

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1 (2,0 điểm). Không sử dụng máy tính cầm tay

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 3$.

Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) .

b) Cho đường thẳng $(d_1): y = (2m - 1)x + 1$ (m là tham số) và đường thẳng $(d_2): y = 3x - 4$.

Tìm m để đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) song song.

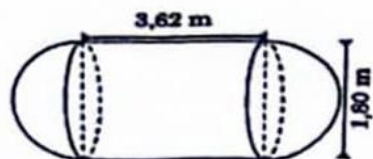
Câu 3 (2,0 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{7\sqrt{x}-6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

b) Theo kế hoạch của công ty may K , hai tổ phải may được 800 cái áo trong một thời gian quy định. Do cải tiến kĩ thuật nên trong thời gian đó, tổ thứ nhất may vượt mức 18% và tổ thứ hai may vượt mức 16% so với kế hoạch. Kết quả cả hai tổ may được 934 cái áo. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải may bao nhiêu cái áo?

Câu 4 (1,0 điểm).

Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Tính thể tích của bồn chứa xăng với kích thước trên hình.



Câu 5 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sqrt[3]{x+6} + 1 = x^2 - \sqrt{x-1}$.

Câu 6 (2,0 điểm).

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A (không trùng với đường thẳng AO) cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt B và C (B nằm giữa A và C). Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng BC .

a) Chứng minh bốn điểm A, M, O, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AB \cdot AC = AM^2$.

c) Đường thẳng qua C vuông góc với OA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P . Gọi

L là giao điểm của MN và AP . Chứng minh $\frac{2}{AL} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$.

----- HẾT -----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Chữ ký của giám thị 1:; chữ ký của giám thị 2:

LỜI GIẢI ĐỀ THI TOÁN 10 (KHÔNG CHUYÊN) THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG 2024 - 2025

PHAN MINH ĐỨC - NGUYỄN KHẮC GIA KIÊN
DOÀN MINH DŨNG - NGUYỄN HỮU CHIẾN THẮNG

↔ **Câu .1 (2 điểm).** Không sử dụng máy tính cầm tay

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

b) Giải phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$.

💬 **Lời giải.**

a) Ta có: $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 3 \\ 4x - 6y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 13 \\ 4x - 6y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 4 - 6y = 10 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (1; -1)$.

b) Ta có phương trình: $x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \end{cases}$.
 Vậy phương trình đã cho có nghiệm là: $x = 2$ hoặc $x = -5$.

□

↔ **Câu .2 (2 điểm).**

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P) : y = -x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2x - 3$. Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) .

b) Cho đường thẳng $(d_1) : y = (2m - 1)x + 1$ (m là tham số) và đường thẳng $(d_2) : y = 3x + 4$. Tìm m để đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) song song.

💬 **Lời giải.**

a) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

- Với $x = 1$ thay vào (P) ta được: $y = -1$. $\Rightarrow A(1; -1)$

- Với $x = -3$ thay vào (P) ta được: $y = -9$. $\Rightarrow B(-3; -9)$

Vậy tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) là: $A(1; -1)$ và $B(-3; -9)$.

b) Để đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) song song thì $\begin{cases} 2m - 1 = 3 \\ 1 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2m - 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$

Vậy $m = 2$ thì đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) song song.

□

↔ **Câu .3 (2 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{7\sqrt{x} - 6}{x - 4} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

b) Theo kế hoạch của công ty may K, hai tổ phải may được 800 cái áo trong một thời gian quy định. Do cải tiến kĩ thuật nên trong thời gian đó, tổ thứ nhất may vượt mức 18% và tổ thứ hai may vượt mức 16% so với kế hoạch. Kết quả cả hai tổ may được 934 cái áo. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải may bao nhiêu cái áo?

Lời giải.

a) Với $x \geq 0, x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{7\sqrt{x} - 6}{x - 4} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \\
 &= \frac{7\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \\
 &= \frac{7\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\
 &= \frac{7\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{x - 5\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} + \frac{\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\
 &= \frac{7\sqrt{x} - 6 + x - 5\sqrt{x} + 6 + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x + 3\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}
 \end{aligned}$$

Vậy với $x \geq 0, x \neq 4$ thì $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$

b) Gọi số áo mà tổ 1 may theo kế hoạch là x , số 2 may theo kế hoạch là y . ($x, y \in \mathbb{N}; x, y \leq 800$.) Tổ thứ nhất may vượt mức 18%, tổ thứ 2 may vượt mức 16% và tổng số áo cả 2 tổ may được là 934 nên ta có phương trình:

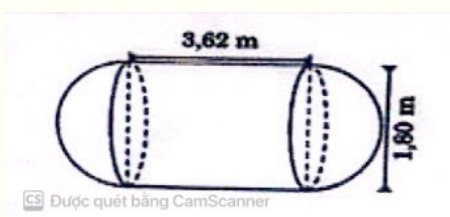
$$1,18x + 1,16y = 934$$

Kết hợp với với giả thiết ban đầu, ta lập được hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 1,18x + 1,16y = 934 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy theo kế hoạch, tổ 1 may được 300 cái áo, tổ 2 may được 500 cái áo. □

⇒ Câu .4 (1 điểm). Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Tính thể tích của bồn chứa xăng với kích thước trên hình.



Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} V_{\text{bồn}} &= 2V_{\text{nửa cầu}} + V_{\text{trụ}} \\ &= \frac{4}{3}\pi R^3 + Sh \\ &= \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 h \\ &= \frac{4}{3}\pi \cdot 0,9^3 + \pi \cdot 0,9^2 \cdot 3,62 \\ &\approx 12.265 \text{ (m}^3\text{)} \end{aligned}$$

Vậy thể tích của bồn chứa xăng với kích thước trên hình là: 12.265 (m³). □

↔ **Câu .5 (1 điểm).** Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+6} + 1 = x^2 - \sqrt{x-1}$.

💬 **Lời giải.**

Điều kiện: $x \geq 1$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x+6} + 1 &= x^2 - \sqrt{x-1} \\ \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x+6} + 2) + (\sqrt{x-1} - 1) &= x^2 - 4 \\ \Leftrightarrow \frac{x-2}{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4} + \frac{x-2}{\sqrt{x-1} + 1} &= (x-2)(x+2) \\ \Leftrightarrow (x-2) \left[\frac{1}{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4} + \frac{1}{\sqrt{x-1} + 1} - x - 2 \right] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2) \left[x + 2 - \frac{1}{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4} - \frac{1}{\sqrt{x-1} + 1} \right] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2) \left[x + \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4} \right) + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x-1} + 1} \right) \right] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2) \left[x + \frac{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 3}{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} + 1} \right] &= 0 \end{aligned}$$

Do

$$x + \frac{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 3}{\sqrt[3]{(x+6)^2} + 2\sqrt[3]{x+6} + 4} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} + 1} > 0, \forall x \geq 1$$

nên $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy phương trình đã cho có nghiệm là: $x = 2$. □

↔ **Câu .6 (2 điểm).** Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A (không trùng với đường thẳng AO) cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt B và C (B nằm giữa A và C). Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng BC.

- Chứng minh bốn điểm A, M, O, N cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh: $AB \cdot AC = AM^2$.
- Đường thẳng qua C vuông góc với OA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P. Gọi L là giao điểm của MN và AP. Chứng minh: $\frac{2}{AL} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$.

