow \left[x^2 + (a+2)x + (a+b) \right] e^x = (x^2 + 3x + 4)e^x \Leftrightarrow \begin{cases} a+2=3 \\ a+b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$$

Vậy $S = a + b = 4$.

Câu 4: Vi khuẩn E.coli sống chủ yếu ở đường ruột và có số lượng lớn nhất trong hệ vi sinh vật của cơ thể. Một quần thể vi khuẩn E. coli được quan sát trong điều kiện thích hợp, có tốc độ sinh trưởng được cho bởi hàm số $f(t) = 480.2^t \ln 2$. Trong đó t tính bằng giờ ($t > 0$), $f(t)$ tính bằng cá thể/giờ (Nguồn: R Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể. Gọi $F(t)$ là hàm số biểu thị số lượng cá thể theo thời gian t , tính $F(2)$.

Kết quả:

1920

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Do } F(t) = \int f(t) dt = \int 480.2^t \ln 2 dt = 480. \ln 2. \frac{2^t}{\ln 2} + C = 480.2^t + C$$

Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể nên $F(0) = 480.2^0 + C = 480 \Rightarrow C = 0$.

$$\text{Vậy } F(t) = 480.2^t \longrightarrow F(2) = 480.2^2 = 1920.$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{2x-3}{x-2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(3) = 2$.

Biết $f(0) + 2f(4) = a + b \ln 2$, ($a; b \in \mathbb{Z}$), tính $a + b$.

Kết quả:

10

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2x-3}{x-2} dx = \int \left(2 + \frac{1}{x-2} \right) dx = 2x + \ln|x-2| + C.$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow 2 + \ln 1 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -1.$$

$$f(3) = 2 \Rightarrow 6 + \ln 1 + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = -4.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \begin{cases} 2x + \ln(x-2) - 4 & \text{khi } x > 2 \\ 2x + \ln(2-x) - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}.$$

Do đó $f(0) + 2f(4) = \ln 2 - 1 + 2(4 + \ln 2) = 7 + 3\ln 2 \rightarrow a = 7; b = 3$.

Câu 6: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: #A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen* 2016). Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua sẽ cao bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Kết quả:

54,4

Trình bày:

Lời giải:

Ta có: $h(t) = \int v(t) dt = \int (-0,1t^3 + t^2) dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{t^3}{3} + C$.

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm nên $h(0) = 5 \Rightarrow C = 5$.

Vậy độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t được cho bởi hàm số $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{t^3}{3} + 5$ ($t \geq 0$).

Ta tìm t ($t \geq 0$) sao cho $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$v'(t) = -0,3t^2 + 2t; v'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,3t^2 + 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{20}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		0		$\frac{20}{3}$		$+\infty$
$v'(t)$		-	0	+	0	-	
$v(t)$	$+\infty$				$\frac{400}{27}$		$-\infty$

Từ đó ta thấy $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \frac{20}{3}$.

Khi đó, cây cà chua sẽ đạt chiều cao là: $h\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{4405}{81} \approx 54,4$ (centimét).

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 12 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

C. $F(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K.$

Câu 2: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

B. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (C là hằng số; $n \in \mathbb{Z}$).

C. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$ (C là hằng số).

D. $\int e^x dx = e^x + C$ (C là hằng số).

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x + \frac{1}{x}$ là

A. $2 \sin 2x + \ln|x| + C.$

B. $\frac{1}{2} \sin 2x + \ln x + C.$

C. $-\frac{1}{2} \sin 2x + \ln|x| + C.$

D. $\frac{1}{2} \sin 2x + \ln|x| + C.$

Câu 4: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$ (C là hằng số).

B. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (C là hằng số; $n \in \mathbb{Z}$).

C. $\int \cos x dx = \sin x + C$ (C là hằng số).

D. $\int e^{-x} dx = -e^x + C$ (C là hằng số).

Câu 5: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx.$

B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

C. $\int [f(x)g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

D. $\int [f(x) - 4g(x)] dx = \int f(x) dx - 4 \int g(x) dx.$

Câu 6: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Hàm số $F(x)$ là

A. $\cos x - \sin x + 1.$

B. $-\cos x + \sin x + 1.$

C. $-\cos x + \sin x - 2.$

D. $-\cos x + \sin x + 2.$

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

A. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C.$

B. $2e^x + \tan x + C.$

C. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C.$

D. $2e^x - \tan x + C.$

Câu 8: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $\frac{1}{(2x+3)^2} + C$. B. $-\frac{3}{(2x+3)^2} + C$. C. $-\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C$. D. $\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C$.

