UBND TỈNH THÁI NGUYÊN
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN
(Dành cho thí sinh thi chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (1,0 điểm). Cho parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y=2x-m+1$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ sao cho $x_1x_2(y_1+y_2)=-48$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=1+xy \\ 2y^3=x(1+xy) \end{cases}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Cho các đa thức $P(x)=x^3+(b-2)x^2+(a-2b)x-2a$; $Q(x)=ax^2+(b-2a)x-2b$; $H(x)=x^2+5x+4$ với a, b là các số thực dương.

a) Tìm tất cả các giá trị của a, b sao cho đa thức $P(x)$ chia hết cho đa thức $H(x)$.

b) Biết rằng, tất cả các nghiệm của đa thức $Q(x)$ đều là nghiệm của đa thức $P(x)$. Chứng minh rằng: $a>1, b\geq\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Cho m, n là các số nguyên dương phân biệt thoả mãn $\left(2025m^{2025}+1993n^{2025}\right)$ chia hết cho $(m+n)$. Chứng minh rằng $(m+n)$ là hợp số.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho tập hợp S gồm tất cả các số tự nhiên có hai chữ số. Lấy ra 80 số bất kỳ (các số đôi một khác nhau) từ tập hợp S. Chứng minh rằng, luôn tồn tại 36 số đôi một khác nhau trong 80 số đã lấy, sao cho có thể chia 36 số này thành 18 nhóm thoả mãn mỗi nhóm có đúng 2 số đôi một khác nhau và các tổng 2 số của cùng một nhóm có giá trị bằng nhau.

Câu 6 (1,0 điểm). Xét tất cả các số thực dương x, y, z thay đổi và thỏa mãn $7xy+5yz+4zx\leq xyz$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{3x+4y+z}{(x+y)(y+z)(z+x)}$.

Câu 7 (4,0 điểm). Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';R')$ cắt nhau tại A, B và thỏa mãn $OO'>R>R'$. Điểm M di động trên tia đối của tia AB $(M\neq A)$. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MC và MD tới đường tròn $(O';R')$ với C, D là các tiếp điểm và D nằm bên trong đường tròn $(O;R)$. Các đường thẳng AD và AC cắt đường tròn $(O;R)$ lần lượt tại P và Q (P, Q khác A). Gọi N và E lần lượt là giao điểm của đường thẳng CD với các đường thẳng OO', MO'. Chứng minh rằng:

a) $MC^2=MA.MB$;

b) $O'E.O'M=O'A^2$ và đường thẳng NA là tiếp tuyến của đường tròn $(O';R')$;

c) Đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định.

—— HẾT ——