

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN (chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút.

(Đề thi gồm 01 trang, 05 bài)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{5+\sqrt{x}} + \frac{2x}{25-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-5\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$. Chứng minh nếu $x > 81$

thì $A \geq 36$. Đẳng thức xảy ra khi nào?

b) Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m - 2 = 0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có hai nghiệm đều là số nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $12\sqrt{x+2} + \sqrt{51+15x} = 3x^2 + 2x + 17$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-1+y^2)\sqrt{x-1} + y+1 = y^3 + y^2 + xy + x \\ x+4\sqrt{y+4} = 2\sqrt{x-1} + y+8 \end{cases}$$

Bài 3. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Vẽ đường thẳng d là tiếp tuyến tại điểm A của đường tròn (O). Lấy điểm C cố định thuộc đoạn thẳng OA (C khác A và khác O). Gọi DE là dây cung thay đổi của đường tròn (O) nhưng luôn đi qua điểm C (DE khác AB). Các tia BD và BE cắt đường thẳng d theo thứ tự tại các điểm M và N .

a) Chứng minh tứ giác $DENM$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Gọi F là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN và đường thẳng AB . Chứng minh F là điểm cố định và tích $AM \cdot AN$ không đổi khi dây cung DE của đường tròn (O) thay đổi.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $DENM$. Xác định vị trí của dây cung DE để tổng $IB + IM$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^3 + b^2 + c} + \frac{1}{b^3 + c^2 + a} + \frac{1}{c^3 + a^2 + b}$$

Bài 5. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên dương x và y sao cho $2^x + 3^y$ là số chính phương.

b) Trong một hội nghị, các đại biểu đến từ n quốc gia, ngồi quanh một bàn tròn. Biết rằng với hai đại biểu cùng quốc gia bất kỳ thì người ngồi cạnh bên phải của họ luôn không cùng quốc gia. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu đại biểu?

----- HẾT -----