Câu 9: Biết $\int \frac{4x+3}{2x+1} dx = ax + b\ln|2x+1| + C$, $a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Giá trị $a+b$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 10: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số e^{2x} và $F(0) = \frac{201}{2}$. Giá trị $F\left(\frac{1}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}e + 200$. B. $2e + 100$. C. $\frac{1}{2}e + 50$. D. $\frac{1}{2}e + 100$.

Câu 11: Hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)+1}{e^x}$ là

- A. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$. B. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$.
C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$. D. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C$.

Câu 12: Cho $F(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x) - 4x$. Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6x$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2$.

- a) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
b) $F(x) = \int 4x^3 dx - \int 6x dx$.
c) $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$.
d) $F(1) = 3$.

Câu 2: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$.
b) $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C$.
c) $\int \left(\frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = \ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C$.
d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ thỏa $F(4) = 3$ thì $F(x) = x + 4\ln|x-3| - 1$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \cos x$ và hàm số $g(x) = \sin x$.

- a) $F(x) = \sin x + e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.
b) $G(x) = e^{-\cos x} + \ln 3$ là một nguyên hàm của hàm số $e^{g(x)}$ trên $\mathbb{R}$.

c) $\int [5f(x) + 6g(x)] dx = 5\sin x - 6\cos x + C$ (C là một hằng số).

d) $\int \left[2 + \left(\frac{g(x)}{f(x)} \right)^2 \right] dx = x + \tan x + C$ (C là một hằng số).

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$.

b) Biết $f(0) = 3$. Khi đó, $f(x) = 2x^4 - \cos x + 3$.

c) $\int f(x) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 3x + C$, với C là hằng số.

d) Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Khi đó, $F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$ có dạng $F(x) = ax^3 + bx^2 + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$.

Tính giá trị của $T = 6a + 4b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Biết $\int \frac{2x-13}{x^2-x-2} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$. Tính $a-b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Biết $\int \frac{x}{x^2-4x+4} dx = a \ln|x-2| + \frac{b}{x-2} + C; a; b \in \mathbb{Q}, C \in \mathbb{R}$. Tính $a+b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=\frac{3}{t+1}(m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc ban đầu của vật $v_0=6(m/s)$. Hỏi vận tốc của vật tại thời điểm giây thứ 10 bằng bao nhiêu? (kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm . Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số: $v(t)=-0,1t^3+t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t . Chiều cao cây cà chua sau 2 tuần là bao nhiêu? (kết quả quy tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ thoả mãn $f'(x)=\frac{3x-1}{x+2}$, $f(0)=1$ và $f(-4)=2$. Tính $f(2)+f(-3)$.

Kết quả:

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: NGUYÊN HÀM

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

C. $F(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K.$

Câu 2: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

B. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (C là hằng số; $n \in \mathbb{Z}$).

C. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$ (C là hằng số).

D. $\int e^x dx = e^x + C$ (C là hằng số).

Lời giải:

B sai vì $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ chỉ đúng khi $n \neq -1$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x + \frac{1}{x}$ là

A. $2 \sin 2x + \ln|x| + C.$

B. $\frac{1}{2} \sin 2x + \ln x + C.$

C. $-\frac{1}{2} \sin 2x + \ln|x| + C.$

D. $\frac{1}{2} \sin 2x + \ln|x| + C.$

Lời giải:

Ta có: $\int \left(\cos 2x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

Câu 4: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$ (C là hằng số).

B. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (C là hằng số; $n \in \mathbb{Z}$).

C. $\int \cos x dx = \sin x + C$ (C là hằng số).

D. $\int e^{-x} dx = -e^x + C$ (C là hằng số).

Câu 5: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx.$

B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

C. $\int [f(x)g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

D. $\int [f(x) - 4g(x)] dx = \int f(x) dx - 4 \int g(x) dx.$

Câu 6: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Hàm số $F(x)$ là

A. $\cos x - \sin x + 1.$

B. $-\cos x + \sin x + 1.$

C. $-\cos x + \sin x - 2.$

D. $-\cos x + \sin x + 2.$

Lời giải:

Ta có: $\int f(x) dx = \int (\sin x + \cos x) dx = -\cos x + \sin x + C.$

Giả sử $F(x) = -\cos x + \sin x + C_0$ là một nguyên hàm của hàm số đã cho thỏa mãn $F(0) = 1$
 $F(0) = 1 \Leftrightarrow -\cos 0 + \sin 0 + C_0 = 1 \Leftrightarrow C_0 = 2$. Vậy $F(x) = -\cos x + \sin x + 2$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

- A. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$. B. $2e^x + \tan x + C$. C. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$. D. $2e^x - \tan x + C$.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$.

Suy ra nguyên hàm của $f(x)$ là: $2e^x + \tan x + C$.

