SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ THI MÔN: TOÁN – CHUYÊN
Dành cho thí sinh thi chuyên Toán và chuyên Tin
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (2,0 điểm). Giải các phương trình:

a) $\sqrt{3x-2}+3\sqrt{x+2}=8$.

b) $(x-3)(x-2)(x+1)(x+6)=28x^2$.

Câu 2 (1,5 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+y^3=3x^2-3x+1 \\ xy+x+2y=1 \end{cases}$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm tất cả các số nguyên tố p có dạng $4k^4+1$ với k là một số tự nhiên.

b) Chứng minh rằng tồn tại vô số số nguyên dương n để n^2+1 là ước số của $Q=1.2.3...n$.

Câu 4 (1,5 điểm). Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a^2+b^2+c^2=2(a+b+c)$.

a) Chứng minh rằng $a+b+c\le 6$ và $(a+1)(b+1)(c+1)\le 27$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $F=(a+1)(b+1)(c+1)$.

Câu 5 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn, không cân nội tiếp đường tròn (O) và $\widehat{BAC}=60°$. Các đường thẳng qua C và B song song với AO cắt đường tròn (O) lần lượt tại E và $F\,(E\ne C, F\ne B)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Đường thẳng BH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là $X\,(X\ne B)$; đường thẳng CH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai $Y\,(Y\ne C)$.

a) Chứng minh tam giác AEF đồng dạng với tam giác HBC.

b) Gọi M là giao điểm của XF với AC và N là giao điểm của YE với AB. Chứng minh rằng MN song song với BC.

c) Chứng minh ba đường thẳng MN, XY, FE đồng quy.

Bài 6 (1,0 điểm). Cho tập A gồm 2025 số tự nhiên liên tiếp. Một tập con B của A được gọi là tập con có tính chất ***"nodiv"*** nếu hai phần tử $a,b\,(a>b)$ bất kì thuộc tập B đều thỏa mãn điều kiện $a+b$ không chia hết cho $a-b$.

a) Chỉ ra một tập con B của A có tính chất ***"nodiv"*** mà B có đúng 675 phần tử.

b) Nếu B là một tập con của A có tính chất ***"nodiv"*** thì B có thể có nhiều nhất bao nhiêu phần tử ?

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ....Số báo danh: ....