Câu 8: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $\frac{1}{(2x+3)^2} + C$. B. $-\frac{3}{(2x+3)^2} + C$. C. $-\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$. D. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{1}{2x+3} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{2x+3} d(2x+3) = \frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 9: Biết $\int \frac{4x+3}{2x+1} dx = ax + b \ln|2x+1| + C$, $a, b \in \mathbb{Q}$; $C \in \mathbb{R}$. Giá trị $a+b$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\int \frac{4x+3}{2x+1} dx = \int \left(2 + \frac{1}{2x+1} \right) dx = 2x + \frac{\ln|2x+1|}{2} + C \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a+b = \frac{5}{2}$.

Câu 10: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số e^{2x} và $F(0) = \frac{201}{2}$. Giá trị $F\left(\frac{1}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}e + 200$. B. $2e + 100$. C. $\frac{1}{2}e + 50$. D. $\frac{1}{2}e + 100$.

Lời giải:

Ta có $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} + C$. Theo đề ra ta được: $F(0) = \frac{201}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot e^0 + C = \frac{201}{2} \Leftrightarrow C = 100$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + 100 \Rightarrow F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{2 \cdot \frac{1}{2}} + 100 = \frac{1}{2}e + 100$.

Câu 11: Hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)+1}{e^x}$ là

- A. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$. B. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$.
C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$. D. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C$.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = F'(x) = (e^{2x})' = 2e^{2x}$.

Suy ra: $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \int \frac{2e^{2x}+1}{e^x} dx = \int (2e^x + e^{-x}) dx = 2e^x - e^{-x} + C.$

Câu 12: Cho $F(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x) - 4x$. Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

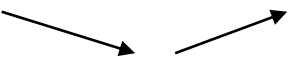
Lời giải:

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x) - 4x$ nên $F'(x) = f'(x) - 4x$

$$\longrightarrow 4x^3 - 4x = f'(x) - 4x \Leftrightarrow f'(x) = 4x^3.$$

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Suy ra, hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6x$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2$.

a) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}.$

b) $F(x) = \int 4x^3 dx - \int 6x dx.$

c) $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2.$

d) $F(1) = 3.$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng:

Theo định nghĩa $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên $F'(x) = f(x)$

b) c) Đúng:

$$\text{Ta có: } F(x) = \int 4x^3 dx - \int 6x dx = x^4 - 3x^2 + C.$$

Theo giả thiết $F(0) = 2$ suy ra $C = 2 \Rightarrow F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

d) Sai: $F(1) = 1^4 - 3 \cdot 1^2 + 2 = 0.$

Câu 2: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C.$

b) $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C.$

c) $\int \left(\frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = \ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C.$

d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ thỏa $F(4) = 3$ thì $F(x) = x + 4\ln|x-3| - 1$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

Ta có: $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \ln|x| - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$.

b) Đúng.

Ta có: $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \int \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C$.

c) Sai.

Ta có: $\int \left(\frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C$.

d) Đúng.

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ thỏa $F(4) = 3$ thì $F(x) = x + 4\ln|x-3| - 1$

Ta có: $F(x) = \int \frac{x+1}{x-3} dx = \int \left(1 + \frac{4}{x-3} \right) dx = x + 4\ln|x-3| + C$.

Vì $F(4) = 3$ nên $4 + 4\ln|4-3| + C = 3 \Leftrightarrow C = -1$. Vậy $F(x) = x + 4\ln|x-3| - 1$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \cos x$ và hàm số $g(x) = \sin x$.

a) $F(x) = \sin x + e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

b) $G(x) = e^{-\cos x} + \ln 3$ là một nguyên hàm của hàm số $e^{g(x)}$ trên $\mathbb{R}$.

c) $\int [5f(x) + 6g(x)] dx = 5\sin x - 6\cos x + C$ (C là một hằng số).

d) $\int \left[2 + \left(\frac{g(x)}{f(x)} \right)^2 \right] dx = x + \tan x + C$ (C là một hằng số).

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Vì $F'(x) = \cos x = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

b) Sai.

Vì $G'(x) = \sin x \cdot e^{-\cos x} \neq e^{\sin x} \forall x \in \mathbb{R}$ nên $G(x)$ không là một nguyên hàm của hàm số $e^{g(x)}$ trên $\mathbb{R}$.

c) Đúng.

Ta có: $\int [5f(x) + 6g(x)] dx = \int (5\cos x + 6\sin x) dx = 5\sin x - 6\cos x + C$.

d) Đúng.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int \left[2 + \left(\frac{g(x)}{f(x)} \right)^2 \right] dx &= \int \left(2 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \right) dx = \int \left(2 + \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \right) dx \\ &= \int \left(1 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = x + \tan x + C. \end{aligned}$$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$.

a) Hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$.

b) Biết $f(0) = 3$. Khi đó, $f(x) = 2x^4 - \cos x + 3$.

c) $\int f(x) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 3x + C$, với C là hằng số.

d) Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Khi đó, $F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

b) Sai.

Hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$ và $f(0) = 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2x^4 - \cos x + C_1 \\ f(0) = 3 \end{cases}$$

Vì $f(0) = 3 \Rightarrow C_1 = 4 \Rightarrow f(x) = 2x^4 - \cos x + 4$.

c) Sai.

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int (2x^4 - \cos x + 4) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + C.$$

d) Đúng.

Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} F(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + C \\ F(0) = 2 \end{cases}$$

Vì $F(0) = 2 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + 2 \Rightarrow F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$ có dạng $F(x) = ax^3 + bx^2 + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$.

Tính giá trị của $T = 6a + 4b$.

Kết quả:

7

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....
Lời giải:

$$\text{Ta có: } F(x) = \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{2}x^2 + 3x \right) dx = \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + C.$$

$$\text{Suy ra: } a = \frac{1}{6}; b = \frac{3}{2} \longrightarrow T = 6a + 4b = 7.$$

Câu 2:

$$\text{Biết } \int \frac{2x-13}{x^2-x-2} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C. \text{ Tính } a-b.$$

Kết quả:

8

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2)+B(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{(A+B)x+(-2A+B)}{(x+1)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=2 \\ -2A+B=-13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=5 \\ B=-3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2} \right) dx = 5 \ln|x+1| - 3 \ln|x-2| + C.$$

$$\text{Suy ra } a=5; b=-3 \text{ nên } a-b=8.$$

Câu 3:

$$\text{Biết } \int \frac{x}{x^2-4x+4} dx = a \ln|x-2| + \frac{b}{x-2} + C; a, b \in \mathbb{Q}, C \in \mathbb{R}. \text{ Tính } a+b.$$

Kết quả:

-1

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{x}{x^2-4x+4} = \frac{x}{(x-2)^2} = \frac{(x-2)+2}{(x-2)^2} = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow \int \frac{x}{x^2-4x+4} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} + \frac{2}{(x-2)^2} \right) dx = \ln|x-2| - \frac{2}{x-2} + C \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1.$$

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \frac{3}{t+1} (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc ban đầu của vật $v_0 = 6 (m/s)$. Hỏi vận tốc của vật tại thời điểm giây thứ 10 bằng bao nhiêu? (kết quả quy tròn đến hàng phần chục).

Kết quả:

13,2

Trình bày:

.....

Lời giải:

Vận tốc của vật được tính: $v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln|t+1| + C$.

Khi $v_0 = 6 \Rightarrow C = 6$. Suy ra: $v(t) = 3 \ln|t+1| + 6$.

Vậy $v(10) = 3 \ln 11 + 6 \approx 13,2$.

Câu 5: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số: $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t . Chiều cao cây cà chua sau 2 tuần là bao nhiêu? (kết quả quy tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

7,27

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có $h(t) = \int v(t) dt = \int (-0,1t^3 + t^2) dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + C$.

Theo giả thiết, $h(0) = 5 \Leftrightarrow C = 5 \Rightarrow h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5 (cm)$.

Vậy $h(2) = -\frac{1}{40} \cdot 2^4 + \frac{1}{3} \cdot 2^3 + 5 = \frac{109}{15} (cm) \approx 7,27$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3x-1}{x+2}$, $f(0) = 1$ và $f(-4) = 2$. Tính $f(2) + f(-3)$.

Kết quả:

12

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{3x-1}{x+2} dx = \int \left(3 - \frac{7}{x+2} \right) dx = 3x - 7 \ln|x+2| + C, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}.$

+ Xét trên khoảng $(-2; +\infty)$ ta có: $f(0) = 1 \Leftrightarrow -7 \ln 2 + C = 1 \Rightarrow C = 1 + 7 \ln 2.$

Do đó, $f(x) = 3x - 7 \ln|x+2| + 1 + 7 \ln 2$, với mọi $x \in (-2; +\infty).$

Suy ra $f(2) = 7 - 7 \ln 4 + 7 \ln 2 = 7 - 7 \ln 2.$

+ Xét trên khoảng $(-\infty; -2)$ ta có: $f(-4) = 2 \Leftrightarrow -12 - 7 \ln 2 + C = 2 \Rightarrow C = 14 + 7 \ln 2.$

Do đó, $f(x) = 3x - 7 \ln|x+2| + 14 + 7 \ln 2$, với mọi $x \in (-\infty; -2).$ Suy ra $f(-3) = 5 + 7 \ln 2.$

Vậy $f(2) + f(-3) = 7 + 7 \ln 2 + 5 - 7 \ln 2 = 12.$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 01 năm 2024